

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI
ACADÉMIE DE PARIS

par

MAHMOUD AL ABRACHE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

L'influence de l'uni des revêtements routiers
sur le confort du véhicule automobile

soutenue le 20 septembre 1972 devant la Commission d'examen

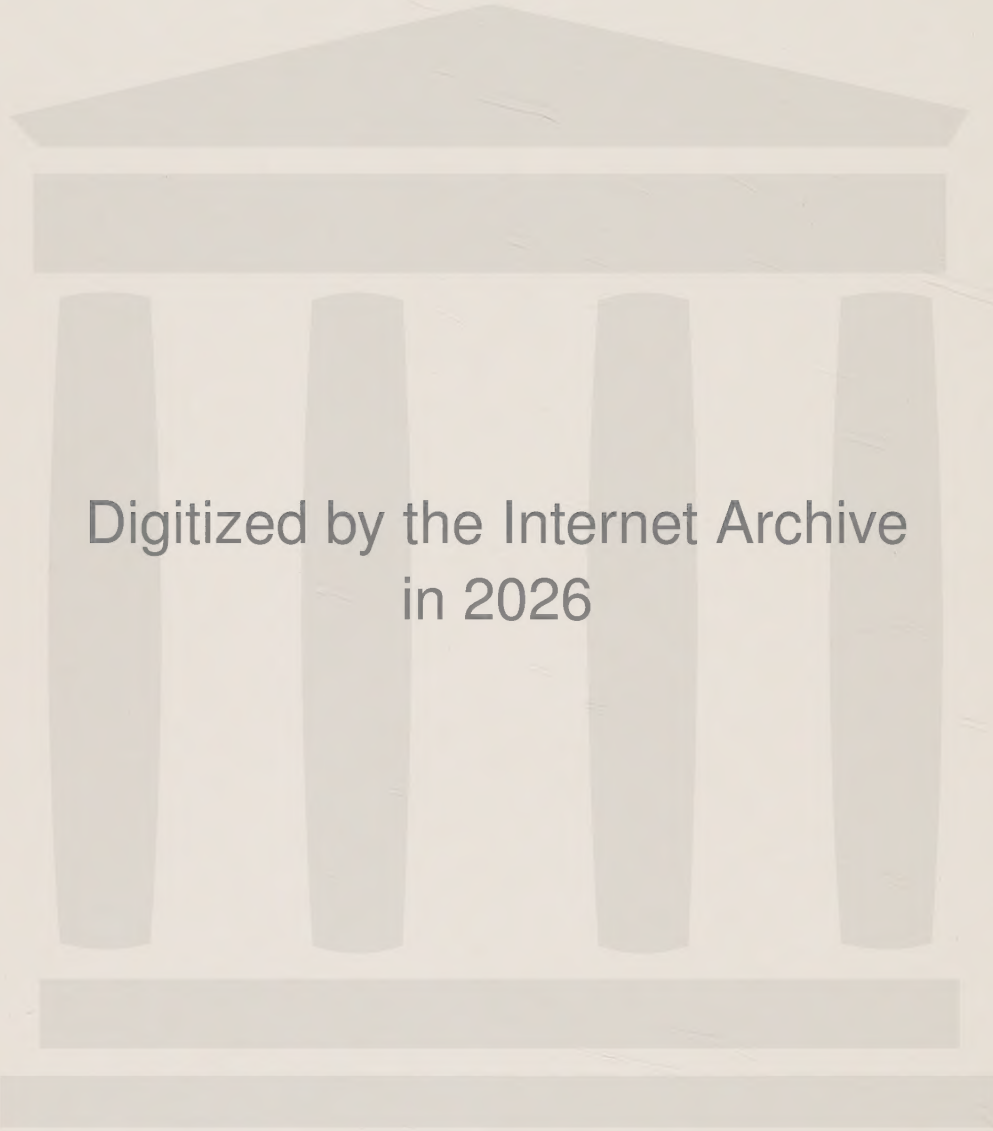
M. SIESTRUNCK *Président*

M. VICHNIEVSKY

M. PASQUET

M. LÉGER

} *Examineurs*



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547106_0023

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ DE PARIS VI
ACADÉMIE DE PARIS

par

MAHMOUD AL ABRACHE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

L'influence de l'uni des revêtements routiers
sur le confort du véhicule automobile

soutenue le 20 septembre 1972 devant la Commission d'examen

M. SIESTRUNCK *Président*

M. VICHNIEVSKY

M. PASQUET

M. LÉGER

} *Examineurs*



A V A N T - P R O P O S

Une thèse, d'après le dictionnaire LAROUSSE, est "un ouvrage, un mémoire composé en vue de l'obtention du grade de Docteur", pour moi ce fut, en plus, un examen humain.

Le sujet initialement proposé était : "l'influence de l'uni des revêtements routiers sur le confort et la sécurité du véhicule" ;

parce que confort et sécurité cachent un grand développement physique et mathématique séparément et "a fortiori" ensemble,

parce que la science automobile est très empirique,

parce que nous pensons que peu de choses doivent être écrites à l'encre et beaucoup au crayon (Pierre MASSE),

nous avons limité notre recherche au titre de cette thèse, tout en sachant que nous pouvions y consacrer notre vie entière.

Ainsi, notre but étant du domaine des sciences appliquées, nous avons adopté le principe de ne jamais quitter en cours d'étude le monde pratique et de proposer notre mémoire seulement à partir du moment où des applications pratiques seraient permises.

Nous remercions vivement Monsieur le Professeur SIESTRUNCK ainsi que Monsieur PASQUET, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées - Directeur du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, de nous avoir permis de réaliser, dans les meilleures conditions, notre étude tant du point de vue matériel que moral.

Nous tenons, tout particulièrement, à remercier Monsieur SAUTEREY, Ingénieur des Ponts et Chaussées - Chef du Département des Chaussées, pour son encouragement constant et sa grande confiance sans cesse manifestée.

Nos remerciements vont aussi à Monsieur LEGER, Ingénieur des Ponts et Chaussées - Chef du Département des structures et Ouvrages d'Art, et à Monsieur DE CARBON, Président Directeur Général de la Société des Amortisseurs DE CARBON, pour l'intérêt porté à cette étude et leurs conseils hautement qualifiés, ainsi qu'à :

- la Société PEUGEOT, tout particulièrement à Monsieur MARZIN,
- Le L.N.E., tout particulièrement à Monsieur CHAVAROT.

Notre amicale reconnaissance à Monsieur LE BECHEC qui, par son soutien, nous a permis de mener à bien cette thèse.

Nous remercions également Messieurs GODARD, CANESTRELLI et LARUE, ainsi que tout le personnel du L.C.P.C. qui a participé indirectement à l'élaboration de cette thèse.

à Hala, Maïa et Marya qui m'ont aidé avec beaucoup de dévouement et de patience.

S O M M A I R E

<u>AVANT-PROPOS</u>	I
<u>CHAPITRE I - MOTIVATION DE L'ETUDE</u>	1
1. Importance du problème	1
2. Les effets physiologiques des vibrations sur l'homme	2
3. La notion du confort	4
4. Intérêt de l'étude des accélérations verticales	10
5. Conclusions partielles	11
<u>CHAPITRE 2 - BASES DE L'ETUDE</u>	12
1. Le système linéaire	12
2. La fonction de transfert	13
3. Les fonctions aléatoires	18
4. La densité spectrale (P.S.D.)	19
5. La fonction d'autocorrélation	25
6. La fonction d'intercorrélation	27
7. La densité spectrale intercorrélée	29
8. Les modèles mathématiques	30
9. Conclusions partielles	31
<u>CHAPITRE 3 - LES APPAREILS DE MESURE DE L'UNI</u>	33
1. Généralités	33
2. Les appareils inertiels	34
<u>CHAPITRE 4 - INTERPRETATION DE L'ETUDE</u>	67
1. Introduction	67
2. Le mouvement du Roulis	73
3. Le mouvement de Tangage	199
4. Analyse des résultats	245
5. Conclusions partielles	292
<u>CHAPITRE 5 - L'ETUDE EXPERIMENTALE</u>	293
1. Premier plan de mesures	294
2. Deuxième plan de mesures	319
3. Conclusion	

<u>CHAPITRE 6 - L'ETUDE ANALOGIQUE</u>	359
Introduction	359
1. Les véhicules choisis	361
2. Les modèles du véhicule	361
3. Le calculateur analogique utilisé	361
4. Les programmes analogiques	364
5. Les résultats des calculs analogiques	403
6. Signification des résultats analogiques	432
7. Conclusions partielles	434
<u>CHAPITRE 7 - EXPLOITATION DES RESULTATS ET CONCLUSIONS GENERALES</u>	435
1. Projet d'une réglementation : Uni des revêtements et confort du véhicule	435
2. Détermination d'un critère confort	436
3. Conséquences pratiques	436
4. Conclusions générales	440
<u>BIBLIOGRAPHIE.</u>	441

CHAPITRE I

MOTIVATIONS DES ETUDES

1 - IMPORTANCE DU PROBLEME

1°) Le but de la recherche est d'apporter des éléments de réponse objectifs à la question : qu'est-ce qu'une route confortable ?

Le confort est un exemple de caractéristique subjective à laquelle précisément il est difficile de répondre objectivement. Cependant nous allons tenter de le faire, en cherchant la signification du mot "confort" pour diverses personnes.

L'usager moyen apprécie la notion de confort à travers son véhicule. Pour les usagers plus techniques, que sont les fabricants d'automobiles, les médecins, les ambulanciers, les pneumaticiens, la réponse est un peu plus précise, mais chacun dans leur domaine respectif. Qu'est-ce-qu'une bonne route ? Une route plane diront les uns ; pas de nids de poules diront les autres ; certains, plus évolués, penseront également aux cassis, aux dos d'âne, bref à des singularités plus particulières du revêtement. Pour les uns, il s'agira davantage de singularités très localisées pouvant provoquer des réactions très brutales du véhicule (cassis, nids de poules..) pour les autres d'un état plus global du revêtement, (pavage, chaussée dégradée, pelade...) pour d'autres enfin, il s'agira de caractéristiques que beaucoup d'ingénieurs routiers rangent dans le profil en long ou le tracé même de la chaussée.

On a assisté ces dernières années, à une évolution technique très importante des matériels de mise en oeuvre des revêtements routiers, conduisant en général à de bonnes chaussées, c'est-à-dire à des chaussées dont le nivellement a été effectué avec soin, théoriquement du moins, par fil, assurant un guidage mécanique par exemple, ou par tout autre système de guidage. L'évolution ultime de la technique routière conduit naturellement au plan rigoureux. D'un autre côté, on a assisté également à une évolution technique des suspensions des véhicules, à leur insonorisation intérieure, à un aménagement plus confortable (rembourrage des sièges, isolation vibratoire du plancher) ainsi qu'à une évolution parallèle des qualités de service des pneumatiques, assurant pour un état donné du réseau routier un "confort" accru du passager ou du conducteur pour une vitesse de circulation donnée, ou bien au maintien d'un niveau donné de confort tout en permettant une augmentation de la vitesse moyenne de parcours.

D'un point de vue économique très général, il est évident que l'ensemble de ces deux techniques convergent vers un optimum économique. Sur un plan parfait, il serait inutile d'avoir une suspension pour pouvoir rouler. Sur une chaussée très déformée au contraire, la qualité de service offerte à l'utilisateur est faible, soit par une réduction de la vitesse de circulation, soit par confort fortement diminué. Comme on vient de s'en rendre compte très rapidement, le confort est une notion très complexe.

2°) On conviendra dans un premier temps, qui constituera le travail présenté, d'assimiler de façon limitative l'"inconfort" aux accélérations verticales ou aux déplacements verticaux de la voiture, accélérations et déplacements provoqués par la route. Comme on aura l'occasion de les montrer par la suite, ces déplacements verticaux du véhicule affectent plus spécialement les roues, et dans ce sens elles ont une liaison directe avec l'adhérence susceptible d'être utilisée par l'utilisateur pour la conduite de son véhicule, ensuite ces vibrations ou déplacements verticaux affectent la caisse, et c'est dans ce sens qu'elles ont une action physiologique sur l'homme provoquant notamment la fatigue. Cette recherche constitue une étape indispensable pour l'étude de l'influence de l'un des revêtements sur la sécurité de la circulation d'une part, et sur le confort ressenti par les usagers d'autre part.

3°) Il est bien évident que la restriction représentée par la seule considération des accélérations verticales à l'exclusion des autres sollicitations (déplacements transversaux, bruits, déplacements ou accélérations longitudinales variations des caractéristiques physiologiques de l'homme au cours d'une journée) est absolument nécessaire pour permettre un travail constructif dans un temps raisonnable.

2 - LES EFFETS PHYSIOLOGIQUES DES VIBRATIONS SUR L'HOMME

1°) Effets de vibrations de l'ensemble du corps sur la vision

Des troubles d'acuité visuelle résultent des mouvements relatifs du globe oculaire dans son orbite par suite des mouvements verticaux du corps, le patient ou le conducteur du véhicule, étant supposé regarder une cible fixe. Ces troubles dépendent grossièrement de la fréquence et de l'amplitude de la vibration. [COERMANN] trouva une baisse importante de l'acuité visuelle à toutes les fréquences comprises entre 15 et 40 Hz d'une part, 60 et 90 Hz d'autre part, l'aspect des courbes traduisant la baisse d'acuité suggère des résonances des globes oculaires. [STEVENS] confirma qu'une détérioration considérable de l'acuité visuelle peut être observée à des fréquences élevées : diminution de 25 % pour une fréquence de 38 Hz et un mouvement vertical de la tête de 25 microns. [LOEB] s'intéressa à la bande de fréquence comprise entre 15 et 35 Hz (~~7~~ 0,3 g), et trouva une diminution d'acuité visuelle de 10 à 30 %, respectivement (0,25 g et 0,7 g).

Il observe un effet différentiel de l'amplitude à 15 Hz l'amplitude de la vibration influe sur le résultat, mais elle est sans effet à 25 et 35 Hz.

|LANGE| et |COERMANN| ont expérimenté dans la bande de fréquence de 1 à 20 Hz ; ils utilisent une amplitude variable entre 1 et 4 Hz les résultats sont variables avec une amélioration nette à 2 Hz, une baisse entre 4 et 6 Hz (résonances du système thorax-bassin) et une grande diminution à 12 Hz, l'acuité se détériore rapidement jusqu'à 20 Hz. Ils trouvent un effet important dans la phase de repos qui suit une vibration à 10 Hz.

|GUIGNARD| et |IRVING| utilisant une vibration entre 2 et 10 Hz ($\pm 0,25$ g) trouvèrent que pour une tâche simple de pointage, peu d'erreurs étaient faites, le temps nécessaire pour mener à bout la tâche était lié à l'ampleur de la vitesse verticale de la tête, l'effet était maximum à 3 - 4 Hz.

|DENNIS| trouva à 5 Hz environ 40 % d'erreurs (mouvement de la tête $\pm 2,5$ mm) entre 7 et 37 Hz pour des accélérations d'environ $\pm 0,47$ g, la relation entre la baisse de performance par unité de déplacement et la fréquence est logarithmique.

2°) Effets des vibrations de l'ensemble du corps sur les grandeurs respiratoires et les pressions dans les viscères thoraciques.

|DUFFNER| et |COLL| ont étudié (1962) la variation du rythme respiratoire chez dix sujets soumis à une vibration sinusoïdale verticale pendant quatre minutes, le rythme respiratoire s'élève au moment de l'établissement des vibrations puis baisse à nouveau, ils notent une hyperventilation au début des vibrations à toutes les fréquences étudiées (2 à 7 Hz). L'hyperventilation est grande à 4 et 5 Hz et est liée au niveau d'accélération imposé au sujet (0,15 à 0,35 g). Quant à la consommation d'oxygène, elle est accrue pendant la vibration avec un maximum pour les basses fréquences. |GAEUMAN| et |COLL| ont fait des expériences dans les mêmes conditions que ci-dessus (homme assis, vibrations verticales sinusoïdales, fréquence 2 à 15 Hz amplitude constante ± 3 mm), ils expriment les résultats (FIG. 1) en pourcentage de consommation pendant les vibrations (V) par rapport à la période initiale de repos nommée contrôle (C). Pendant les vibrations qui duraient vingt minutes, la consommation d'oxygène exprimée en % croissait presque linéairement avec la fréquence, elle atteignaient à 15 Hz 60 % de sa valeur au repos.

En bref, les études qui ont porté sur les effets respiratoires des vibrations ont mis en évidence une nette hyperventilation et un accroissement de consommation d'oxygène. Ces deux effets semblent dépendants de la fréquence. Les conséquences mécaniques des vibrations sur l'oscillation

du flux d'air respiré semblent présenter un maximum dans la zone de fréquence de la résonance du thorax (4 - 6 Hz). La consommation d'oxygène croît en fonction de la fréquence mais elle est aussi liée au niveau de l'accélération imposé à l'homme.

3°) Effets des vibrations de l'ensemble du corps sur la fréquence cardiaque.

|HOOD| et |COLL| ont imposé (1966) des vibrations sinusoïdales dans la direction antépostérieure du corps à quatre sujets allongés avec les jambes surélevées, ils ont observé une augmentation de la pression sanguine moyenne, du rythme cardiaque (FIG 2), du débit cardiaque, à la consommation d'oxygène et du volume ventilatoire par minute. Ces effets ont été plus marqués à 1,2 g (crête à crête) qu'à 0,6 g et plus à 8 et 10 Hz qu'à des fréquences supérieures et inférieures. Les changements produits ont été similaires à ceux que donnent des mouvements passifs des extrémités ou une contraction faible de la musculature.

|TARRIERE| et |REBIFFE| ont mesuré (1964) la fréquence cardiaque de sujets conduisant un engin lourd à pneumatiques. Ils ont obtenu un accroissement significatif de la fréquence cardiaque lorsque les vibrations du véhicule étaient associées à la manoeuvre des commandes ou au bruit (+ 20 à + 30 battements). Par contre, cet accroissement n'était pas net lorsque le conducteur était seulement soumis au bruit ou à la manoeuvre des commandes (+ 10 battements).

3 - LA NOTION DU CONFORT

|LEGER| (en 1970) considère dans la notion de confort le niveau d'accélération et aussi la répétition de ces accélérations. Si on ajoute à cela le fait que le seuil de désagrément et le seuil intolérable sont relativement peu écartés, et le fait que nous n'avons pris en compte jusqu'ici que des vibrations verticales, alors que le passager est soumis à bien d'autres sollicitations, on conçoit que la détermination objective du niveau de confort, et particulièrement du niveau de confort de plusieurs véhicules différents sur une chaussée donnée ne soit pas chose facile ; il convient de signaler toutefois que des essais effectués par |SHWADERER| en R.F.A. ont montré que le jugement du confort apporté sur une route, par une population de conducteurs quelconques, est indépendant du véhicule utilisé quand celui-ci est conduit par son chauffeur habituel, ce qui revient à dire qu'une seule description de l'état géométrique de la chaussée, indépendante du véhicule utilisé, peut être employée pour comparer le confort offert par plusieurs routes, mais que les niveaux absolus de confort dépendent, eux, du véhicule utilisé.

AUGMENTATION DE CONSOMMATION D'OXYGENE ET DE VENTILATION PENDANT LES VIBRATIONS ENTRE 2 et 15 HZ . -

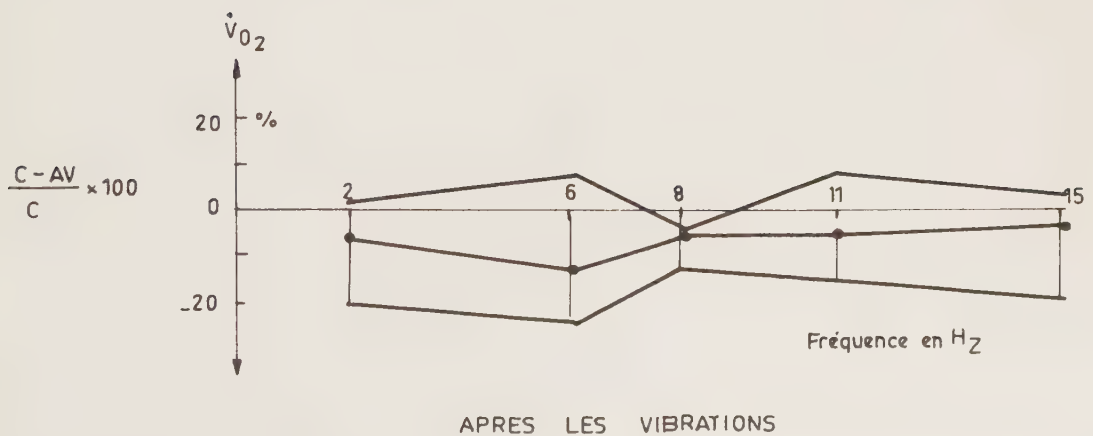
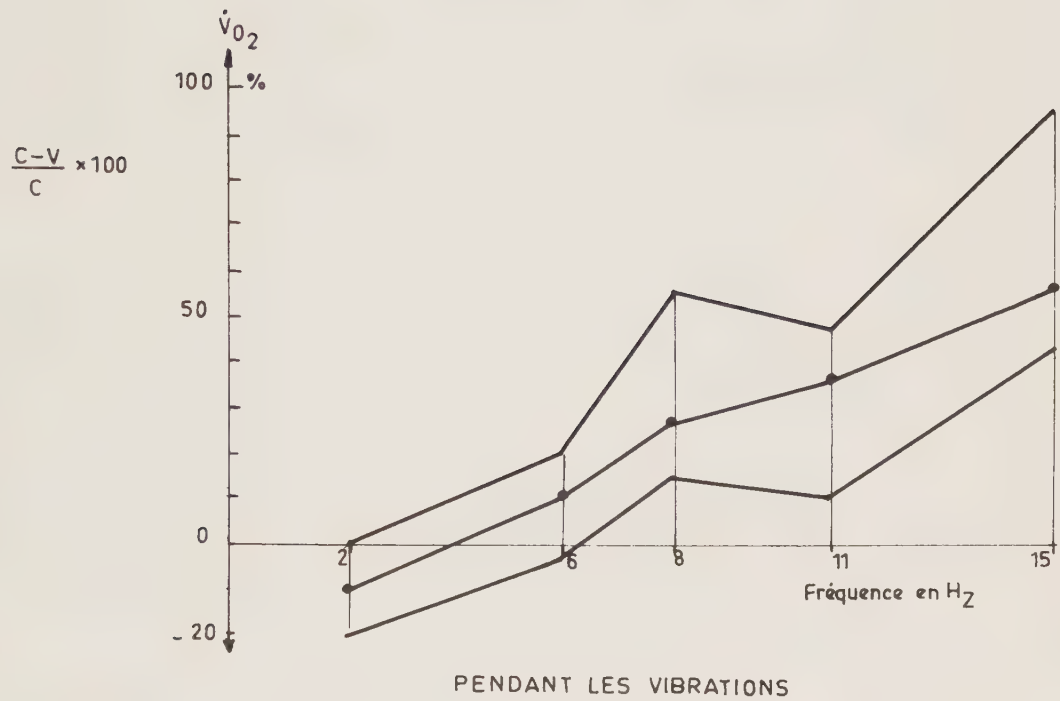


Fig. 1

— AUGMENTATION DE LA FREQUENCE CARDIAQUE PENDANT
LES VIBRATIONS ENTRE 2 et 12 HZ. —

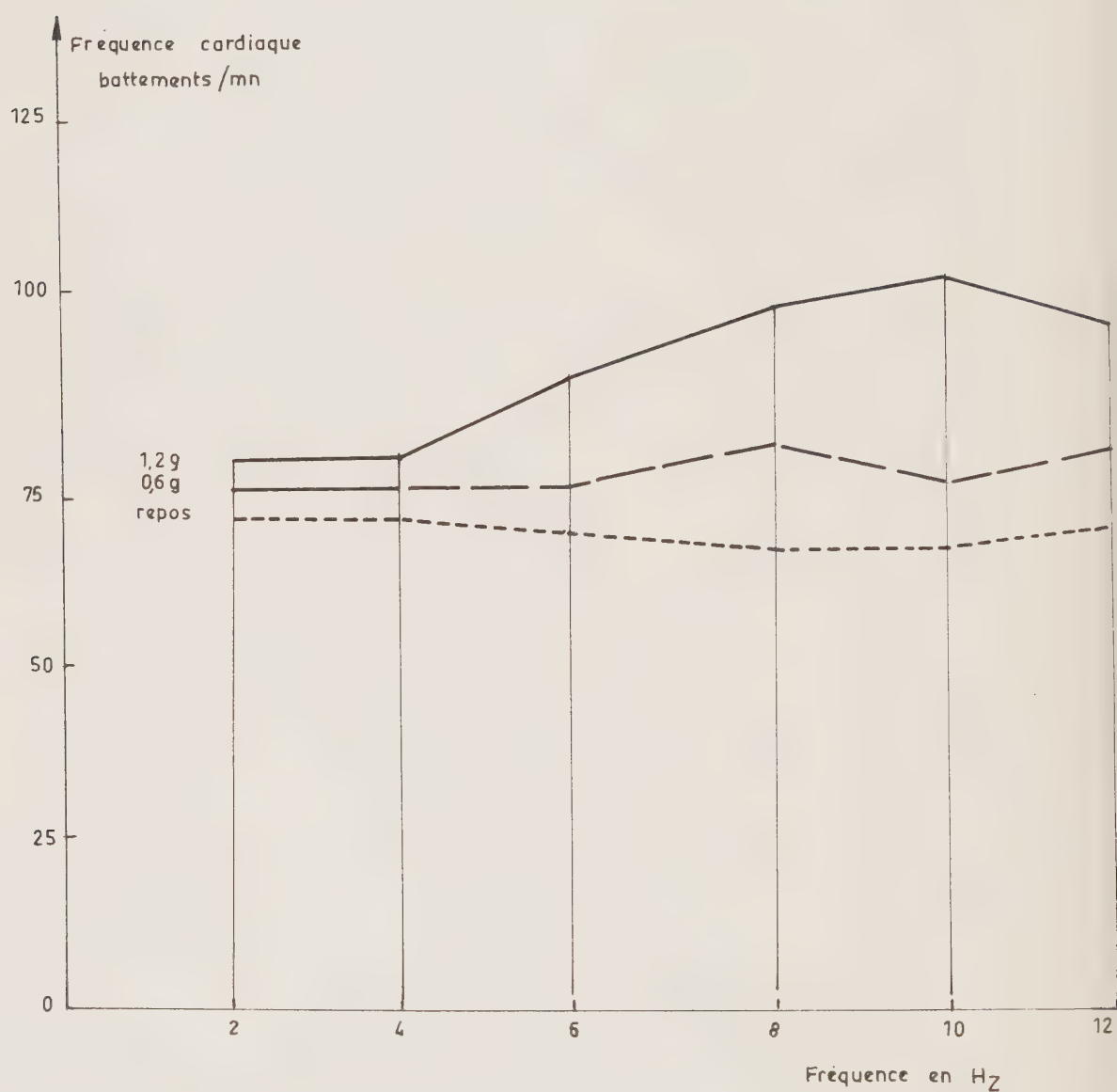


Fig. 2

Compte tenu de ces imprécisions, on a tendance à caractériser le confort par une fonctionnelle liée à la densité spectrale d'accélération verticale prise en un certain point du véhicule, ce qui, ainsi qu'il a été vu plus haut, revient à prendre comme critère une certaine puissance absorbée par l'usager.

Il faut remarquer à ce propos qu'il n'est pas suffisant de prendre l'accélération en un point de la caisse du véhicule. L'ensemble siège-passager joue en fait, le rôle d'un filtre amplifiant légèrement les accélérations dans la bande de fréquence 1 Hz - 5 Hz et atténuant considérablement les fréquences supérieures à 5 Hz. C'est pourquoi les mesures sont généralement faites en interposant un accéléromètre entre le siège et le conducteur (cela revient à négliger les vibrations de plus haute fréquence qui peuvent être transmises au conducteur soit par les jambes, soit par l'intermédiaire du dossier). (Fig. 3).

Bien que certains modèles mécaniques aient été proposés pour simuler le passager, il paraît impossible, à l'heure actuelle, de vouloir faire entrer dans la fonctionnelle une fonction de transfert très élaborée correspondant à l'état humain. C'est pourquoi, on choisit généralement, en se basant sur le fait que les différents seuils d'inconfort en accélération sont relativement peu dépendant de la fréquence, de prendre comme fonctionnelle l'intégrale de 0 à ∞ de la densité spectrale des accélérations verticales subies par le passager, qui est égale à la dispersion de ces accélérations, et qui correspond à la puissance moyenne qui serait absorbée si l'être humain était remplacé par un amortisseur unique.

On prendra donc comme critère de confort un coefficient :

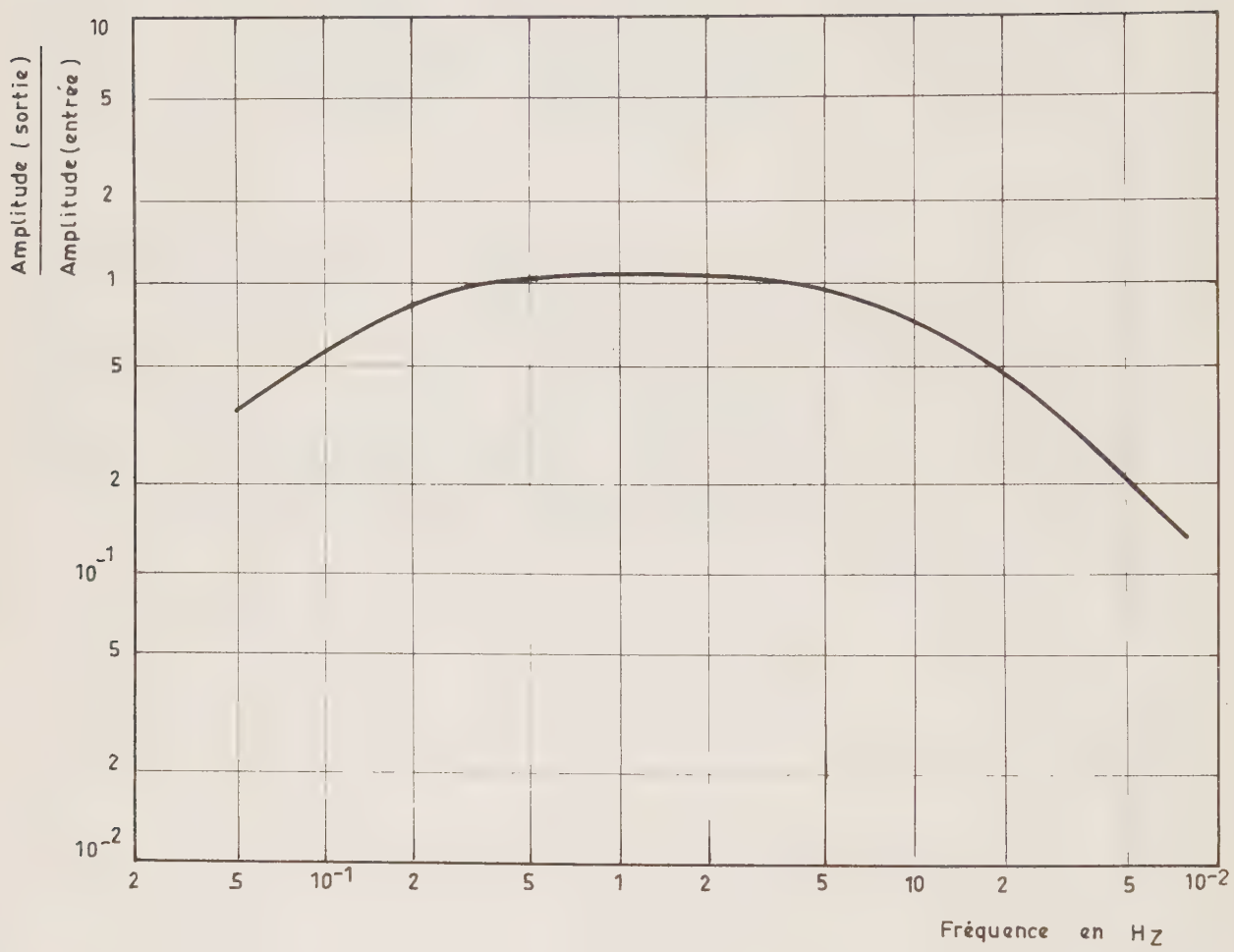
$$A = \int_0^{\infty} \Phi V(\omega) \left| H \gamma(\omega) \right|^2 \cdot d\omega$$

ou bien

$$A = \int_0^{\infty} K(\omega) \Phi V(\omega) \left| H \gamma(\omega) \right|^2 \cdot d\omega$$

où

$H \gamma(\omega)$ est la fonction de transfert entre excitation route et accélération au niveau du siège.



. OSCILLATIONS VERTICALES ET CONFORT, FACTEUR DE PONDERATION HUMAIN .
. FILTRE SELECTIF POUR LE CALCUL DU COEFFICIENT DE CONFORT K DES
ACCELERATIONS VERTICALES .

Fig. 3

|DE CARDON| n'a pas donné une définition précise pour la notion du confort mais au cours d'une étude faite pour la suspension amortie des véhicules (1950) il a défini le confort de la manière suivante : "...le meilleur réglage de l'amortisseur au point de vue du confort c'est-à-dire celui qui conduit aux accélérations minima,... "et" l'inconfort résultant des oscillations de roulement d'un véhicule a pour cause essentielle les accélérations verticales imposées au corps humain "et puis" les accélérations subies par le passager soient aussi faibles que possible lorsque le véhicule roule sur une route donnée".

|DEUTSCH| non plus n'a pas précisé cette notion de confort, il a conclu dans un paragraphe intitulé "confort" que : "D'une façon générale, le confort demande d'isoler le passager des sources de sollicitations périodiques du contact roue-sol" et "... les considérations générales, pourtant très importantes, qui relient le Confort aux accélérations subies par le passager". Enfin, "le confort du passager suppose, en condition normale, qu'il n'est pas sollicité plus que :

- accélération vers le bas : 0,05 g
- accélération transversale : 0,15 g
- variation d'accélération transversale en évolution sinueuse : 0,1 ou mieux 0,06 g/s.

|JEUFFROY| estime (1961) "que la méthode la plus rationnelle d'appréciation du confort consiste à rechercher, soit par des méthodes géométriques, soit des méthodes dynamiques, les spectres d'énergie des profils. Ce sont en effet les spectres d'énergie qui permettent de prédire le comportement des véhicules et par suite les oscillations auxquelles seront soumis les usagers.

Les méthodes de contrôle dites "à la règle" permettent bien de déceler des "flaches" ou des "bosses" localisées. Mais elles ne permettent pas de saisir le confort dans toute sa généralité. C'est ainsi que, par exemple, le contrôle simple à la règle de 3 m avec mesure de la flèche au centre masque toutes les imperfections dont la fréquence est voisine de 0,65 cycle par mètre, fréquence très gênante pour les véhicules.

Les méthodes de contrôle dynamiques du type "Roughness Indicator" sont sans doute plus satisfaisantes pour l'esprit, mais elles donnent une importance exagérée aux fréquences correspondant aux caractéristiques de réponses, mal connues d'ailleurs, de la remorque d'essai à la vitesse d'essai".

4 - INTERET DE L'ETUDE DES DEPLACEMENTS ET DES ACCELERATIONS VERTICAUX PROVOQUES PAR L'IRREGULARITE DE L'UNI DES REVETEMENTS ROUTIERS.

Les accélérations verticales constituent donc l'élément principal du confort du véhicule et de la sécurité de celui-ci en ligne droite.

Il est tentant de séparer ces deux notions par simplification. Cela n'est possible qu'en partie. En effet, une voiture stable et sûre mais inconfortable (ou trop confortable) peut être la cause des accidents, soit par fatigue du conducteur, soit par impossibilité pour celui-ci d'évaluer les sollicitations dynamiques demandées à leur juste valeur.

L'étude de l'influence des déplacements et des accélérations verticales, provoqués par l'uni a pour but, non seulement d'améliorer les routes et les voitures, mais aussi plus précisément d'éclairer le rôle de l'uni du point de vue de la sécurité du passager, ce qui est la préoccupation actuelle de la plupart des chercheurs dans les domaines de la route et du véhicule.

Certains comme |CADIOU| attribuent à l'uni et surtout à l'accélération verticale provoquée par celui-ci, la responsabilité totale du point de vue de "confort" et de "sécurité" du véhicule (tenue de la route) : "L'usager ne profite pas pleinement des qualités de son véhicule, ces qualités étant même parfois gravement perturbées. Il y a beaucoup de cas où la route, par le chemin de roulement qu'elle offre et par son tracé, trouble le pilote, peut le mettre en difficulté et créer l'incident ou l'accident... Ce confort est caractérisé, en dehors des mouvements et périodes de déplacement vertical de la caisse, par la réduction de la perception des chocs et des vibrations,...

"Nous avons constaté, avec nos grandes flexibilités, que sur bonne route, un très faible amortissement est suffisant, cependant un tel réglage devient inadmissible dès que le profil en long de la route induit de brusques variations d'accélération verticale...".

Ainsi, pour quelques endroits incriminés, les passagers perdent, sur tout le parcours, le bénéfice du confort permis par les grandes flexibilités, c'est d'autant plus regrettable que ces grandes flexibilités contribuent au premier chef à la sécurité préventive..., certain revêtements défient toutes possibilités d'obtenir un confort acceptable".

|DUPASQUIER| a précisé que "sur le confort vertical et le bruit, des études approfondies et un travail en commun sérieux permettent au constructeur et au manufacturier de définir le meilleur compromis" mais "Nous n'avons pas pu aller plus avant dans l'évocation des relations véhicule-pneu, sans faire intervenir la route, car quel que soit le soin apporté en commun par les constructeurs et les "pneumatiques" pour réaliser un ensemble homogène, les problèmes les plus difficiles à résoudre

viennent de la nature et de l'état de nos voies de communication. La "route" doit nous aider, non pas en réalisant des chaussées parfaites, ce qui n'est toutefois pas à exclure, mais en essayant d'éliminer les accidents des revêtements et des sols, dont les pneumatiques, présentant par ailleurs des avantages importants sur le plan de la sécurité, s'accommodent mal".

5 - CONCLUSIONS PARTIELLES

1°) L'étude des accélérations verticales porte à la fois sur : l'influence de l'uni sur le confort, l'influence de l'uni sur la sécurité des véhicules au moins dans un certain domaine.

2°) L'uni des revêtements est mis en cause par les pneumaticiens, les fabricants de l'automobile et les ergonomes comme l'origine presque principale de l'inconfort. Il faut mettre en évidence son rôle sur les divers éléments de façon objective, de façon à définir les remèdes à apporter, sans perdre de vue les incidences économiques de cette nouvelle contrainte appliquée de façon systématique.

Il faut donc mesurer l'uni des chaussées, et connaître les spectres d'énergie des profils.

3°) Il faut aussi prédire le comportement du véhicule par les oscillations auxquelles il seront soumis sur les divers unis des revêtements routiers.

4°) Bien qu'il y ait d'autres effets de l'uni sur le véhicule, que les accélérations et les déplacements verticaux, nous n'avons considéré que ceux-ci, car ils interviennent de façon très largement prédominante.

Naturellement, le domaine restant est également très intéressant, mais notre souci d'efficacité nous conduit à nous limiter, dans cette recherche, à la variable la plus importante.

C H A P I T R E 2

BASES DE L'ETUDE

I - LE SYSTEME LINEAIRE

Soient $e(t)$ et $s(t)$ respectivement l'entrée et la sortie d'un "système linéaire", on dit qu'un système est linéaire si l'entrée $e_i(t)$ produit la sortie $s_i(t)$,

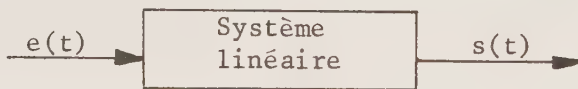
$$\text{l'entrée } e(t) = a_1 e_i(t) + a_2 e_2(t)$$

$$\text{produit la sortie } s(t) = a_1 s_i(t) + a_2 s_2(t)$$

Encore, on dit qu'un système est linéaire si :

- le principe de superposition s'applique.
- le système est régi par une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

Le système linéaire est "invariant" si une entrée $e(t)$ produit une sortie $s(t)$, l'entrée $e(t + \tau)$ produit la sortie $s(t + \tau)$, et si son équation différentielle est à coefficients constants.



si on applique une entrée sinusoïdale $z(t)$:

$$Z(t) = Z(i\omega) e^{i\omega t}$$

à un système linéaire (invariant), la sortie $Z(t)$, si elle existe en régime permanent, prend la forme :

$$Z_1(t) = Z_1(i\omega) e^{i\omega t}$$

On caractérise un système linéaire invariant par sa réponse en fréquence, ce qui explique l'intérêt de l'analyse harmonique pour l'étude des systèmes linéaires.

Un système linéaire à m entrées : $E_1, E_2, E_3, \dots, E_m$ et n sorties $S_1, S_2, \dots, S_n$ possède le PRINCIPE DE SUPERPOSITION linéaire :

1. Homogénéité : (proportionnalité des effets aux causes) si les entrées sont multipliées par un même facteur constant K, les sorties sont également multipliées par K.

2. Additivité : (les causes ajoutent leurs effets). Les sorties résultant des entrées : $E_1 + e_1, E_2 + e_2 \dots$ sont la somme des sorties résultant séparément des entrées ($E_1, E_2 \dots$) et ($e_1, e_2 \dots$).

Enfin, le système régi par des équations différentielles linéaires, mais dont les coefficients sont des fonctions du temps est un système linéaire selon la notion mathématique de système linéaire.

2 - FONCTION DE TRANSFERT

1°) Notion de la fonction de transfert :

Soit un système linéaire régi par une équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$B_n \frac{ds^n}{dt^n} + \dots + B_2 \frac{d^2S}{dt^2} + B_1 \frac{dS}{dt} + B_0 S(t) =$$

$$A_m \frac{d^m E}{dt^m} + \dots + A_n \frac{d^2 E}{dt^2} + A_1 \frac{dE}{dt} + A_0 E(t).$$

si on prend la transformée de Laplace des deux membres, On est ainsi amené à écrire :

$$(B_n p^n + \dots + B_1 p + B_0) S(p) = (A_m p^m + \dots + A_1 p + A_0) E(p)$$

Soit :

$$S(p) = \frac{A_m p^m + \dots + A_I p + A_o}{B_n p^n + \dots + B_I p + B_o} E(p)$$

La fonction :

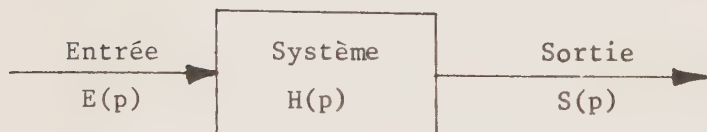
$$\frac{A_m p^m + \dots + A_I p + A_o}{B_n p^n + \dots + B_I p + B_o}$$

est caractéristique du système, on l'appelle sa fonction de transfert (I) (F.T.) ; alors :

$$S(p) = H(p) E(p)$$

ou

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$



On a supposé que le système part du repos, ça veut dire que pour toute valeur de $t < 0$ on a :

$$S(t) = \frac{ds}{dt} = \dots \frac{dE}{dt} = 0$$

et dans ce cas, le système est, en transformées de Laplace, un opérateur de multiplication par $H(p)$.

2°) La réponse en fréquence :

Si le système est soumis à un essai harmonique (on impose à l'entrée une excitation sinusoïdale) :

$$E(t) = E_o \sin \omega t$$

Le système étant linéaire, il en résultera à la sortie une réponse forcée de même pulsation w , différente de $E(t)$ par son amplitude S_0 et sa phase $\emptyset$:

$$S(t) = S_0 \sin (wt + \emptyset)$$

on pose : $A = \frac{S_0}{E_0}$ rapport d'amplitude :

$$S(t) = AE_0 \sin (wt + \emptyset)$$

$$\text{l'équation : } B_n \frac{d^n S}{dt^n} + \dots + B_0 S(t) = A_n \frac{d^n E}{dt^n} + \dots + A_0 E(t)$$

prend, en remplaçant $(i \sin w)$ par la partie imaginaire de (E^{iw}) :

$$i \sin K = \text{partie imaginaire de } e^{iK}$$

la forme suivante :

$$B_n (iw)^n A E_0 e^{i(wt + \emptyset)} + \dots + B_0 E_0 e^{i(wt + \emptyset)}$$

$$A_m (iw)^m E_0 e^{iwt} + \dots + A_0 E_0 e^{iwt}$$

d'où après division par $e^{iwt} E_0$,

$$Ae^{i\emptyset} = \frac{A_m (iw)^m + \dots + A_0}{B_n (iw)^n + \dots + B_0}$$

On retrouve la fonction de transfert :

$$Ae^{i\emptyset} = H(iw) + H(P)$$

(I) ou : "admittance généralisée ou complexe" ; "Opérateur de performance" ; "Coefficient de transmission" ; "Transmittance".

Donc, lorsqu'on impose au système une entrée sinusoïdale de fréquence angulaire (pulsation) ω , sa réponse forcée est une grandeur sinusoïdale de fréquence ω mais dont :

1 - l'amplitude est celle de l'entrée multipliée par le module de $H(i\omega)$:

$$A = \frac{S_o}{E_o} = H(i\omega) ;$$

2 - la phase est en avance (algébrique) sur l'entrée de l'argument de $H(i\omega)$:

$$\phi = \arg H(i\omega)$$

On dira que $H(i\omega)$ exprime la réponse en fréquence du système.

On obtient les réponses en fréquence d'un système en substituant des valeurs imaginaires pures ($P = i\omega$) dans sa fonction de transfert :

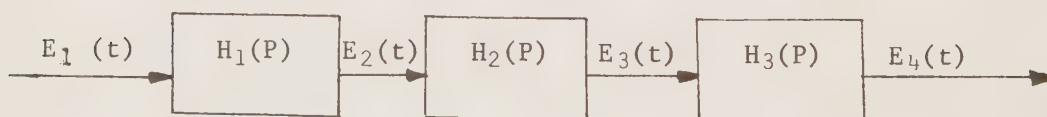
$$A(\omega) e^{i\phi(\omega)} = H(i\omega).$$

Les courbes de réponse en fréquence (A et ϕ en fonction de ω) représentent donc le module et la phase du nombre complexe $H(i\omega)$.

L'avantage de cette méthode est telle qu'on puisse définir un système en effectuant des essais harmoniques à diverses fréquences et en mesurant A et ϕ à chacune d'elles.

3°) Fonction de transfert d'un système en cascade :

La fonction de transfert d'un ensemble en cascade s'obtient à partir des fonctions de transferts des éléments :



On a :

$$E_2(P) = H_1(P) \times E_1(P)$$

$$E_3(P) = H_2(P) \times E_2(P)$$

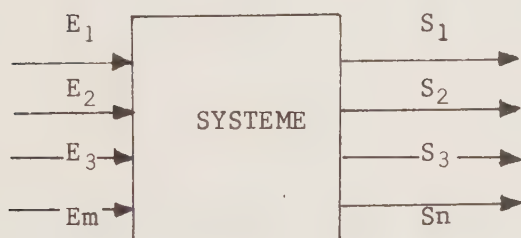
$$E_4(P) = H_3(P) \times E_3(P)$$

$$\text{d'où : } E_4(P) = H_1(P) \times H_2(P) \times H_3(P) \times E_1(P)$$

c'est-à-dire que si on l'envoie un signal sinusoïdal dans une chaîne d'éléments, les affaiblissements ou les gains produits dans chacun se multiplient et les déphasages s'ajoutent.

4°) Fonction de transfert d'un système à plusieurs variables :

Dans ce système, il y a m entrées $E_1(t)$, $E_2(t)$... $E_m(t)$ commandant n sorties $S_1(t)$, $S_2(t)$... $S_n(t)$, ce système est linéaire si les fonctions des sorties sont reliées à celles des entrées par des équations différentielles linéaires à coefficients constants



Après un choix convenable des origines des variables, puis transformation de Laplace on obtient un système d'équations algébriques :

$$S_1(P) = H_{11}(P) E_1(P) + \dots + H_{1m}(P) E_m(P)$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \dots \quad \text{---}$$

$$S_n(P) = H_{n1}(P) E_1(P) + \dots + H_{nm}(P) E_m(P)$$

Ce système peut être représenté sous la forme de la relation matricielle suivante :

$$\begin{vmatrix} S(P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H(P) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} E(P) \end{vmatrix}$$

$$S = \begin{vmatrix} H \end{vmatrix} \times E$$

La matrice $\|H(P)\|$, qui s'appelle matrice de transfert, généralise la notion de fonction de transfert, elle a n lignes et m colonnes dont les éléments H_{ij} sont des fractions rationnelles en (P) :

$$\|H(P)\| = \begin{vmatrix} H_{11}(P) & H_{12}(P) & \dots & \dots & H_{1m}(P) \\ H_{21}(P) & H_{22}(P) & \dots & \dots & H_{2m}(P) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{n1}(P) & H_{n2}(P) & \dots & \dots & H_{nm}(P) \end{vmatrix}$$

La connaissance de la matrice $H(P)$ définit entièrement le système.

- Le régime statique est défini par la matrice numérique réelle $H(o)$,
- Le comportement en régime forcé sinusoïdal est défini par la matrice numérique complexe $H(i\omega)$.
- Le système est stable si les pôles ont leurs parties réelles négatives.

3 - LES FONCTIONS ALEATOIRES

On peut déterminer l'évolution d'un système où le hasard intervient, par un processus aléatoire qui caractérise cette évolution en fonction du temps pour chaque instant t .

Il nous faut un grand nombre de variables pour déterminer l'état du système à cet instant, mais on se limite généralement au cas où une seule variable Z est suffisante, l'évolution du système est alors représentée par une fonction aléatoire $Z(t)$.

1. Le phénomène aléatoire stationnaire : est celui dont l'évolution est déterminée en calculant les moyennes prises sur des échantillons, c'est-à-dire : la moyenne arithmétique, quadratique, ... et la fonction d'autocorrélation.

Si la moyenne arithmétique (p ex.) et la fonction d'autocorrélation varient en fonction du temps, on se trouve devant le phénomène non stationnaire.

Si les deux quantités ci-dessus sont indépendantes du temps le phénomène sera stationnaire.

2. Le phénomène aléatoire, stationnaire et ergodique : est celui dont l'évolution est déterminée en calculant les grandeurs ci-dessus sur un seul échantillon représentatif.

4 - LA DENSITE SPECTRALE

1. Représentation d'une fonction aléatoire, stationnaire, ergodique :

On utilise un trièdre orthonormé, on porte Fig (4) :

- le temps suivant oX ,
- la fréquence suivant oY ,
- la grandeur aléatoire suivant OZ ou l'une de ses fonctions, par

exemple $\frac{\overline{X^2(t)}}{dw}$ avec $dw = \Delta w$

Un point de l'espace tel que (A) définit une valeur de Z fonction du temps et de la fréquence (ou de la pulsation).

On voit qu'une composante de fréquence donnée, f_1

par exemple, varie de manière absolument pas périodique en fonction du temps, par ailleurs z se traduit par une surface dont on a représenté l'intersection S par le plan ZOf .

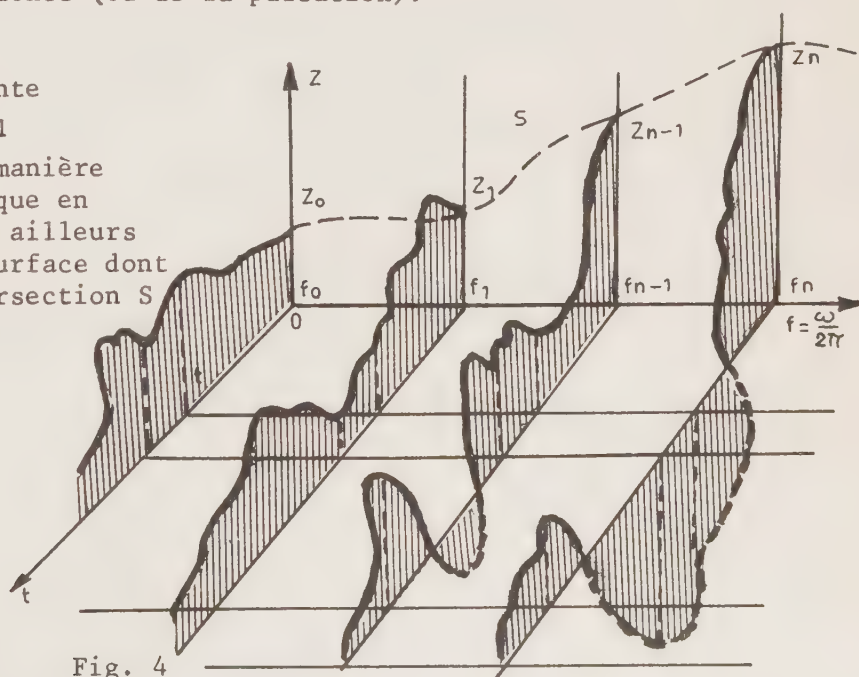


Fig. 4

2. Notion de la densité spectrale :

Nous allons prendre, pour présenter la notion de la densité spectrale, le cas d'un système linéaire à un degré de liberté excité par une somme d'excitation harmonique.

L'excitation dans ce cas s'écrit :

$$F(t) = \sum_{k=0}^{k=n} F_k \cdot e^{i\omega_k t}$$

La réponse, en raison du principe de superposition sera :

$$R(t) = \sum_{m=0}^{m=n} H_k \cdot F_k \cdot e^{i\omega_k t}$$

si $\omega_k = m\omega_0$ (ω_k est multiple de ω_0 pulsation fondamentale), on a :

$$F(t) = \sum_{m=0}^{m=n} F_m \cdot e^{i\omega_0 t}$$

Nous allons étudier un enregistrement type d'une durée de $2T$ relativement grande et nous allons prendre cette durée comme période de manière à pouvoir utiliser la décomposition en série de "Fourier", puis nous passerons à la limite en faisant tendre T vers l'infini.

La décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} C_m e^{i\omega_0 t}$$

$$C_m = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t) e^{-i\omega_0 t} dt$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} \quad \text{période } T_0 = 2T$$

$$\omega_0 = \Delta\omega \quad \text{très petit}$$

$$\frac{1}{2T} = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$$

d'où :

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta w}{2\pi} \int_{-T}^{+T} f(t) e^{-iwt} dt \cdot e^{iwt}$$

$$T \rightarrow \infty \quad \text{donc} \quad \Delta w \rightarrow dw$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{dw} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-iwt} dt \cdot e^{iwt}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-iwt} dt = F(iw) \quad \text{transformée de Fourier de } f(t)$$

d'où :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(iw) e^{iwt} dw$$

ou en remplaçant w par $2\pi f$ (fréquence) :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(if) e^{i2\pi f t} df$$

Calculons maintenant la moyenne quadratique :

$$\text{elle a pour expression : } \overline{x^2} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

$$\text{Soit } \overline{f(t)^2} = \frac{1}{T} \int_0^{+T} f(t)^2 dt \quad (\text{on a pris au début : } T = 2T).$$

On remplace :

$$\int_{-T}^{+T} f(t)^2 dt \quad \text{pour} \quad T \rightarrow \infty$$

$$\text{par : } \int_{-T}^{+T} f(t)^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot f(t) \cdot dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(if) e^{i2\pi f t} \cdot df \right] dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F(if) \int_{-\infty}^{+\infty} [f(t) \cdot e^{i2\pi f t} \cdot dt] df$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} F(if) F^*(if) df \quad (1)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} [F(if)]^2 df = 2 \int_0^{+\infty} [F(if)]^2 df$$

En divisant par $2T$ en faisant $T \rightarrow \infty$

$$x(t)^2 = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)^2 dt = \int_0^{\infty} \lim \left[\frac{2}{2T} |F(if)^2| df \right]$$

on voit sur la figure (4) que :

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{2T} |F(if)^2| df \right]$$

est la densité spectrale. Elle montre comment sont réparties les composantes fréquentielles de la fonction $f(t)$ depuis la fréquence 0 jusqu'à la fréquence infinie ; on remarque qu'elle ne fait pas intervenir la phase.

La transformée de Fourier nous a permis, alors, de passer d'un espace amplitude-temps ou (Amplitude)² - temps à un espace amplitude ou (amplitude)² - fréquence.

La densité spectrale est appelée aussi spectre du puissance ; l'unité employée est variée : Newton^2/H , m^2/H , mm^2/H ... etc.

3. Exemple pratique

CALCUL DE LA REPONSE D'UN SYSTEME LINEAIRE A UNE EXCITATION ALEATOIRE STATIONNAIRE, ERGODIQUE UNIQUE :

La réponse à une excitation aléatoire unique $f(t)$ est :

$$r(t) = H(w) f(t) = H(2\pi f) f(t)$$

appliquons la transformée de Fourier aux deux membres :

$$R(if) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) e^{-ir\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} H(2\pi f) \cdot f(t) e^{-ir\pi ft} dt$$

$$R(if) = H(2\pi f) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i2\pi ft} dt = H(2\pi f) \cdot F(if)$$

Ce qui exprime de la manière suivante :

La transformée de Fourier de la réponse d'un système linéaire soumis à une excitation unique est égale au produit de la réponse en fréquence du système par la transformée de Fourier de l'excitation unique,

On a vu que :

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{2T} |F(if)|^2 \right]$$

(1) $F^*(if)$ est la conjuguée de $F(if)$; rappelons que pour obtenir la partie réelle d'un nombre complexe $a + ib$, il suffit de lui ajouter son imaginaire conjuguée $a - ib$ et de diviser le résultat par 2 :

$$\frac{(a + ib + a - ib)}{2} = a$$

soit alors $F_0 e^{i\omega t}$ l'excitation = $F_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t)$.

Sa conjuguée que nous désignerons par :

$$F_0^* e^{-i\omega t} \text{ sera } F_0 (\cos \omega t - i \sin \omega t)$$

On aura donc pour le spectre de la réponse :

$$\begin{aligned}
 S(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{T}{2T} |R(if)|^2 \right] \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{T}{2T} |H(2\pi f) \cdot H^*(2\pi f) \cdot F(if) \cdot F^*(if)| \right] \\
 &= \lim \left[\frac{2}{2T} |F(if)|^2 \right] \cdot |H(2\pi f)|^2 \\
 &= |H(2\pi f)|^2 \cdot S(f)
 \end{aligned}$$

Ce qui s'exprime de la façon suivante : la densité spectrale de la réponse d'un système linéaire soumis à une excitation unique est égale au produit du carré de la valeur absolue de la réponse en fréquence en écriture complexe par la densité spectrale de l'excitation unique.

On peut calculer graphiquement la réponse en joignant à la relation précédente la relation :

$$\overline{x(t)^2} = \int_0^\infty S(f) \cdot df$$

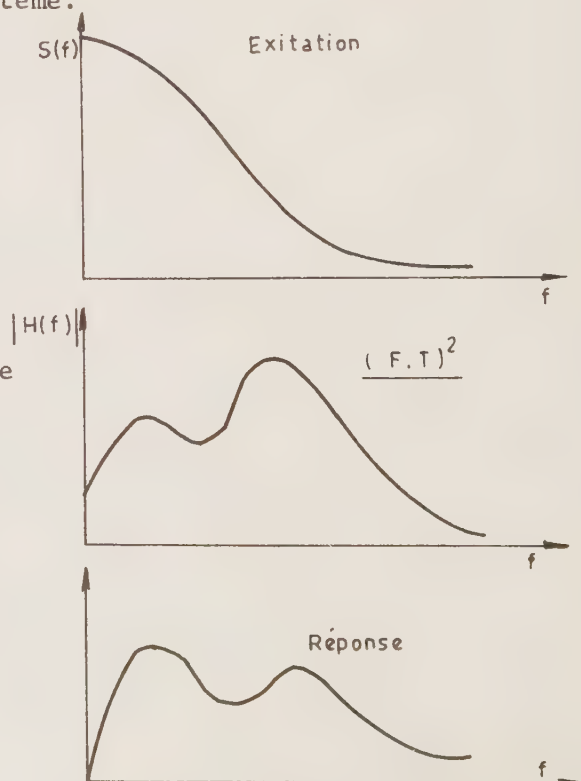
quand on a le spectre de l'excitation et la réponse en fréquence calculé (ou obtenu expérimentalement) du système.

En effet la courbe représentant $S(f)$ en fonction de (f) étant connue, on choisira un certain nombre de points pour lesquels on fera le produit :

$$S(f)_{\text{exc.}} \cdot H(2\pi f)^2 = S(f)_{\text{rep.}}$$

le planimétrage de la nouvelle courbe donnera la moyenne quadratique de la réponse.

Dans le cas où la distribution de l'excitation est Gaussienne et le système linéaire, on a de nombreux éléments statistiques puisque dans ce cas la distribution de la réponse est également Gaussienne.



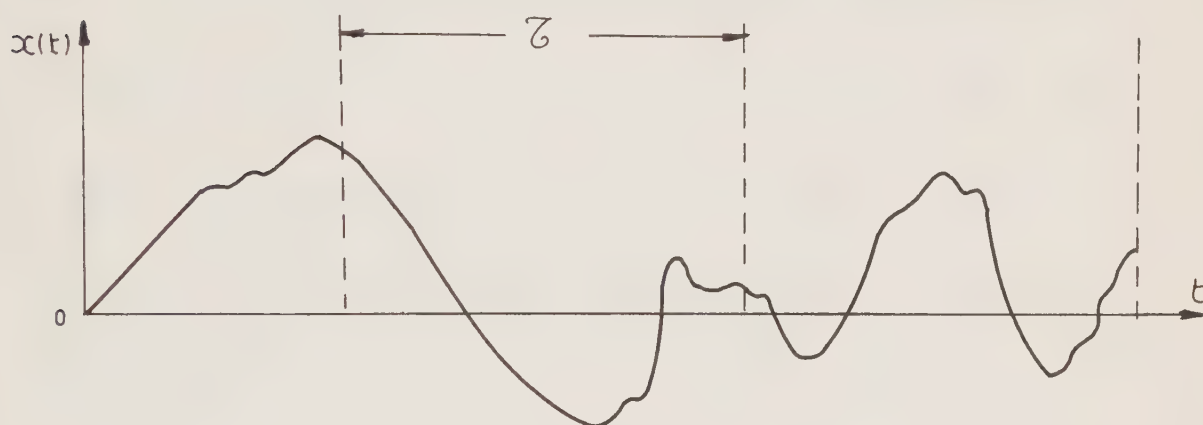
5 - LA FONCTION D'AUTOCORRELATION

1. Définition

La fonction d'autocorrélation $R(\tau)$ d'une quantité aléatoire $x(t)$ est définie par :

$$R(\tau) = \overline{x(t) x(t + \tau)}$$

On prend la valeur de $x(t)$ à un instant quelconque et la valeur de cette même quantité au bout d'un intervalle de temps après ($t + \tau$), on fait le produit, on répète l'opération pour toutes les valeurs de t . On fait la moyenne de tous ces produits.



A - Si le temps sur lequel on travaille est assez long, $R(\tau)$ est indépendante de t et fonction seulement de τ .

$$B - R(0) = \overline{x(t)^2} = \text{Moyenne quadratique}$$

C - Lorsque τ devient très grand et si $\overline{x(t)} = 0$, il y a une corrélation de plus en plus lâche entre $x(t)$ et $x(t + \tau)$; les valeurs de $x(t) \cdot x(t + \tau)$ sont tantôt positives, tantôt négatives et sont disposées symétriquement de part et d'autre de $x(t) = 0$, de sorte que $R(\alpha) = 0$

D - Donc, $R(\tau)$ variera de $\overline{x(t)^2}$ à zéro d'autant plus rapidement que les fréquences composantes de $x(t)$ seront plus élevées.

2. Propriétés de fonction d'autocorrélation

A - Si $x(t)$ a une moyenne non nulle : $x(t) = \overline{x(t)} + \phi(t)$ ou $\phi(t)$ est la partie fluctuante de moyenne nulle $\overline{\phi(t)} = 0$ $R(\tau) = \overline{x(t)^2} + R\phi(\tau)$

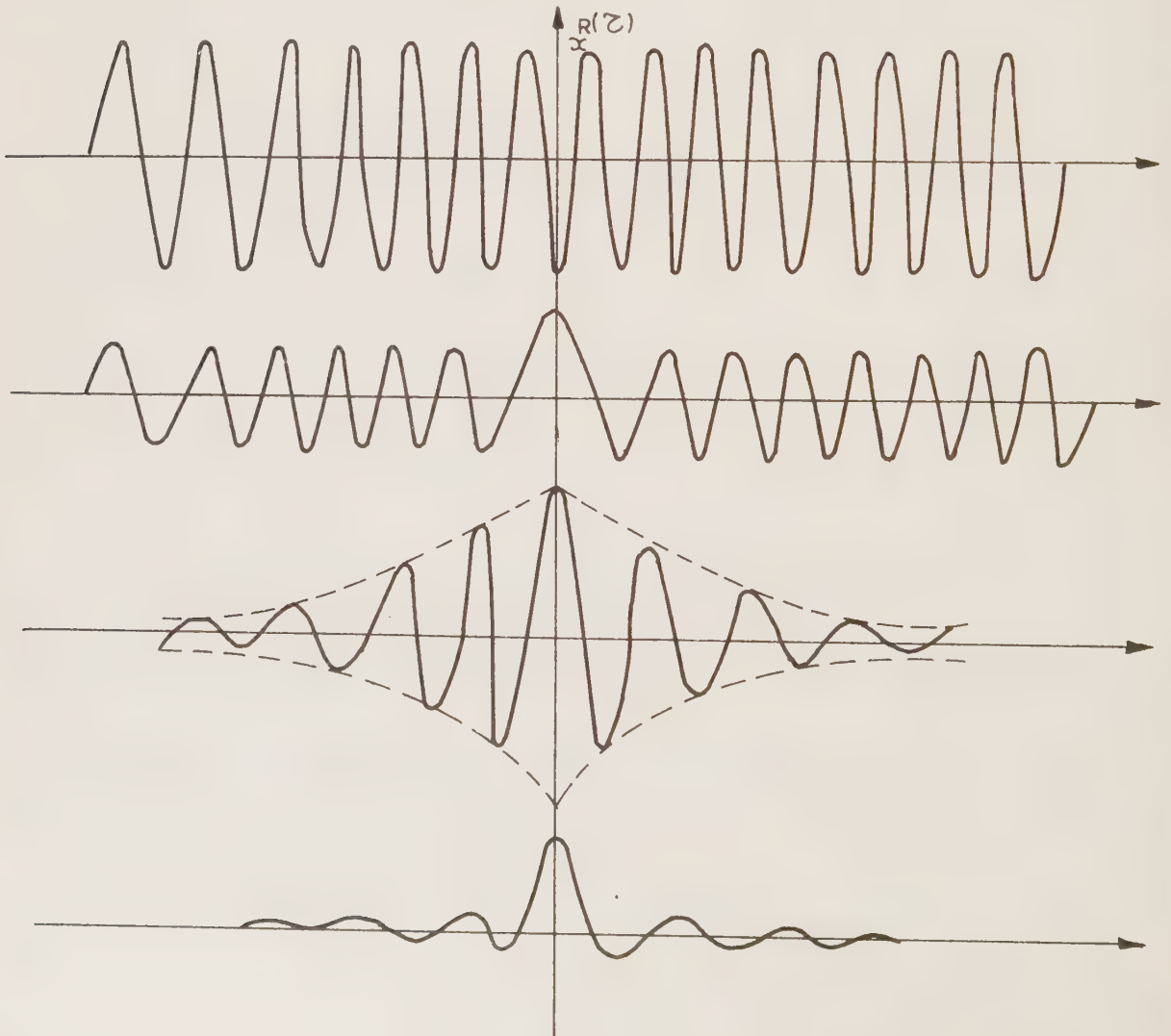
$$B - S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2R(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} S(f) e^{i2\pi f\tau} df$$

Ces deux relations sont dites de WIENER-KHINCHIN et s'expriment de la manière suivante :

* La densité spectrale est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation multipliée par 2.

* La fonction d'autocorrélation est la transformée inverse de Fourier de la densité spectrale divisée par 2.



6 - FONCTION D'INTERCORRELATION

Soient $x(t)$, $y(t)$ deux fonctions aléatoires stationnaires ergodiques et soit $z(t)$ la somme de ces deux fonctions :

$$Z(t) = x(t) + y(t)$$

par définition, la fonction d'autocorrélation $R_z(\tau)$ s'écrit :

$$R_z(\tau) = \overline{z(t) \cdot z(t + \tau)}$$

$$\begin{aligned} R_z(\tau) &= \overline{[x(t) + y(t) \quad x(t + \tau) + y(t + \tau)]} \\ &= \overline{[x(t) \quad x(t + \tau) + x(t) \quad y(t + \tau) + y(t) \quad x(t + \tau) \\ &\quad + y(t) \quad y(t + \tau)]} \\ &= \overline{x(t) \quad x(t + \tau) + x(t) \quad y(t + \tau)} \\ &\quad + \overline{y(t) \quad x(t + \tau) + y(t) \quad y(t + \tau)} \end{aligned}$$

on trouve que :

$$\overline{x(t) \quad x(t + \tau)} = R_x(\tau) \quad \text{fonction d'autocorrélation de } X(t)$$

$$\overline{y(t) \quad y(t + \tau)} = R_y(\tau) \quad \text{fonction d'autocorrélation de } y(t)$$

Les fonctions :

$$\overline{x(t) \quad y(t + \tau)} = R_{xy}(\tau)$$

$$\overline{y(t) \quad x(t + \tau)} = R_{yx}(\tau)$$

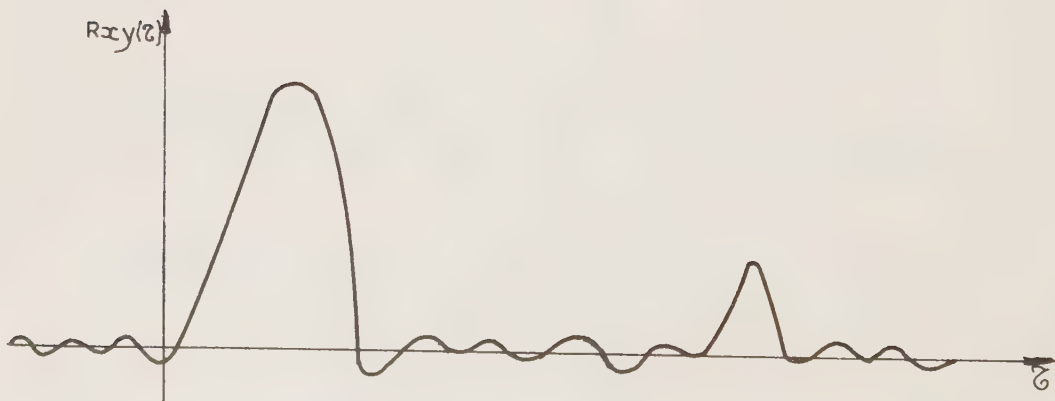
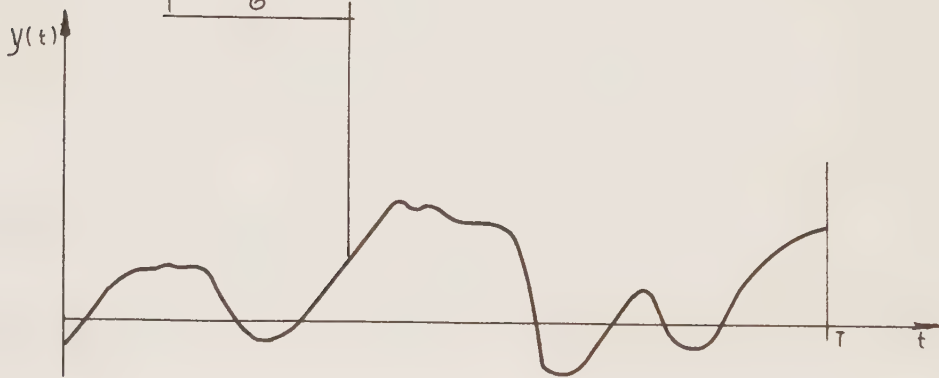
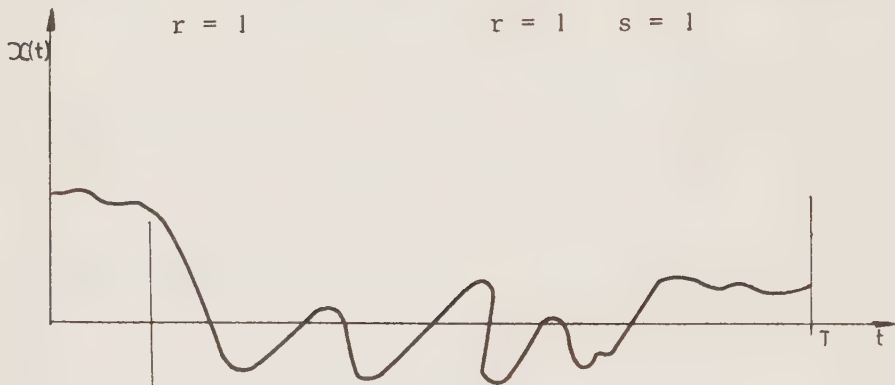
s'appellent les fonctions d'intercorrélation (cross-corrélation)
L'équation : $R_z(t) = R_x(\tau) + R_y(\tau) + R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau)$ montre qu'il faut connaître $R_{xy}(\tau)$ et $R_{yx}(\tau)$ pour connaître $R_z(\tau)$.

Enfin, dans le cas où :

$$z(t) = x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_n(t)$$

La fonction d'intercorrélation de $z(t)$ s'écrit :

$$R_z(\tau) = \sum_{r=1}^{r=n} R_{x_r}(t) + \sum_{r=1}^{r=n} \sum_{s=1}^{s=n} R_{x_r x_s}(\tau)$$



7 - DENSITE SPECTRALE INTERCORRELEE

Nous avons indiqué dans le paragraphe 5 de ce chapitre que la densité spectrale est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation multipliée par deux.

A partir de ce résultat, nous allons chercher la conséquence de l'intercorrélation pour la densité spectrale.

La densité spectrale de $z(t)$ s'écrit donc :

$$S_z(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_z(\tau) e^{-2\pi f i \tau} d\tau$$

$$S_z(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) + R_y(\tau) + R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau) e^{-iz\pi f \tau}$$

$$S_z(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-iz\pi f \tau} d\tau + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_y(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \\ + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-iz2\pi f \tau} d\tau + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{yx}(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

$$S_z(f) = S_x(f) + S_y(f) + s_{xy}(f) + s_{yx}(f)$$

En partant des définitions :

$$S_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left| \frac{2}{T} \cdot \overset{*}{F_x} F_y \right|$$

$$S_{xy}(f) = \overset{*}{S_{yx}}(f)$$

[F_x, F_y sont les transformées de Fourier de $x(t)$ et $y(t)$] d'où :

$$S_{xy}(f) + S_{yx}(f) = 2 \operatorname{Re} [S_{xy}(f)] = 2 \operatorname{Re} [\overset{*}{S_{xy}}(f)]$$

$$S_z(f) = S_x(f) + S_y(f) + 2 \operatorname{Re} [S_{xy}(f)]$$

avec : $\operatorname{Re} [S] =$ partie réelle de $[S]$.

Physiquement, la densité spectrale intercorrelée peut être considérée comme la moyenne du produit de deux variables aléatoires dans un petit intervalle de fréquence, divisée par cet intervalle.

Elle est généralement un nombre complexe et l'on pose :

$$S_{xy}(f) = C_{xy}(f) - i Q_{xy}(f)$$

$C_{xy}(f)$ est la partie réelle qui s'appelle la densité co-spectrale.

$$C_{xy}(f) \text{ est } \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta f \cdot T} \int_0^T x(t, f, \Delta f) y(t, f, \Delta f) dt$$

$Q_{xy}(f)$ la partie imaginaire est la densité spectrale en quadrature :

$$Q_{xy} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta f \cdot T} \int_0^T x(t, f, \Delta f) y^{\Pi/2}(t, f, \Delta f) dt$$

$\Pi/2$

$y(t, f, \Delta f)$ désigne $y(t, f, \Delta f)$ après rotation de $\frac{\Pi}{2}$ (1) on peut la mettre également sous la forme :

$$S_{xy}(f) = [S_{xy}(f)] e^{-i\theta_{xy}(f)}$$

8 - LES MODELES MATHEMATIQUES

Les caractéristiques géométriques et mécaniques du véhicule, déterminent son mouvement. Pour mettre en évidence, les modes fondamentaux, on utilise en général des modèles mathématiques qui représentent le système et sur lesquels on peut étudier le comportement.

Bien qu'on puisse en théorie représenter n'importe quel véhicule par un modèle mathématique, les limitations des moyens de calcul nous empêchent de développer le nombre de degrés de liberté du système et on se limite normalement à deux ou trois degrés de liberté.

(1) |P. RAPIN| - Voir références à la bibliographie.

Les modèles mathématiques (Fig. 5) les plus simples sont constitués d'un rectangle (ou un parallélépipède) de masse M représentant la masse suspendue (caisse) du véhicule, dont le centre de gravité est distinct du centre géométrique, d'une suspension composée d'un ressort et d'un amortisseur, et d'un pneu représenté d'un rectangle d'une masse M reliée au sol par un ressort.

On trouve dans la littérature technique spécialisée différents genres de ces modèles qui représentent le véhicule, le pneu, la suspension, le siège et l'homme.

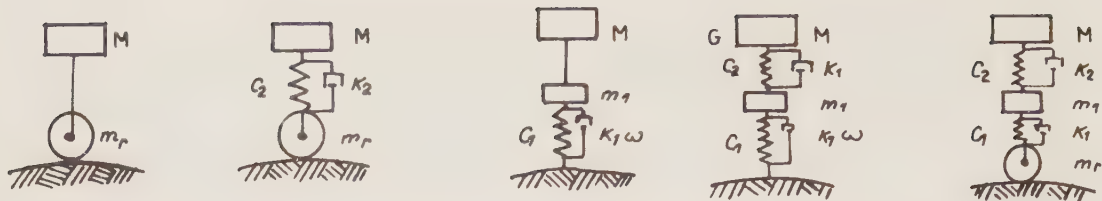
La plupart de ces modèles sont des modèles "trop" simplifiés. C'est pourquoi, nous reprendrons le sujet d'une façon plus complète dans le chapitre suivant.

9 - CONCLUSIONS PARTIELLES

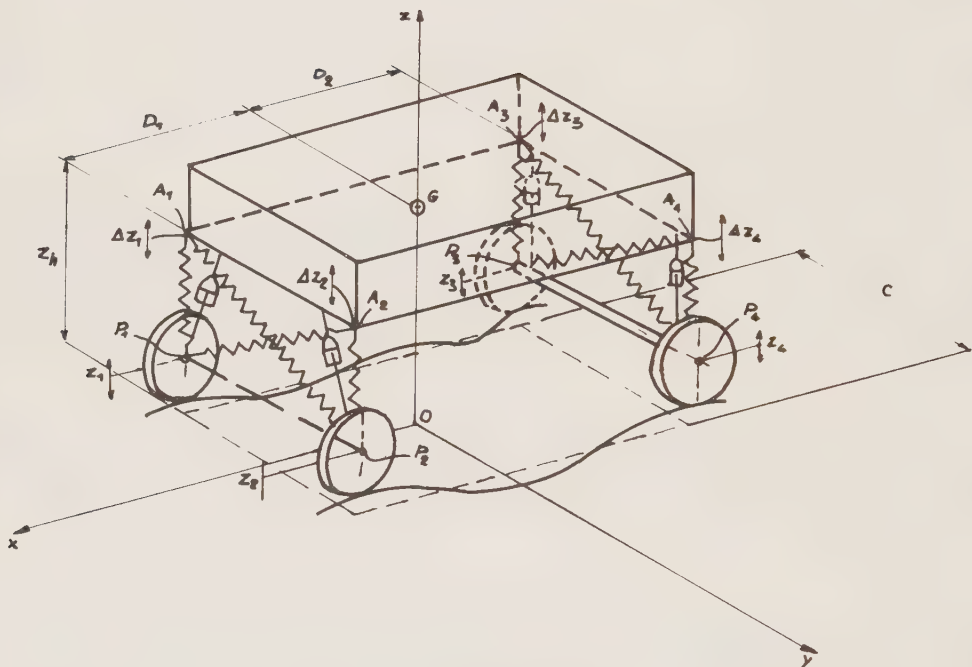
1°) L'analyse de l'un des revêtements routiers par des techniques de densités spectrales est un moyen satisfaisant pour étudier les dénivellations des revêtements routiers ; celles-ci étant supposées aléatoires, ergodiques et stationnaires.

2°) Les véhicules réels peuvent être simulés, par un modèle dont la représentativité est la condition du succès de la simulation. En général la complexité croît très vite avec la représentativité et la précision demandée.

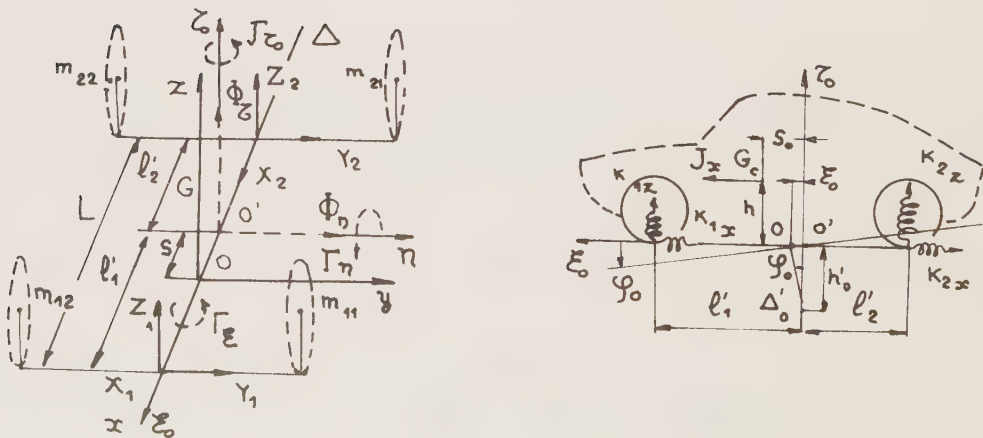
3°) La réponse donnée par le modèle simulant le véhicule à la sollicitation représentée par la densité spectrale simulant la route est étudiée grâce à un support mathématique dont nous avons indiqué les principes.



MITSCHE



DIANA ET GIORDANA



M. A. JULIEN

Fig. 5

C H A P I T R E 3

LES APPAREILS DE MESURE DE L'UNI

1 - GENERALITES

Les appareils de mesure de l'uni peuvent être classés dans deux catégories :

- Les appareils de mesure à partir d'une base de référence mécanique rigide.
- Les appareils inertiels.

1. Mesure à partir d'une base de référence mécanique rigide :

a - La règle de 3 m : c'est une règle de longueur 3 m, que l'on pose sur la chaussée et sous laquelle on mesure la flèche entre règle et chaussée, cet appareil est couramment utilisé pour les contrôles contractuels de l'uni.

La fonction de transfert de cet appareil en supposant que sa longueur est L (égale ou différente de 3 m) et λ la longueur d'onde, est :

$$H(\lambda) = 1 - \cos \frac{\pi L}{\lambda}$$

cet appareil est inopérant pour des longueurs d'onde supérieures à 12 m (Fig. 6).

b - Le viagraphpe : Il est composé d'un certain nombre de roues régulièrement réparties sur des balanciers et d'un palpeur fixé au centre de l'appareil. La fonction de transfert de cet appareil Si $\frac{L}{n-1}$ est la distance entre deux roues successives, n le nombre de roues, s'écrit :

$$H(\lambda) = 1 - \frac{1}{n} \frac{\sin \frac{\pi n}{n-1} \frac{L}{\lambda}}{\sin \frac{\pi}{n-1} \frac{L}{\lambda}}$$

Le viagraphpe utilisé en France comporte 8 roues, sa longueur entre les centres des roues extrêmes est de 9,30 m. Sa fonction de transfert est relativement plate entre 1,4 m et 15 mètres (Fig. 7).

c - Le Profilomètre : Cet appareil mesure la pente entre deux points rapprochés par rapport à une poutre de référence suffisamment longue. Dans le profilomètre A.A.S.H.O., la longueur de poutre est de 7,77 m et la longueur entre points de mesure est de 237 mm.

2 - LES APPAREILS INERTIELS

De nombreux équipements ont été réalisés depuis 1930, nous citerons dans ce paragraphe uniquement les appareils de mesure inertiels qui ont une fonction de transfert plate.

a - Le profilomètre G.M.C.

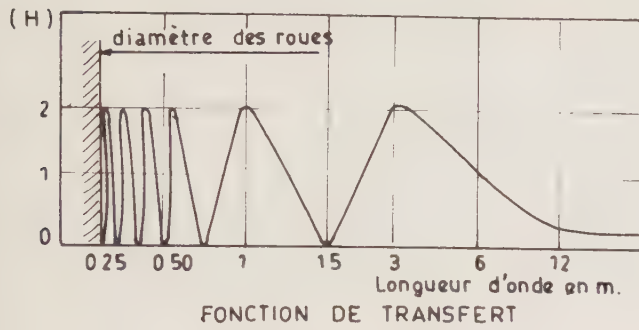
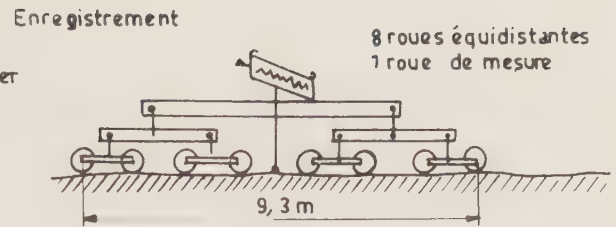
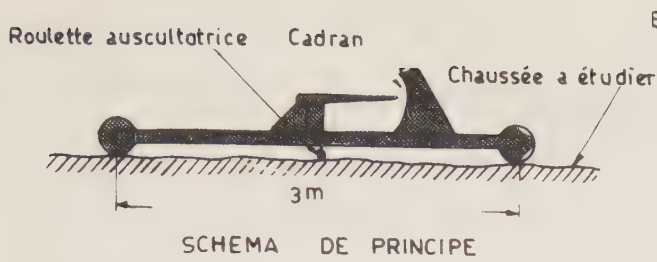
L'appareil est conforme au schéma porté sur la Figure 8, le mouvement de la masse m est mesuré par un accéléromètre, le mouvement du ressort K est déterminé par un capteur de déplacement ; soit x le déplacement de la masse par rapport à l'équilibre statique, y l'élongation du ressort, le profil de la chaussée " p " par rapport à une référence horizontale quelconque s'écrit alors :

$$p = p_0 + \int_0^t \int_0^t \ddot{x} dt. dt - y$$

on conçoit qu'un dispositif électronique soigné permette de déduire, des indications du capteur de déplacement et de l'accéléromètre, la valeur du profil. La bande passante du système (partie plate de la fonction de transfert) sera limitée vers les basses fréquences par la qualité de l'électronique associée (sensibilité, dérive...) et vers les hautes fréquences par la fréquence propre de la roue. La fonction de transfert indiquée par les constructeurs est portée sur la Figure 8.

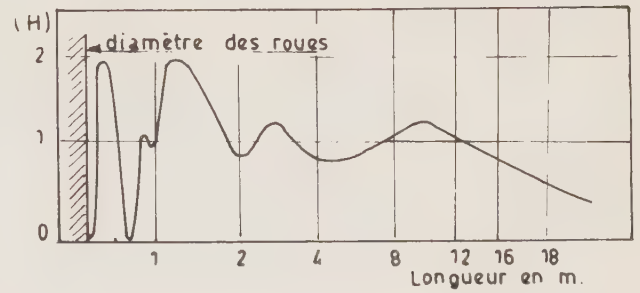
b - L'analyseur de profil de l'université technique de Berlin

L'appareil est composé d'une base de référence Fig. 9, à inertie du type pendulaire, d'un palpeur comprenant deux roues. On mesure l'angle entre la base de référence et les deux roues, c'est-à-dire la pente instantanée de la chaussée. La fonction de transfert du système est plate dans la bande de fréquence 0.5 Hz à 30 Hz.



La règle de 3 m

Fig. 6



Fonction de transfert
Le viagraph

Fig. 7

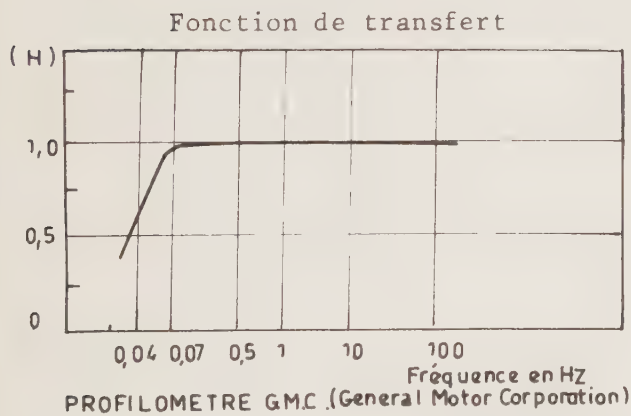
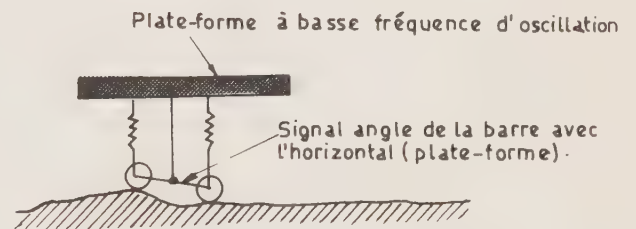
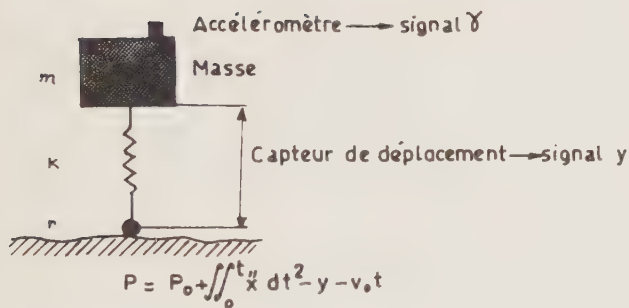


Fig. 8

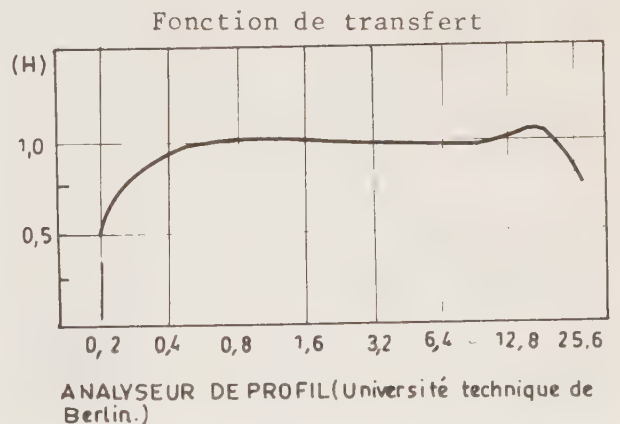


Fig. 9

Pour passer de la pente à l'altitude on peut, soit effectuer une intégration numérique ou angulaire analogique soit plus simplement utiliser la densité spectrale $\phi(w)$ d'un signal à celle $\phi_v(w)$ de sa dérivée par rapport au temps :

$$\phi_v^2(w) = w^2 \phi(w)$$

c - L'analyseur de Profil (A.P.L.) du L.C.P.C.

Cet appareil est réalisé d'après une idée soviétique; il s'agit d'un équipage mobile tracté par un véhicule léger, dont la vitesse maximale est 120 km/h. L'appareil, capable de restituer les variations d'altitude d'un profil en long, est ainsi constitué, Fig. 10 :

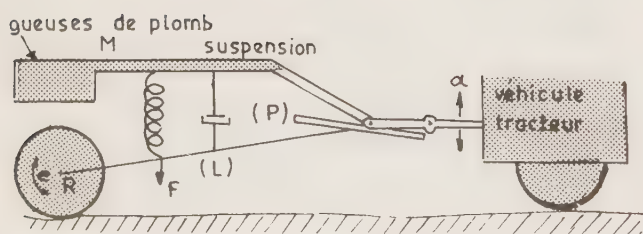
- une roue palpeuse (R) et son bras (L) porte-roue ;
- une masse suspendue (M) créant une force d'application sur la roue, évitant son décollement par rapport au profil prospecté ;
- une référence de mesure (P).

Ces trois parties ont le même axe de rotation O.

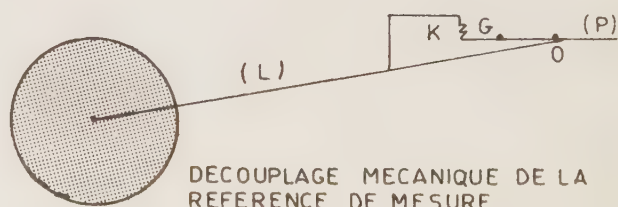
1. Principe de la mesure

On mesure les débattements angulaires du bras porte-roue (L) par rapport à la référence de mesure (P), Fig. 11.

Pour que les oscillations du véhicule tracteur parcourant la chaussée ne perturbent pas la mesure, la position relative de (P) et de (L) doit être indépendante des mouvements du crochet d'attelage, ou si l'on veut du centre de rotation commun O.



SCHEMA DE L'ANALYSEUR DE PROFIL EN LONG



DECOUPLAGE MECANIQUE DE LA REFERENCE DE MESURE.

Cette condition de "découplage" mécanique s'obtient de la façon suivante :

- Si l'on écrit l'énergie cinétique de la référence de mesure (pendule lent de masse m) soumise aux mouvements α et e,

ou e = oscillations verticales de la roue dues aux irrégularités du profil,

α = oscillations du véhicule tracteur sur le même profil,

il vient :

$$2 T = m \left[A \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 + B \left(\frac{de}{dt} \right)^2 + C \frac{d\alpha}{dt} \frac{de}{dt} \right]$$

La condition de découplage sera obtenue pour :

$$C \frac{d\alpha}{dt} \frac{de}{dt} = 0$$

qui entraîne $C = 0$

Cette condition implique une géométrie particulière pour la référence de mesure. Des essais au banc de vibration, ont montré que la condition du découplage est alors réalisée.

Les débattements angulaires e du bras (L) par rapport au pendule (P) sont représentatifs des variations d'altitude du profil en long que parcourt la roue palpeuse. Ces débattements angulaires sont transformés en un signal électrique proportionnel. Ce signal électrique, évoluant dans le temps au même rythme que la roue palpeuse sur le profil, est enregistré sur une bande magnétique. Cet enregistrement constitue ce que nous appelons l'échantillon.

L'A.P.L. possédant une fonction de transfert à peu près plate entre 0,5 et 20 Hz, on ne peut analyser que l'ensemble des longueurs d'onde telles que :

$$\frac{V_0}{20} \leq \lambda_i \leq \frac{V_0}{0,5}$$

où V_0 est la vitesse du véhicule tracteur.

La limite supérieure de 20 Hz correspond à la fréquence de résonance des masses non suspendues (roue palpeuse, bras porte-roue).

Si nous choisissons :

$$V'o = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

on obtient :

$$1 \text{ m} \leq \lambda_i \leq 40 \text{ m}$$

Lorsqu'une chaussée est parcourue à cette vitesse, l'ensemble des longueurs d'onde restituées par l'analyseur de profil seront telles que :

$$1 \text{ m} \leq \lambda_i \leq 40 \text{ m}$$

Une référence de mesure absolue aurait permis d'analyser des profils de longueur d'onde infiniment grande. Mais, ceci reste théorique et rendrait de toute façon le traitement analogique de l'information très difficile.

- Les signaux d'entrée-sortie étant déphasés, le profil enregistré ne représente pas le profil géométrique exact prospecté mais une transformée. C'est cette transformée du profil qu'il convient d'analyser par des moyens convenables.

- Le signal prélevé possède des caractéristiques amplitudes-fréquences représentatives des données physiques amplitudes-pulsations de la route étudiée.

2. Traitement de l'Information

Après avoir "prélevé" un profil routier donné, (enregistrement sur une bande magnétique) le signal électrique représentatif de ce profil est restitué (lecture de la bande magnétique) et exploité.

a - Nature du signal - Lois statistiques

L'énergie aléatoire que distribue le profil est caractéristique de l'état de surface de la chaussée.

On appelle échantillon d'une fonction aléatoire, une réalisation particulière de cette fonction pendant un intervalle de temps. En principe,

la connaissance d'un échantillon renseigne complètement sur la fonction aléatoire dans la mesure où les trois conditions suivantes sont réalisées :

- la fonction aléatoire est stationnaire,
- la fonction est ergodique,
- l'échantillon s'étend sur un temps assez long.

La figure (12) montre la valeur quadratique moyenne d'un profil routier long de 10 Km. Les courbes B et C montrent les densités spectrales prises sur des longueurs de 5 km. Nous constatons sur cette figure (voir courbe A) qu'on peut considérer la route comme un phénomène aléatoire, stationnaire et ergodique. C'est-à-dire que la connaissance d'un échantillon s'étendant sur un temps (ou une longueur) assez long, renseigne suffisamment sur le processus même.

L'objet des mesures effectuées avec l'APL est la description d'une trajectoire. Pour cela, on utilise les techniques mises au point dans les traitements analogiques de l'information et dans l'analyse statistique.

Le procédé le plus approprié pour étudier le phénomène stationnaire aléatoire que constitue un profil routier, semble être l'analyse spectrale qui consiste à estimer la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, ou à déterminer le carré du module de la transformée de Fourier d'un échantillon de longueur donnée, ou encore à évaluer pour cet échantillon la densité de puissance contenue dans chaque bande infiniment étroite de fréquence.

La densité spectrale $\phi(\omega)$ d'un échantillon $X_T(t)$ qui admet $A_T(\omega)$ pour transformée de Fourier s'écrit :

$$\phi(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} A_T(\omega)^2$$

b - Analyse spectrale du signal

Appelons :

Δf : bande de fréquence infiniment étroite de l'analyse,

$X^2 \Delta f$: le carré du signal moyen $X_T(t)$ contenu dans cette bande Δf de fréquence.

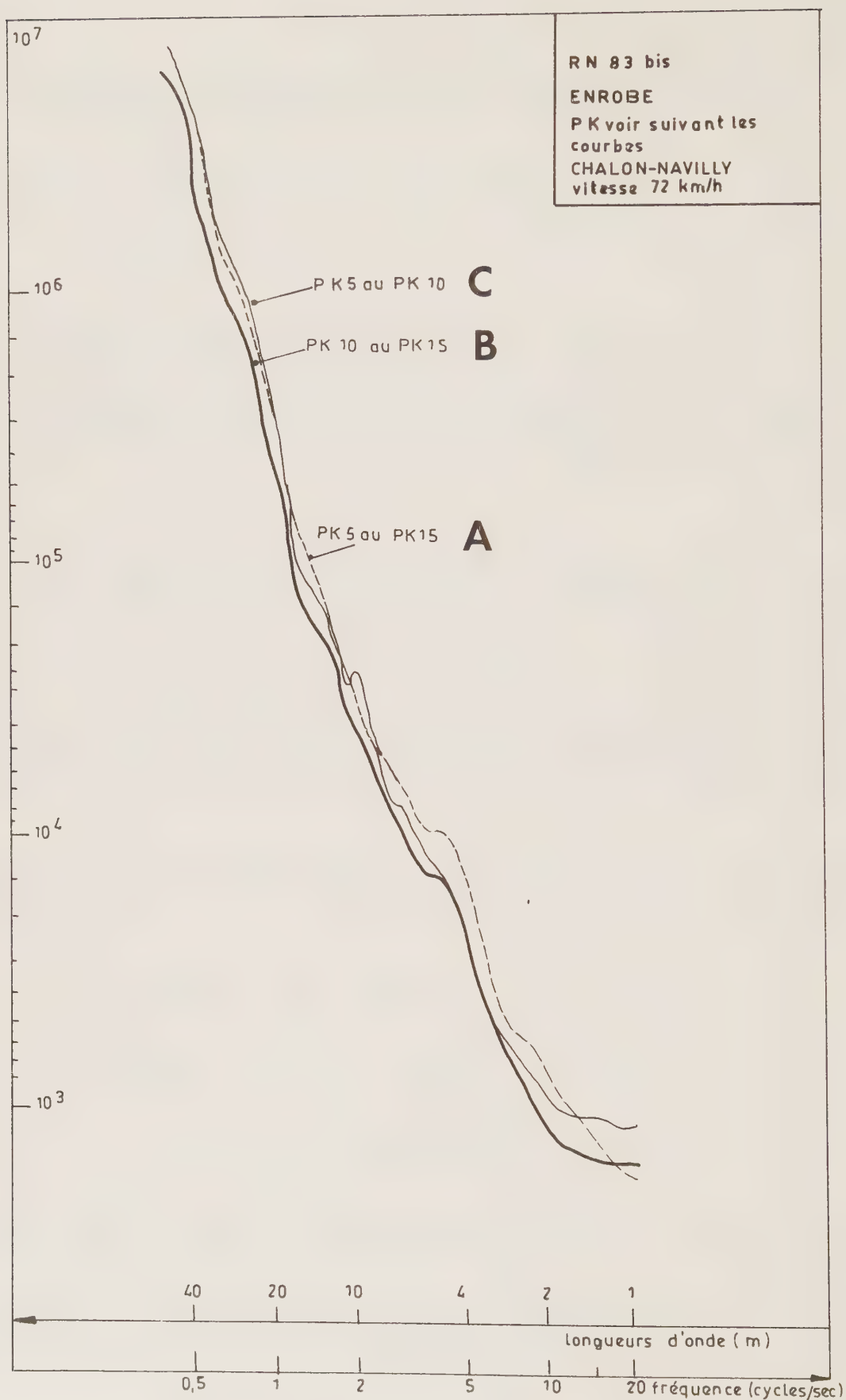


Fig. 12

Pour obtenir la densité spectrale de puissance $\phi(f)$ sur l'ensemble des réalisations de $X_T(t)$ à la fréquence f , il faut réaliser la moyenne de :

$$X^2 \Delta f / \Delta f$$

ce qui donne :

$$\phi(f) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \Delta f \rightarrow 0}} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{X^2 \Delta f}{\Delta f} dt$$

L'analyse spectrale de $X_T(t)$ est obtenue à l'aide d'appareils électroniques :

- le signal est analysé par un filtre à bande étroite qui balaie la gamme de fréquence considérée,
- une fonction de puissance (V^2) est formée à partir du signal de sortie du filtre,
- une moyenne normalisée du produit est formée par intégration et par division de la largeur effective de bande du filtre.

La formule précédente montre qu'il est impossible d'obtenir la valeur vraie de la densité spectrale, cela nécessitant :

- un temps d'intégration infini T ,
- une largeur de bande Δf infiniment étroite.

On peut donc définir une densité de spectre de puissance estimée $\phi(f)$ par :

$$\phi(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{X^2 \Delta f}{\Delta f} = \frac{\overline{X^2 \Delta f}}{\Delta f}$$

où $1/\Delta f$ et T ont des valeurs finies.

Le calculateur analogique, permettant d'effectuer ces opérations, restitue directement sur un enregistrement graphique le spectre en fréquence $\phi(f)$ de $X_T(t)$.

Pour des raisons de confiance statistique (temps de balayage en fréquence, constante d'intégration, constantes de temps des filtres) il est nécessaire d'injecter un certain nombre de fois le signal $X_T(t)$ dans le calculateur.

On a fixé à 10 secondes la durée minimale de l'échantillon $X_T(t)$ à la lecture.

Ces 10 secondes de lecture représentent (compte tenu d'une multiplication par 16 de la vitesse de défilement de la bande à la relecture par rapport à l'enregistrement) :

. à 72 km/h 3200 m de chaussée.

L'ensemble des longueurs d'onde λ_i analysées sont telles que :

. $1 \text{ m} \leq \lambda_i \leq 40 \text{ m}$

Les longueurs d'onde λ_i et les fréquences d'analyse f_i étant liées par la relation fondamentale :

$\lambda_i = \frac{V_0}{f_i}$ où V_0 est la vitesse de prospection de l'analyseur de profil. Dans chaque expérience $V_0 = \text{Cte.}$

c - Présentation d'un résultat d'analyse spectrale

Le calculateur de spectre fournit sur une table enregistreuse X, Y les résultats sous la forme d'une courbe donnant la valeur de la densité spectrale (axe Y) en fonction de l'inverse de la longueur d'onde (axe X).

Dimension de Y

La relation de Parseval-Plancherel qui lie la valeur quadratique moyenne $\overline{X_T(t)^2}$ de l'échantillon à son spectre en fréquence $\phi(f)$ s'exprime par :

$$\overline{X_T(t)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(f) df \quad (1)$$

Or, $X_T(t)$ qui représente une variation d'altitude dans le temps a pour dimension celle d'une longueur L. L'équation aux dimensions de (1) devient :

$$[L]^2 = \text{Dim } \phi(f) [T]^{-1}$$

d'où :

$$\text{Dim } \phi(f) = [L]^2 [T]$$

On montre que le spectre spatial de la chaussée

$\phi(\frac{1}{\ell})$ est lié à son spectre en fréquence $\phi(f)$ par la relation :

$$\phi(\frac{1}{\ell}) = V_0 \phi(f)$$

qui aura pour dimension :

$$[L] [T]^{-1} [L]^2 [T] = [L]^3$$

$$\text{Dim. } \phi(\frac{1}{\ell}) = [L]^3$$

Dimension de X

Le stylet de la table enregistreuse est piloté suivant la voie X proportionnellement à la variation de fréquence de l'analyseur de spectre.

Comme nous nous intéressons à la pulsation spatial $\Omega_i = \frac{1}{\ell_i}$ de la route et qu'elle est liée à la fréquence d'analyse f_i par la relation $\Omega_i = f_i/V_0$, la dimension de X sera :

$$[T]^{-1} / [L] \cdot [T]^{-1} \text{ soit } [I]^{-1}$$

Pour des raisons pratiques, on a utilisé un système d'axes bi-logarithmiques.

Pour expliciter plus intuitivement ce qu'est une densité spectrale, ramenons-nous à la densité temporelle $\phi(w)$. Considérons un résonateur qui a une réponse nulle, pour des fréquences extérieures à une bande $w - \frac{\Delta w}{2}$, $w + \frac{\Delta w}{2}$ suffisamment étroite et qui répond avec une amplitude A à un signal d'amplitude unité de fréquence comprise entre $w - \frac{\Delta w}{2}$ et $w + \frac{\Delta w}{2}$, l'énergie mise en oeuvre par le résonateur est alors $k a^2$ (K fonction du résonateur). Lorsque le résonateur sera excité par un signal aléatoire de densité spectrale $\phi(w)$, l'énergie mise en oeuvre par lui, dans la même bande de largeur Δw , sera $k a^2 \phi(w) \Delta w$.

d - Allure générale de ces spectres

Les longueurs d'onde maximales vues par l'analyseur de profil en long ont 40 m. Sur une telle distance, les profils enregistrés ont généralement la forme donnée à la figure (12).

Les variations d'altitude h du profil, par rapport à sa moyenne sur une longueur l_0 seront d'autant plus importantes que " l_0 " sera grande.

La densité spectrale restituant $\frac{h^2}{\Delta(\Omega)}$ avec $\Delta(\Omega)$ fixe en fonction de Ω , il est normal qu'on trouve un spectre à pente négative dans le plan $(\phi(\Omega), \Omega)$.

Aux limites on trouve (rappelons que $\Omega = \frac{1}{l}$)

$$h^2 = 0 \text{ pour } l \rightarrow 0$$

$$h^2 = \infty \text{ pour } l \rightarrow \infty$$

e - Position des spectres dans le plan

C'est à partir de la pente et de la position du spectre dans le plan que l'on tentera de définir certains critères propres au profil, fig. 16.

L'énergie distribuée par le profil dans une bande de pulsations spatiales $\Delta\Omega$ est représentée par la surface S . En première approximation, on peut dire que : plus la chaussée sera déformée, plus son énergie propre sera grande et plus son spectre admettra une valeur moyenne ϕ_m importante. On peut schématiser ce résultat comme l'indique la figure 15.

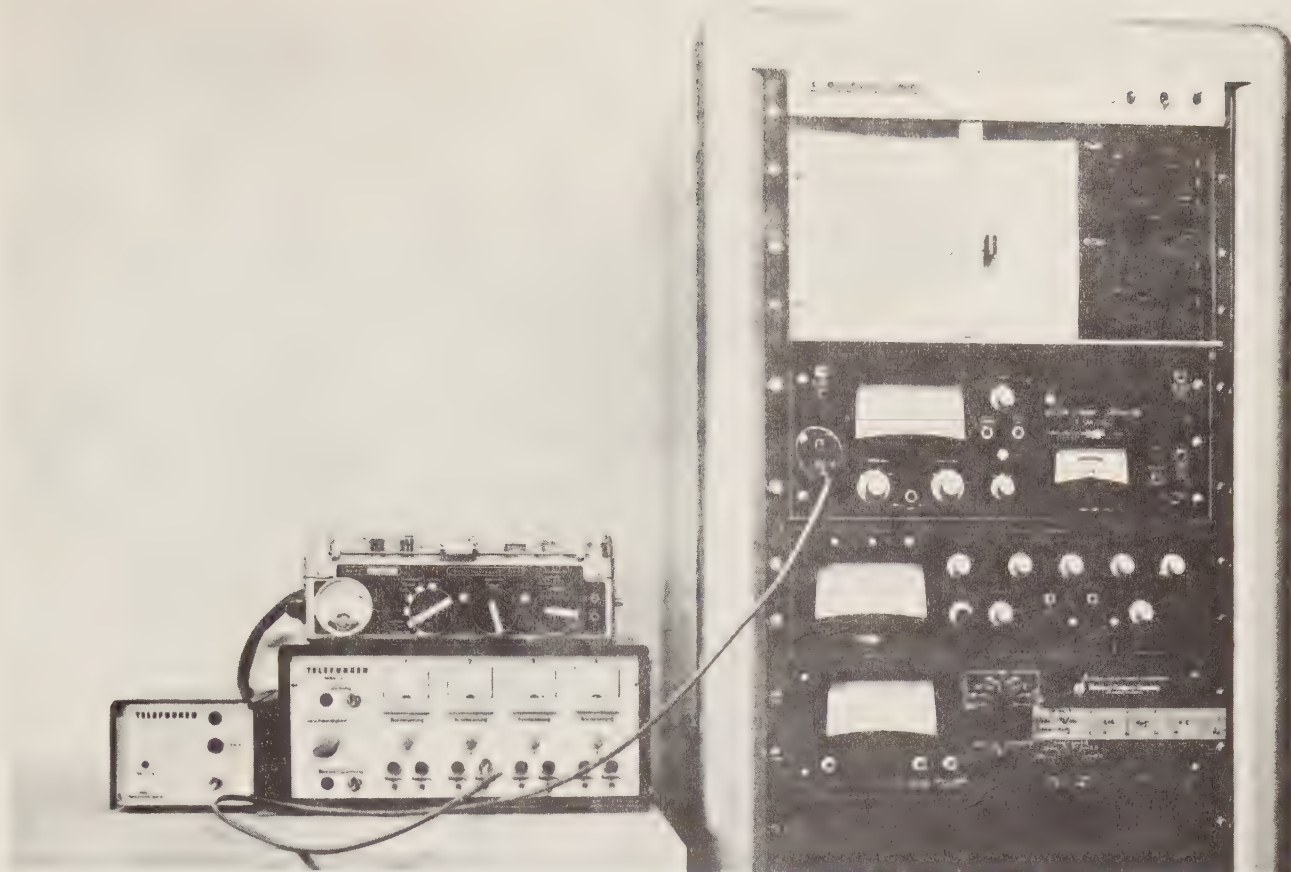


Fig. 13 — Chaîne de dépouillement servant à la détermination de la densité spectrale, à partir des enregistrements effectués avec l'A.P.L.

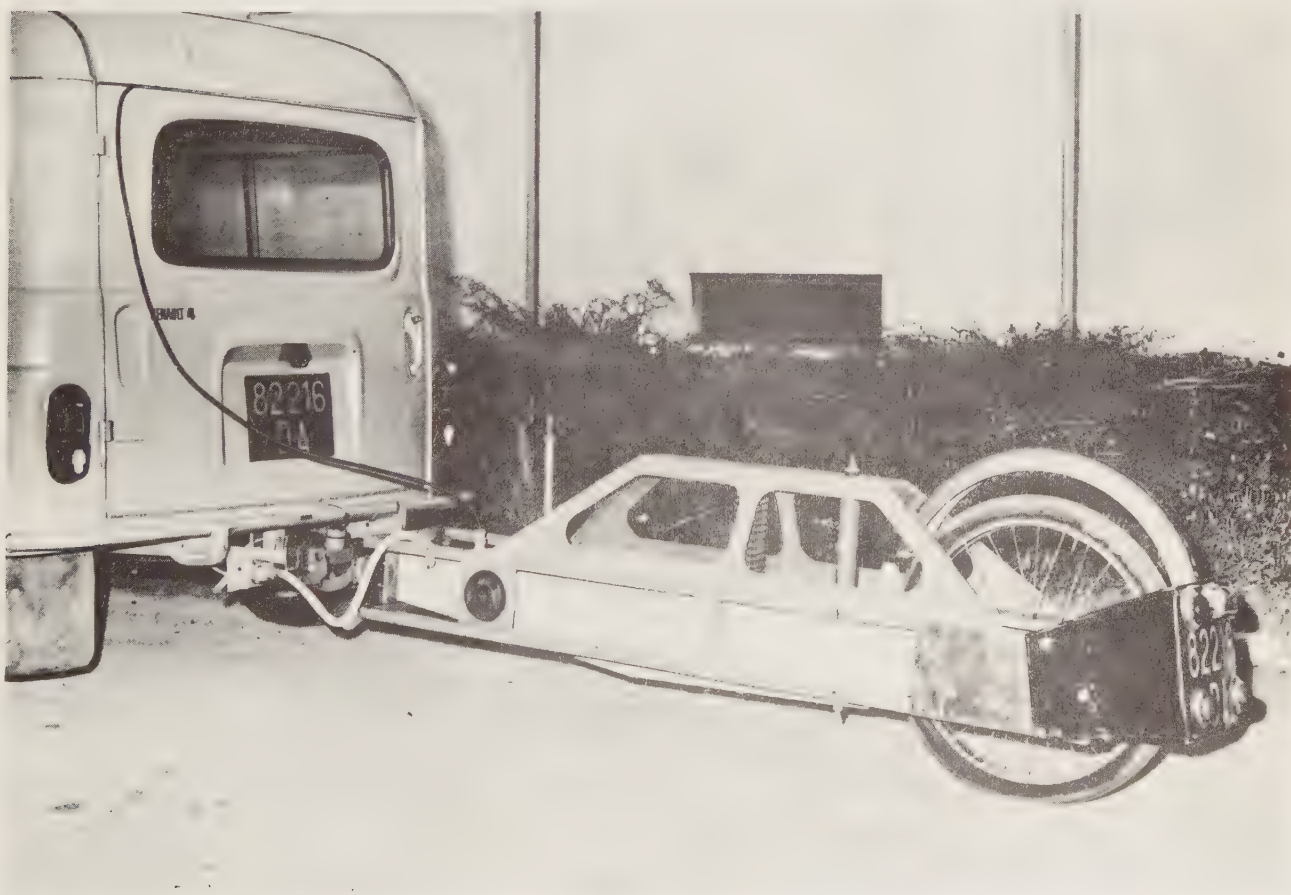


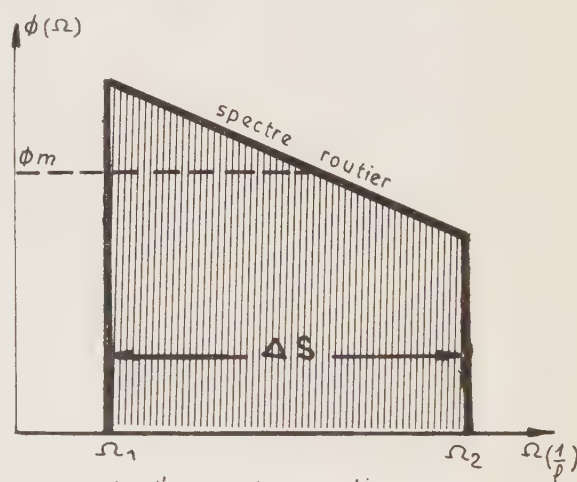
Fig. 14 — Analyseur dynamique monotrace de Profil en Long du L.C.P.C.

Nous allons établir, à partir de la position des spectres dans le plan $(\phi(\Omega), \Omega)$ une relation mathématique représentant la densité spectrale d'une route donnée.

f - Représentation de la densité spectrale par une relation mathématique.

On trouve que :

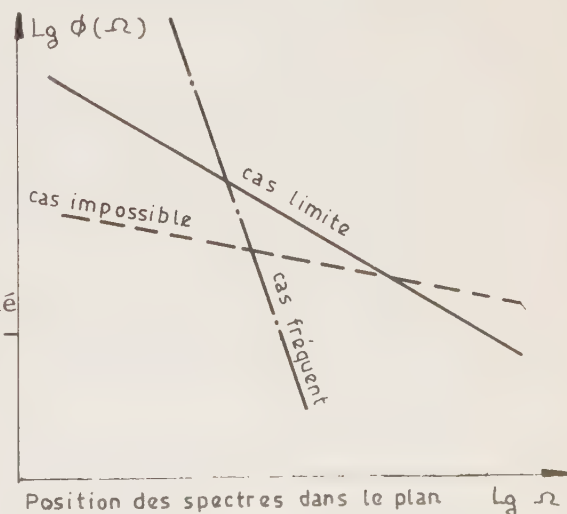
- 1 - La densité spectrale augmente en gros avec Ω , ou avec la fréquence.
- 2 - Les routes non revêtues et les champs ont des densités spectrales élevées sur toute la gamme de pulsation.
- 3 - La densité spectrale minimale est celle des véhicules sur rail.
- 4 - A certaines valeurs de pulsation, il se produit des pics dans le spectre, ces pics peuvent être produits par les déformations plastiques sur les routes ou par les joints entre les dalles de béton ; ces pics indiquent qu'il existe des portions périodiques dans le spectre ou bien, ils indiquent une forte concentration d'irrégularités ayant une longueur d'onde constante et permanente ; le fait que le graphique de densité spectrale ait un pic peu prononcé et qu'il descende très progressivement, indique que l'amplitude des irrégularités est négligeable.



Energie d'un spectre routier

La représentation mathématique :

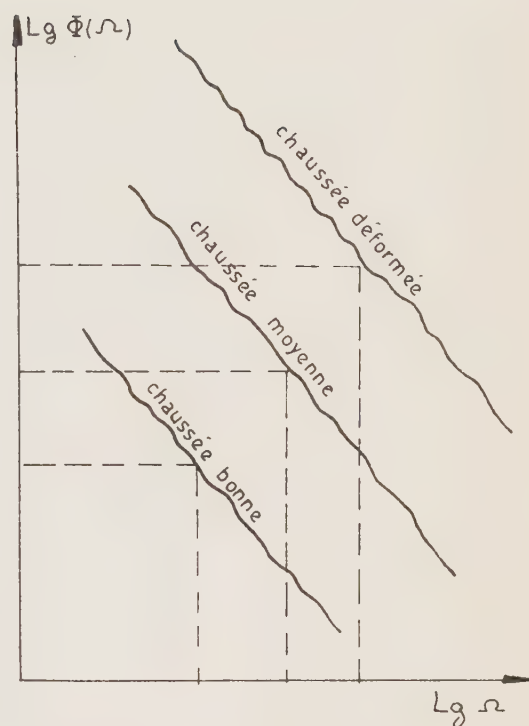
Si l'on ne tient pas compte des pics, une densité spectrale peut être présentée approximativement dans un intervalle donné de pulsation sur un graphique bi-logarithmique par une droite et exprimée par l'équation :



Position des spectres dans le plan $Lg \Omega$

$$\Phi(\Omega) = \Phi_0(\Omega_0) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0} \right]^{-A}$$

- où :
- Ω_0 : La pulsation spatiale de référence.
 - $\Phi_0(\Omega_0)$: La densité spectrale spatiale correspondant à la pulsation spatiale Ω_0 .
 - $\Phi(\Omega)$: La densité spectrale correspondant à la pulsation spatiale Ω .
 - A : La pente du graphique de la densité spectrale, qui indique la variation avec $\frac{1}{\lambda}$ de l'énergie contenue dans chaque bande élémentaire.



Spectres obtenus pour trois types de chaussées bien différenciées.

On prendra arbitrairement comme pulsation spatiale de référence la moyenne géométrique entre les pulsations extrêmes de la bande de pulsation considérée.

En effet, même en négligeant les pics, nous trouvons qu'un faible nombre de courbes de densité spectrale qui puisse être correctement représenté par une seule fonction de la forme précédente dans tout le domaine de longueur d'onde considéré.

Les courbes de densité spectrale des revêtements routiers peuvent généralement être représentées par une suite de segments de droite que l'on peut réduire par simplification à deux seulement, ces deux lignes droites se croisent au niveau de la longueur d'onde de 10 m (équivalent à une pulsation spatiale de 10^{-1}).

On peut caractériser chacune de ces droites par :

- La pente A ou B
- La pulsation spatiale de référence Ω_A ou Ω_B .

ZONE 7

AUTOROUTE PARIS-LYON

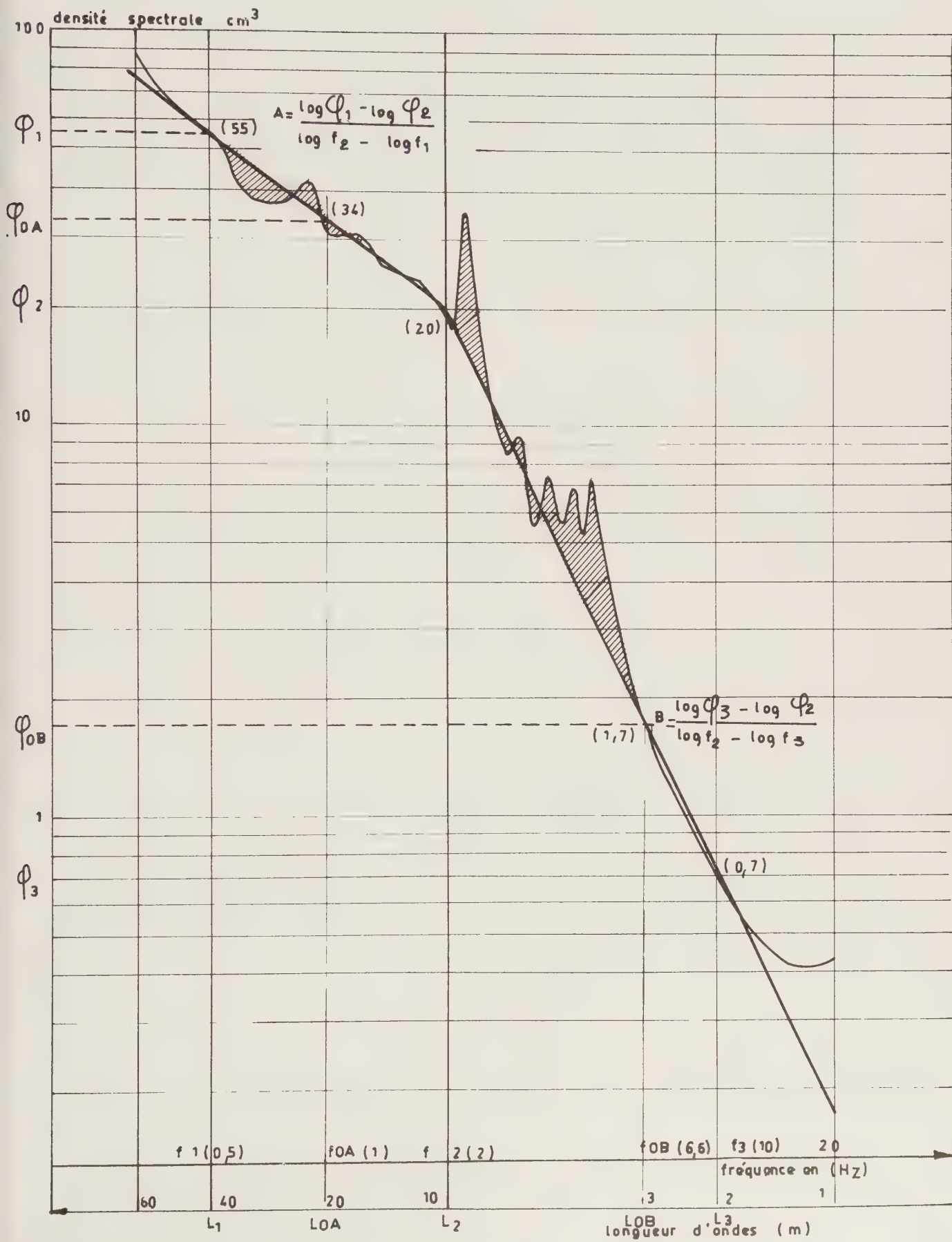
47 bis

VOIE LENTE

BETON DE CIMENT

BEAUNE SUD → CHALON NORD

V = 72 Km/h oct 70



- La densité spectrale correspondante à la pulsation de référence $\phi_o A$ ou $\phi_o B$.
- La surface SA ou SB.

Les paramètres décrivant physiquement la densité spectrale seront alors d'une part : la pente qui traduit dans une certaine mesure la sensibilité à une variation de fréquence ou de vitesse du véhicule circulant sur la route, et d'autre part l'aire (S) comprise sous la courbe de densité spectrale entre les deux pulsations extrêmes et qui est reliée à ϕ_o et à la pente par l'expression :

$$SA = \phi_o A \frac{1}{1-A} \Omega_o A \left[\begin{array}{cc} 1-A & 1-A \\ \Omega_{2A} & - \Omega_{1A} \end{array} \right]$$

$$SA = \phi_o A \frac{1}{1-A} (\Omega_{1A} \Omega_{2A})^{\frac{A}{2}} \left[\begin{array}{cc} 1-A & 1-A \\ \Omega_{2A} & - \Omega_{1A} \end{array} \right]$$

$$SA = \phi_o A KA (\Omega_{1A}, \Omega_{2A}, A)$$

ou bien :

$$SB = \phi_o B \frac{1}{1-B} \Omega_o B \left[\begin{array}{cc} 1-B & 1-B \\ \Omega_{2B} & - \Omega_{1B} \end{array} \right]$$

$$SB = \phi_o B \frac{1}{1-B} (\Omega_{1B} \Omega_{2B})^{\frac{B}{2}} \left[\begin{array}{cc} 1-B & 1-B \\ \Omega_{2B} & - \Omega_{1B} \end{array} \right]$$

$$SB = \phi_o B KB (\Omega_{1B}, \Omega_{2B}, B)$$

On donne dans le tableau 1, les fonctions K correspondant aux groupes des paramètres :

$$\Omega_{1A} = 2,5 \cdot 10^{-2}, \quad \Omega_{2A} = 10^{-1}$$

$$\Omega_{1B} = 10^{-1}, \quad \Omega_{2B} = 1$$

KA correspond à l'équation :

$$SA = KA \cdot \phi_o A$$

KB correspond à l'équation :

$$SB = KB \cdot \phi_o B$$

relatives aux très basses fréquences et aux basses fréquences respectivement.

Les figures 18, 19 montrent la variation de K en fonction de A et B.

Nous avons calculé les pentes A et B à partir d'un compte-rendu d'essais (F.P. 102040 - mesure de l'uni) représentant des courbes de densité spectrale d'un certain nombre de routes et d'autoroutes françaises (environ 50), à partir de l'équation :

$$A = \frac{\log \phi_1 - \log \phi_2}{\log \Omega_2 - \log \Omega_1}$$

Pour calculer les pentes, nous avons pris les pulsations $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$ et 10^{-1} m^{-1} pour les grandes longueurs d'onde et les pulsations 10^{-1} et $5 \cdot 10^{-1}$ pour les longueurs d'onde moyennes (au lieu des pulsations limites 10^{-1} et 1 m^{-1} précédemment considérées, étant donné que la précision de l'A.P.L. au-dessous de la longueur d'onde de 1 m est relativement faible).

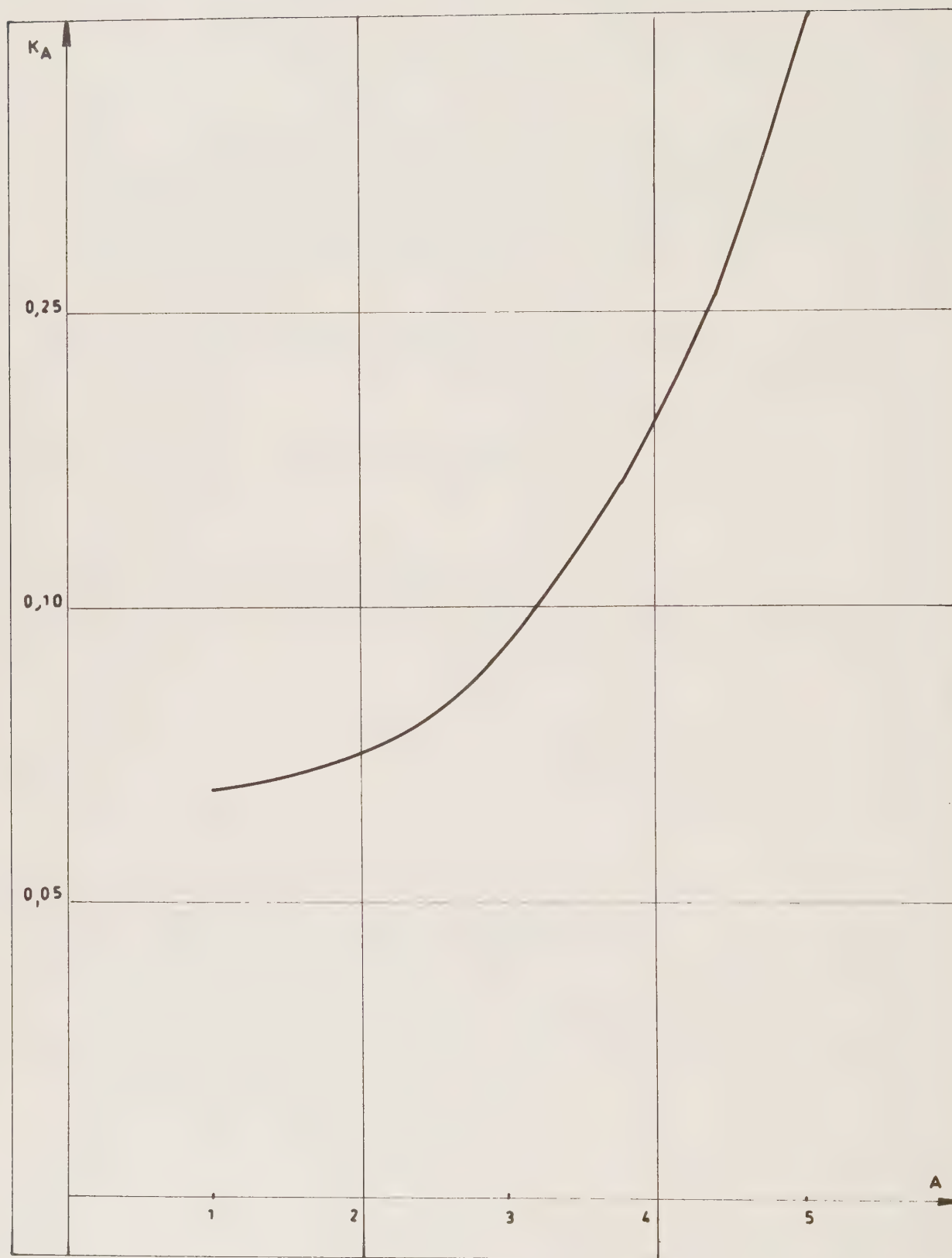


Fig. 18 - Variation de K_A en fonction de A

$$SA = K_A \cdot \phi_O A$$



Fig. 19 Variation de KB en fonction de B

$$SA = KA \cdot \phi_o A$$

A ou B	KA	KB
1.1	0.069	0.730
1.3	0.070	0.743
1.5	0.071	0.769
1.7	0.072	0.809
1.9	0.074	0.866
2.1	0.076	0.939
2.3	0.079	1.032
2.5	0.082	1.148
2.7	0.086	1.290
2.9	0.091	1.465
3.1	0.096	1.676
3.3	0.103	1.932
3.5	0.110	2.242
3.7	0.117	2.617
3.9	0.126	3.069
4.1	0.136	3.616
4.3	0.148	4.278
4.5	0.160	5.079
4.7	0.174	6.049
4.9	0.190	7.226
5.1	0.208	8.653

KA { $\Omega_1 = 0.025$
 $\Omega_2 = 0.100$

KB { $\Omega_1 = 0.100$
 $\Omega_2 = 1.000$

Tableau 1

Tableau 2

$f_0 = 1 \text{ Hz}$
 $f_1 = 0,5 \text{ Hz}, \quad f_2 = 2 \text{ Hz}$

$f_0 = 6,4 \text{ Hz}$
 $f_1 = 2 \text{ Hz}, \quad f_2 = 10 \text{ Hz}$

NO ection	T.B.F.			B.F.		
	ϕ_1	ϕ_2	A	ϕ_1	ϕ_2	B
1	1200	14	3,21	14	0,8	1,78
2	1000	9	3,40	9	0,8	1,51
3	1250	17	3,10	17	1,1	1,70
4	800	13	2,97	13	1,1	1,53
5	500	55	1,59	55	2	2,06
6	300	25	1,63	25	1,3	1,84
7	65	14	1,11	14	0,9	2,93
9	500	25	3,82	25	0,95	2,03
10	55	20	0,73	20	0,7	2,08
11	68	11	1,31	11	0,6	1,81
12	65	10	1,35	10	0,6	1,75
13	350	24	1,93	24	1,4	1,78
14	270	22	1,64	22	0,8	2,06
15	250	7,2	2,56	7,2	0,6	1,54
16	5000	40	3,48	40	1	2,29
17	3000	23	3,51	23	0,8	2,09
18	6000	25	3,95	25	1,1	1,94
19	6000	45	3,53	45	1,7	2,04
20	3500	60	2,93	60	1,2	2,43

Tableau 2
(suite)

NO Section	T.B.F.			B.F.		
	ϕ_1	ϕ_2	A	ϕ_1	ϕ_2	B
21	4200	50	3,19	50	1	2,43
22	7000	55	3,49	55	1,7	2,16
23	12000	27	4,40	27	2	1,62
24	4000	35	3,42	35	1,4	2,00
25	5500	24	3,92	24	2,3	1,46
26	8500	55	3,64	55	1,4	2,28
27	7000	40	3,73	40	1,8	1,92
28	6500	50	3,51	50	3,5	1,65
29	3500	12	4,09	12	1	1,54
30	7000	25	4,06	25	2	1,57
31	10500	105	3,32	105	3,2	1,17
32	9000	140	3,00	140	3,5	2,29
33	2200	90	2,31	90	3,5	2,02
34	6000	60	3,32	60	3	1,86
35	6000	70	3,21	70	3	1,96
36	5100	80	3,00	80	2	2,29
37	4100	60	3,05	60	1,2	2,43
38	230	19	1,80	19	0,92	1,88
39	180	16	1,75	16	0,45	2,22
40	900	23	2,64	23	1,1	1,89
41	1100	30	2,60	30	1,2	2,00

Tableau 2
(suite)

NO Section	T.B.F.			B.F.		
	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	A	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	B
42	3700	50	3,10	50	2,5	1,86
43	4000	50	3,16	40	2	2,00
44	2800	45	2,98	45	2,1	1,9
45	7000	85	3,18	85	2	2,33
46	7800	145	2,87	145	2,5	2,52
47/1	9000	140	3,00	140	2,4	2,53
47/2	7000	60	3,43	60	3	1,86
47/3	5000	80	2,98	80	2	2,29

Tableau 3

CLASSEMENT DES SECTIONS SUIVANT L'ORDRE CROISSANT DE ϕ_o
POUR LES TRES BASSES FREQUENCES

T.B.F.					
N°	$\phi_o A$	KA	$S = \phi_o A \cdot KA$	NATURE DU REVETEMENT	A
1	26	0,070	1,820	B.C.	1,35
2	28	0,070	1,960	B.C.	1,31
3	30	0,069	2,070	B.C.	1,11
4	34	0,066	2,244	B.C.	1,05
5	45	0,084	3,780	B.B. 69	2,56
6	55	0,073	4,015	B.B.	1,75
7	70	0,073	5,110	B.B.	1,80
8	80	0,072	5,760	B.C.	1,64
9	85	0,072	6,120	B.C.	1,63
10	100	0,074	7,400	B.B.	1,93
10	100	0,107	10,700	B.B.	3,40
10	100	0,093	9,300	B.C.	2,97
11	120	0,122	14,640	B.B. 6 + G.L.	3,82
12	130	0,100	13,00	B.B.	3,21
13	140	0,085	11,900	B.B.	2,64
14	150	0,096	14,400	B.B.	3,10
15	170	0,072	12,240	B.C.	1,59
16	180	0,084	15,120	B.B.	2,60

Tableau 3
(suite)

T.B.F.					
N°	$\emptyset_o A$	KA	$S = \emptyset_o A.KA$	NATURE DU REVETEMENT	A
17	200	0,136	27,200	B.B.	4,09
18	280	0,110	30,800	B.B. 69 G.L. 69	3,51
19	350	0,093	32,550	B.B. G.L. 69	2,98
19'	350	0,127	44,450	B.B. G.L. 70	3,92
20	380	0,099	37,620	B.B. 69 ch. souple	3,19
20	380	0,107	40,660	B.B. 70 G.L. 70	3,42
21	400	0,128	51,200	B.B. 69 G.L. 69	3,95
22	410	0,096	39,360	B.B. 69 + G.L. 69	3,10
23	420	0,134	56,280	B.B.	4,06
23	420	0,098	41,160	B.B. + G.L. 69	3,16
24	450	0,079	35,550	Ancienne Chaussée G.L.	2,31
24	450	0,092	41,400	B.B. 69 + G.L. 69	2,93
24	450	0,109	49,050	B.B. 69 sur chaussée souple	3,48
25	500	0,095	47,500	B.B.	3,05
26	540	0,118	63,720	B.B. 70 + G.L. 70	3,73

Tableau 3
(suite)

T.B.F.					
N°	$\emptyset A$ _o	KA	$S = \emptyset A \cdot KA$	NATURE DU REVETEMENT	A
27	550	0,154	84,700	B.B. 69 sur chaussée souple	4,40
28	600	0,110	66,00	B.B. 70 + G.L. 70	3,51
28	600	0,111	66,60	B.B. 69 + G.L. 69	3,53
28'	600	0,104	62,40	G.L.	3,32
29	650	0,109	70,850	B.B. 69 sur chaussée souple	3,49
29	650	0,093	60,450	B.B.	2,98
29	650	0,093	60,450	B.B.	3,00
29	650	0,100	65,00	G.L.	3,21
30	660	0,107	70,620	G.L.	3,43
31	700	0,115	80,500	B.B. 70 G.L. 70	3,64
32	820	0,098	80,360	B.B. 69 G.L. 69	3,18
33	1000	0,090	90,00	B.B. 69 G.L. 69	2,87
34	1100	0,093	102,30	Ancienne chaussée	3,00
34	1100	0,093	102,30	Ancienne chaussée	3,00
34	1100	0,104	114,40	G.L.	3,32

Tableau 4

CLASSEMENT DES SECTIONS SUIVANT L'ORDRE CROISSANT DE ϕ_o
POUR LES BASSES FREQUENCES

B.F.					
N°	$\phi_o B$	KB	$S = \phi_o B.KB$	NATURE DU REVETEMENT	B
1	1,1	0,78	0,858	B.B. 69	1,54
2	1,3	0,84	1,092	B.C.	1,81
3	1,1	1,00	1,100	B.B.	2,22
4	1,3	0,83	1,079	B.C.	1,75
5	1,5	0,76	1,140	B.B.	1,51
6	1,7	0,84	1,428	B.B.	1,78
7	1,8	1,50	2,700	B.C.	2,93
8	2,0	0,78	1,560	B.B.	1,53
9	1,7	0,94	1,598	B.C.	2,08
10	1,9	0,78	1,482	B.B.	1,54
11	2,0	0,86	1,720	B.B.	1,88
12	1,9	0,93	1,767	B.C.	2,06
13	2,0	0,94	1,880	B.B. 69 G.L. 69	2,09
14	2,1	0,82	1,722	B.B.	1,70
15	2,2	0,87	1,914	B.B.	1,89
16	2,1	0,92	1,932	B.B. 69 + G.L. 69	2,03
17	2,5	0,88	2,200	B.B. 69 + G.L. 69	1,94

Tableau 4
(suite)

B.F.					
N°	ϕ_B	KB	$S = \phi_B \cdot KB$	NATURE DU REVETEMENT	B
18	2,7	0,86	2,322	B.C.	1,84
19	2,8	0,84	2,352	B.C.	1,78
20	2,5	1,03	2,575	B.B. + G.L. 69	2,29
20'	2,8	0,90	2,520	B.B.	2,00
21	2,8	1,10	3,080	B.B. 69 chaussée souple	2,43
22	3,1	0,90	2,790	B.B. G.L. 70	2,00
23	4,0	0,80	3,200	B.B. 69 sur chaussée souple	1,62
24	4,0	0,78	3,120	B.B.	1,57
25	3,5	1,10	3,850	B.B. 69 sur chaussée souple	2,43
26	4,2	0,76	3,192	B.B. 70 + G.L. 70	1,46
27	3,8	1,03	3,914	B.B. G.L. 70	2,28
28	3,4	1,10	3,740	B.B.	2,43
29	3,5	0,90	3,150	B.B. + G.L. 69	2,00
30	4,1	0,88	3,608	B.B. + G.L. 70	1,92
31	4,0	0,92	3,680	B.B. + G.L. 69	2,04

Tableau 4
(suite)

B.F.					
N°	$\emptyset_o B$	KB	$S = \emptyset_o B.KB$	NATURE DU REVETEMENT	B
32	4,3	0,97	4,171	B.B. 69 sur chaussée souple	2,16
34	4,5	0,90	4,050	B.B. G.L. 69	1,99
35	5,5	0,86	4,730	B.B. G.L. 69	1,86
36	5,0	1,03	5,150	B.B.	2,29
38	5,0	1,05	5,250	B.B. G.L. 69	2,33
40	6,8	0,86	5,848	G.L.	1,86
41	7,0	0,80	5,600	G.L.	1,96
42	7,0	0,89	6,230	B.B. G.L. 70	1,65
43	7,0	1,16	8,120	B.B. G.L. 69	2,52
44	8	0,91	7,280	Ancienne Chaussée G.L.	2,02
45	8	0,74	5,920	G.L.	1,17
46	9	1,03	9,270	Ancienne Chaussée	2,29

Tableau 5

CLASSEMENT DES ROUTES NATIONALES
TRES BASSES FREQUENCES

0,5 - 2 Hz

NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\phi_o A (cm^3)$	A
Béton-Bitumineux	1	200	4,09
	2	420	4,06
	3	530	3,34
Béton-Bitumineux S/Grave Laitier	1	280	3,51
	2	438	3,37
	3	910	3,03
Grave Laitier	4	625	3,26
Ancienne chaussée	5	1100	3,23

Tableau 6

CLASSEMENT DES AUTOROUTES
TRES BASSES FREQUENCES

0,5 - 2 Hz

NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\phi_o A (cm^3)$	A
Béton-Ciment	1	27	1,33
	2	32	1,05
	3	83	1,63
	4	100	3,40
	5	170	1,59
	1	56	2,03
	2	100	3,18
	3	125	3,38
	4	140	2,64
	5	180	2,60

Tableau 7

CLASSEMENT DES ROUTES NATIONALES
BASSES FREQUENCES

2 - 20 Hz

NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\phi_o B(\text{cm}^3)$	B
Béton-Bitumineux	1	1,9	1,54
	2	3,2	2,43
	3	4,1	1,91
Béton-Bitumineux S/ Grave Laitier	1	2,3	2,08
	2	4,0	2,40
	3	6,1	2,09
Grave Laitier	4	7,3	1,66
Anciennes Chaussées	5	8,5	2,15

Tableau 8

CLASSEMENT DES AUTOROUTES
BASSES FREQUENCES

2 - 20 Hz

NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\phi_o B(\text{cm}^3)$	B
Béton-Bitumineux	1	1,1	1,88
	2	1,6	1,65
	3	2,0	1,70
	4	2,1	1,87
Béton-Ciment	1	1,3	1,78
	2	1,8	2,36
	3	2,7	1,81
	4	4,6	2,00

Le tableau 2 montre les valeurs calculées des pentes A et B.

Dans les tableaux 3 et 4, nous avons classé les sections étudiées suivant l'ordre croissant de $\phi_o A$ et $\phi_o B$.

Dans les tableaux 6 et 8, nous avons classé les sections autoroutières suivant la nature du revêtement et suivant l'ordre croissant de $\phi_o A$ et $\phi_o B$.

Dans les tableaux 5 et 7, nous avons classé les sections routières suivant la nature du revêtement et suivant l'ordre croissant de $\phi_o A$ et $\phi_o B$.

Enfin, dans les tableaux 9 et 10 nous avons classé les sections étudiées suivant la nature du revêtement.

Les classements ainsi obtenus sont cohérents avec le classement adopté au L.C.P.C. qui est obtenu par le calcul des surfaces de la densité spectrale pour les sections étudiées dans trois gammes de longueur d'onde comprises entre 1 et 40 m.

D'ailleurs, nous avons montré dans les tableaux 3 et 4 que le classement général reste presque le même, si l'on considère l'ordre croissant de ϕ_o ou de S.

Les deux classements coïncident parfaitement pour les valeurs de pente supérieures à 1.5 et inférieures à 4.

Résumé :

La représentation des courbes de densité spectrale sous la forme de deux droites conduit à :

- 1 - Ne pas tenir compte des pics représentant une forte concentration d'irrégularités.
- 2 - Une maniabilité bien supérieure des courbes de densité spectrale.
- 3 - Une appréciation de l'état du revêtement pour deux gammes de longueur d'onde : 10 à 40 m et 10 à 1 m (pulsations : $2,5 \cdot 10^{-2}$ à 10^{-1} m et 10^{-1} à 1 m respectivement).
- 4 - Une appréciation de l'état du revêtement pour chaque gamme de longueur d'onde par deux paramètres :
 - . La densité spectrale de référence ϕ_o , qui remplace l'aire calculée grâce au choix des pulsations de référence.

. La pente qui traduit la sensibilité à une variation de fréquence ou de vitesse du véhicule.

Remarque 1 : On trouve d'après les tableaux 8 et 9 que le rapport des densités spectrales de référence dans la gamme des grandes longueurs d'onde entre la meilleure route et la plus mauvaise dans le réseau étudié est de l'ordre de 3.10^{-2} , et dans la gamme des longueurs d'onde moyenne est de 15.10^{-2} .

Remarque 2 : l'utilisation des équations mathématiques ainsi trouvées sera présentée dans le cadre des calculs relatifs aux modèles mathématiques des véhicules automobiles.

Tableau 9

CLASSEMENT DU RESEAU NATIONAL ETUDIE
TRES BASSES FREQUENCES

0,5 - 2 Hz

NATURE DE ROUTE	NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\phi_o A (cm^3)$	A
Autoroute	B-C	1	29	1,12
"	B-C	2	114	2,20
"	B-B	3	127	2,86
"	B-B	4	160	2,62
Route Nationale	B-B	5	200	4,09
"	B-B	6	475	3,70
"	B-B/G.L.	7	360	3,44
"	B-B/G.L.	8	910	3,03
"	G.L.	9	625	3,26
"	A. Ch.	10	1100	3,23

Tableau 10

CLASSEMENT DU RESEAU NATIONAL ETUDIE

BASSES FREQUENCES

2 - 20 Hz

NATURE DE ROUTE	NATURE DU REVETEMENT	CLASSE	$\emptyset_o B(\text{cm}^3)$	B
Autoroute	B-B	1	1,35	1,76
"	B-C	2	1,55	2,07
Route Nationale	B-B	3	1,90	1,54
Autoroute	B-B	4	2,05	1,79
Route Nationale	B-B/G.L.	5	2,30	2,08
Autoroute	B-C	6	3,65	1,80
Route Nationale	B-B	7	3,65	2,17
"	B-B/G.L.	8	5,05	2,24
"	G.L	9	7,30	1,66
"	A. Ch.	10	8,50	2,15

C H A P I T R E 4

INTERPRETATION DE L'ETUDE

1 - INTRODUCTION

1. Généralité sur la route

On peut définir la route comme étant une surface destinée aux déplacements des véhicules automobiles ; elle doit leur permettre d'effectuer ces déplacements en sécurité et avec un confort suffisant.

La route est tributaire de la topographie des régions qu'elle traverse et des moyens de mise en oeuvre, ce qui se traduit par des discontinuités dans le tracé de la route qui agissent d'une part sur le véhicule et modifient son comportement, et d'autre part sur les passagers qui se trouvent soumis à des accélérations latérales et verticales. Ces réactions se caractérisent sur le corp humain par de la fatigue et par d'autres phénomènes qu'on a montrés dans les chapitres précédents.

L'établissement des caractéristiques du profil d'une route, la vitesse de base, donc l'envergure de la mise en oeuvre, dépendent des conditions de trafic prévu.

Les vitesses de base admises varient pour les diverses catégories de routes entre 70 km/h et 140 km/h. Toutefois, l'évolution des véhicules automobiles permettra, dans un prochain avenir de dépasser ces valeurs.

La route réelle ne possède pas un uni parfait, son adhérence peut varier le long d'un parcours donné, ce qui peut profondément compromettre la stabilité de certains véhicules.

Pour pouvoir analyser plus facilement l'interaction des propriétés des véhicules et des caractéristiques d'un parcours routier, nous sommes amenés à admettre des hypothèses simplificatrices en ce qui concerne la route d'une part, l'automobile et le passager d'autre part.

Nous nous intéresserons aux irrégularités verticales de la chaussée. Dans un premier temps. Nous supposons que le véhicule se déplace à vitesse uniforme sur une route dont le profil transversal est plan. Les seules excitations considérées seront celles dues aux irrégularités du profil longitudinal de la route.

Si le profil (ou le microprofil) de la route était une sinusoïde ou une fonction facile à décomposer en un nombre raisonnable de termes d'une série de Fourier, l'expression analytique de la réponse d'un élément du véhicule au déplacement, vitesse ou accélération, serait facile à établir. Il n'en est ainsi que dans des cas très exceptionnels (tôle ondulée d'Afrique).

Cependant des enregistrements effectués dans quelques pays ont montré que :

- L'excitation produite par un type donné de route est de caractère aléatoire stationnaire et ergodique si le véhicule se déplace en ligne droite et à vitesse constante pendant un temps suffisamment long (environ 4 minutes ou 5 Km à une vitesse de 72 km/h).

- Cette excitation peut se calculer, à partir de la fonction qui décrit la variation des hauteurs des irrégularités du profil en long de la route étudiée ; l'état de la route décrit par cette fonction est aussi aléatoire stationnaire et ergodique.

- La loi de distribution de ces excitations est Gaussienne.

Donc, pour un système linéaire, la loi de distribution des réponses est aussi Gaussienne et connue puisque l'on peut calculer leur moyenne quadriatique, donc leur dispersion.

Si on calcule les spectres des réponses, on peut donc connaître les fréquences critiques (résonances) et calculer le nombre de fois qu'une quantité donnée, déplacement ou accélération, dépasse un seuil fixe, ce qui nous permettra d'évaluer le "confort".

Il y a plusieurs manières pour calculer les réponses, nous avons choisi celle qui consiste à calculer la densité spectrale de la réponse et la fonction de transfert du système étudié.

Nous avons procédé par les transformées de Fourier, en raison de la relation :

$$F(R) = H(i\omega) \cdot F(E)$$

où :

$F(R)$ = Transformée de Fourier de la réponse.

$F(E)$ = Transformée de Fourier de l'excitation.

$H(i\omega)$ = La fonction de transfert du point z du système, en écriture complexe, quand on l'excite par E .

$\omega = 2\pi f$ = la pulsation (f = la fréquence).

Mais les transformées directes et inverses de Fourier ne sont pas toujours faciles à calculer, nous montrerons plus loin la méthode choisie pour calculer la réponse.

2. Généralités sur les véhicules

Il est très difficile de définir un modèle théorique qui représente fidèlement la majorité des véhicules réels car il y a une grande disparité dans l'ensemble du parc automobile et notamment sur les points suivants :

- centrage des masses,
- position de l'essieu moteur,
- géométrie des trains avant et arrière,
- raideur verticale de la suspension,
- amortissement de la suspension,
- caractéristiques du pneumatique,
- les caractéristiques dimensionnelles (voie, empattement, rayon de giration...etc),
- dispositif anti-roulis.

L'examen d'un grand nombre de véhicules sort largement de l'étude envisagée, nous avons choisi, pour l'analyse de l'influence de l'un des revêtements routiers sur le confort des véhicules automobiles, trois véhicules français de caractéristiques géométriques moyennes, les grandeurs fondamentales de ces trois véhicules sont montrées plus loin.

Centrage des masses :

Il est bien évident que les véhicules à traction avant sont fort différents des véhicules à traction arrière en ce qui concerne la répartition des masses. Pour simplifier l'étude nous avons considéré le véhicule en pleine charge.

Géométrie de la suspension :

Nous avons considéré que :

- les roues d'un même essieu sont parallèles entre elles et perpendiculaires au sol,
- qu'elles le restent dans tous les débattements de suspension, quelque soit l'angle de roulis pris par le véhicule.

Nous négligerons, ainsi les imperfections résultant de la réalisation de la suspension réelle.

Enfin, nous supposerons que l'axe de roulis est horizontal et situé tout près du sol.

Position de l'essieu moteur :

La position de l'essieu moteur n'est pas fondamentale dans le cadre de la présente étude.

Caractéristiques du pneumatique :

Nous supposerons pour les calculs que :

- la chasse du pneumatique est négligeable,
- le pneumatique possède une raideur verticale constante,
- l'élasticité transversale du pneumatique est négligeable,
- le pneumatique possède un coefficient d'amortissement vertical constant,

- l'amortissement du pneumatique est linéaire et symétrique (ce point sera discuté en détail).

Caractéristiques de l'amortissement de la suspension :

Nous supposons pour les calculs que :

- l'amortisseur est toujours perpendiculaire au sol,
- le coefficient d'amortissement est constant,
- l'amortisseur est linéaire et symétrique (ce point sera discuté en détail).

Raideur verticale de la suspension :

La suspension des véhicules choisis est supposée souple. Nous discuterons dans le cadre du calcul analogique la présence des éléments caoutchoutiques de la suspension. Les fréquences de pompage des essieux étudiés sont montrées dans l'étude de tangage.

Dispositif anti-roulis :

Nous supposons que le véhicule est muni d'un système anti-roulis établi pour limiter l'angle de roulis (ce point sera discuté en détail).

Nous préciserons plus loin toutes les hypothèses relatives aux modèles mathématiques adoptés.

3. Les mouvements étudiés

Nous remarquons que, pour les voitures particulières chargées, les mouvements de roulis et de tangage sont découplés. Il est donc possible d'étudier ces deux réponses du véhicule séparément. Par ailleurs, en raison du pouvoir absorbant du pneumatique, si l'on circule sur une route normale (pas trop défoncée), les irrégularités du revêtements pouvant créer des efforts horizontaux perpendiculaires à l'axe longitudinal du véhicule sont du second ordre par rapport à celles pouvant donner des efforts verticaux.

Nous étudierons donc, deux mouvements principaux du véhicule : le roulis et le tangage.

4. Les modèles mathématiques adoptés

Il nous a donc semblé intéressant de développer des modèles mathématiques susceptibles de représenter assez fidèlement un véhicule progressant sur une chaussée dont l'uni est irrégulier.

1°) Le mouvement de "Roulis"

Le modèle "A" schématise un essieu complet (figure 20), supportant une masse suspendue M dont le rayon de giration transversale est I_x . Ce modèle comporte 4 degrés de liberté :

z = mouvement vertical de la masse suspendue relatif à l'essieu considéré.

θ = angle de roulis de la masse suspendue par rapport au sol.

z_1 = mouvement de la masse suspendue droite.

z_2 = mouvement de la masse suspendue gauche.

Deux perfectionnements ont été apportés à ce modèle mathématique en le dotant :

a - d'un couplage élastique entre les masses non suspendues, ce qui permet de représenter mathématiquement la barre anti-roulis dont sont munis la majorité des essieux modernes. La présence de cette barre a une répercussion sensible sur l'adhérence des roues d'un même essieu dans le cas de sollicitations unilatérales.

b - d'un amortissement du pneumatique qui est normalement négligé dans les études du comportement dynamique du véhicule. Ce terme a, à notre avis, une valeur non négligeable.

Pour préciser l'influence de ces deux paramètres nous avons adopté les modèles "B" et "C" dont le premier représente le modèle "A" dans lequel on néglige l'amortissement du pneumatique et le second représente le modèle "A" dans lequel on néglige la barre anti-roulis.

Enfin, nous avons adopté un modèle "D" très simplifié qui représente le modèle "A" où sont négligés à la fois la barre anti-roulis et l'amortissement du pneumatique.

2°) Le mouvement de "Tangage"

Le modèle "E" est relatif à la dynamique longitudinale du véhicule. Il ne considère que l'action d'une excitation sur l'essieu avant puis sur l'essieu arrière, il ne se différencie pas entre les roues droite et gauche. Nous avons négligé dans ce modèle l'amortissement du pneumatique. Ce modèle comporte aussi quatre degrés de liberté :

y_5 : mouvement de la masse suspendue avant

y_6 : mouvement de la masse suspendue arrière

y_3 : mouvement de la masse non suspendue avant

y_4 : mouvement de la masse non suspendue arrière.

Dans l'étude des deux mouvements : roulis et tangage nous avons supposé que l'aire de contact du pneumatique est ponctuelle et que le pneu prend contact avec le sol au point O situé à la verticale du moyeu. Cette hypothèse nécessite que la variation de l'uni soit relativement très faible vis-à-vis du rayon de la roue ce qui est vrai dans la majorité des cas étudiés pour les petites longueurs d'onde.

2 - LE MOUVEMENT DE ROULIS

1. Le modèle A

Le modèle "A" schématise un essieu complet (figure 20), supportant une masse suspendue M dont le rayon de giration transversale est lx , ce modèle comporte 4 degrés de liberté :

z : le déplacement vertical de la masse suspendue relative à l'essieu considéré,

θ : l'angle de roulis de la masse suspendue par rapport au sol,

MOUVEMENT DE ROULIS

Modèle A

Essieu complet avec dispositif anti-roulis

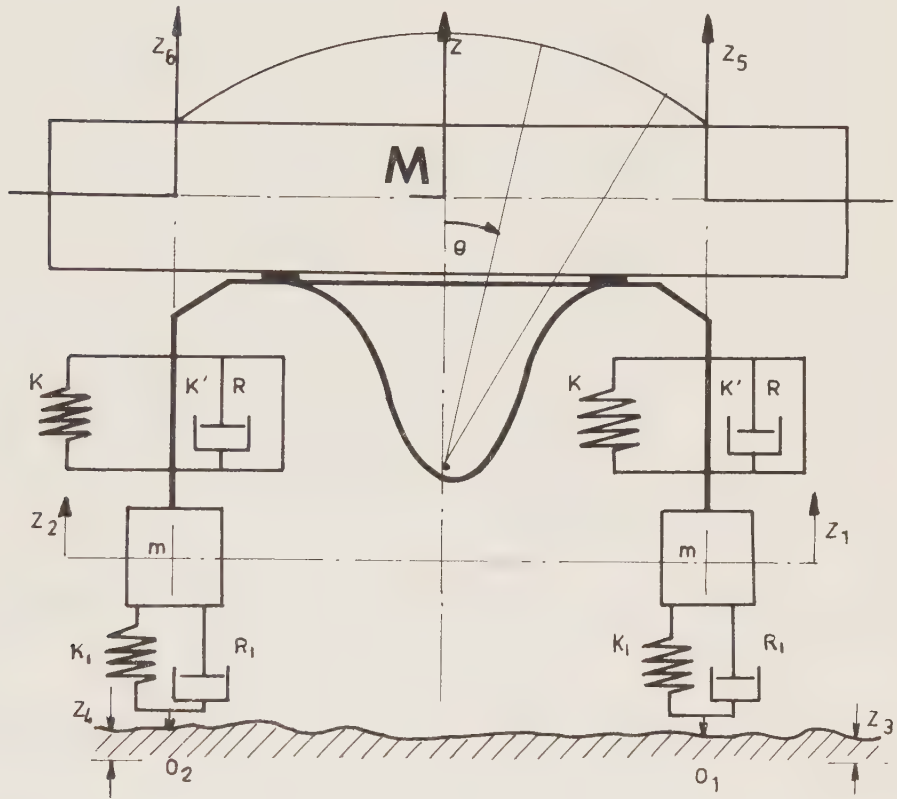


Fig. 20

z_1 : Le déplacement vertical de la masse non suspendue droite,

z_2 : Le déplacement vertical de la masse non suspendue gauche.

Les équations d'équilibre de l'essieu considéré nécessitent la définition des termes suivants :

IR : Inertie de rotation de l'essieu autour du centre de roulis,

M : La masse de l'essieu considéré,

K : Raideur en pompage de l'essieu considéré rapportée à une roue,

K' : Raideur équivalente de la barre anti-roulis rapportée à une roue,

K_1 : Raideur verticale du pneumatique,

R : L'amortissement de la suspension représentée par un amortisseur linéaire de viscosité R (par roue),

R_1 : L'amortissement du pneumatique représenté par un amortisseur linéaire de viscosité R_1 (par roue),

a : La demi-voie du véhicule.

Pour l'essieu considéré, les équations d'équilibre sont alors de la forme :

$$\text{I} \quad Mz'' + 2Rz' + 2Kz - Kz_1 - Kz_2 - Rz'_1 - Rz'_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad I\theta'' + 2Ra^2\theta' + 2a^2(K + K')\theta - Raz'_1 + Raz'_2 \\ - a(K + K')z_1 + a(K + K')z_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III} \quad mz''_1 + (K + K_1)z_1 - \frac{K'}{2}(z_2 - z_1) + (R + R_1)z'_1 - Rz' - Kz \\ - Ra\theta' - (K + K')a\theta = f_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV} \quad mz''_2 + (K + K_1)z_2 - \frac{K'}{2}(z_1 - z_2) + (R + R_1)z'_2 - Rz' - Kz \\ + Ra\theta' + (K + K')a\theta = f_2 \end{aligned}$$

$$f_1 = K_1 y_3 + R_1 y'_3$$

$$f_2 = K_1 y_4 + R_1 y'_4$$

où z_3 et z_4 sont les déplacements verticaux des points O_1 et O_2 ;

z_3 et z_4 sont de la forme :

$$z_3(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Z_3(w) e^{iwt} dw$$

$$z_4(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Z_4(w) e^{iwt} dw$$

Les solutions en régime forcé sont de la même forme :

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Z(w) e^{iwt} dw$$

$$\theta(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} H(w) e^{iwt} dw$$

$$z_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Z_1(w) e^{iwt} dw$$

$$z_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Z_2(w) e^{iwt} dw$$

En remplaçant z_1, z_2, z_3, z_4, z et θ par leurs valeurs et $z'_1, z'_2, z'_3, z'_4, z', \theta', z''_1, z''_2, z''$ et θ'' respectivement par leurs transformées de Fourier :

$$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z, H, iwZ_1, iwZ_2, iwZ_3, iwZ_4, iwZ, iwH,$$

$$-w^2Z_1, -w^2Z_2, -w^2Z \text{ et } -w^2H, \text{ on trouve :}$$

$$(I-1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[(-Mw^2 + 2iwR + 2K) Z^{(w)} - (K + iwR)Z_1^{(w)} - (K + iwR)Z_2^{(w)} \right] \cdot e^{iwt} dw = 0$$

$$(II-1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left\{ \left[-Iw^2 + 2iwRa^2 + 2a^2 (K + K') \right] H(w) - \left[iwRa + a(K + K') \right] Z_1(w) + \left[iwRa + a(K + K') \right] Z_2(w) \right\} e^{iwt} dw = 0$$

$$(III-1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left\{ \left[-mw^2 + (K + K_1 + \frac{K'}{2}) + iw(R + R_1) \right] Z_1(w) - (K + iwR) Z(w) - \frac{K'}{2} Z_2(w) - \left[Raiw + (K + K')a \right] H(w) \right\} e^{iwt} dw = 0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} (K_1 + iwR_1) \cdot Z_3(w) e^{iwt} dw$$

$$(IV-1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left\{ \left[-mw^2 + (K + K_1 + \frac{K'}{2}) + iw(R + R_1) \right] Z_2(w) - (K + iwR) Z(w) - \frac{K'}{2} Z_1(w) + \left[Raiw + (K + K')a \right] H(w) \right\} e^{iwt} dw =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} (K_1 + iwR_1) Z_4(w) e^{iwt} dw$$

Le système se met en écriture opérationnelle sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} Z \\ Z_1 \\ Z_2 \\ H \end{pmatrix} \begin{vmatrix} A & B & B & O \\ O & C & -C & E \\ B & F & G & C \\ B & G & F & -C \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} O \\ O \\ DZ_3 \\ DZ_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\text{où :} \quad A &= (-Mw^2 + 2iwR + 2K) \\
B &= -(K + iwR) \\
C &= -[iwRa + a(K + K')] \\
E &= [-Iw^2 + 2iwRa^2 + 2a^2 (K + K')] \\
D &= + (iwR_1 + K_1) \\
F &= [-mw^2 + (K + K_1 + \frac{K'}{2}) + (R + R_1)iw] \\
G &= -\frac{K'}{2}
\end{aligned}$$

On trouve :

$$(I-2) \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[A(w) Z(w) + B(w) Z_1(w) + B(w) Z_2(w) \right] e^{iwt} dw = 0$$

$$(II-2) \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[O Z(w) + C(w) Z_1(w) - C(w) Z_2(w) + E(w) H(w) \right] e^{iwt} dw = 0$$

$$\begin{aligned}
(III-2) \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[B(w) Z(w) + F(w) Z_1(w) + G Z_2(w) + C(w) H(w) \right] e^{iwt} dw &= \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[D(w) Z_3(w) \right] e^{iwt} dw
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(IV-2) \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[B(w) Z(w) + G Z_1(w) + F(w) Z_2(w) - C(w) H(w) \right] e^{iwt} dw &= \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[D(w) Z_4(w) \right] e^{iwt} dw
\end{aligned}$$

où :

$$\begin{pmatrix} Z \\ Z_1 \\ Z_2 \\ H \end{pmatrix} \quad \Delta \quad = \quad \begin{pmatrix} O \\ O \\ DZ_3 \\ DZ_4 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$Z = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$Z_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$Z_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$H = \frac{\Delta_4}{\Delta}$$

On commence par calculer le déterminant principal Δ et les déterminants Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 et Δ_4 .

1°) Calcul de Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & B & O \\ O & C & -C & E \\ B & F & G & C \\ B & G & F & -C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & O & B & O \\ O & 2C & -C & E \\ B & F-G & G & C \\ B & G-F & F & -C \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A & O & B & O \\ O & 2C & -C & E \\ 2B & O & G+F & O \\ B & G-F & F & -C \end{vmatrix} =$$

$$= A \begin{vmatrix} 2C & -C & E \\ 0 & G+F & 0 \\ G-F & F & -C \end{vmatrix} + B \begin{vmatrix} 0 & 2C & E \\ 2B & 0 & 0 \\ B & G-F & -C \end{vmatrix}$$

$$= -2AC^2 (G+F) - AE (G+F) (G-F) + 4B^2C^2 + 2B^2E (G-F)$$

$$= -A (G+F) [2C^2 + E (G-F)] + 2B^2 [2C^2 + E (G-F)]$$

$$= [2C^2 + E (G-F)] [2B^2 - A (G+F)]$$

$$= [E (F-G) - 2C^2] [A (G+F) - 2B^2]$$

$$= I \times II$$

$$I = A(F+G) - 2B^2$$

$$II = E(F-G) - 2C^2$$

2°) Calcul de Δ_1 :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & B & B & 0 \\ 0 & C & -C & E \\ DZ_3 & F & G & C \\ DZ_4 & G & F & -C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 2C & -C & E \\ DZ_3 & F-G & G & C \\ DZ_4 & G-F & F & -C \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = B \begin{vmatrix} 0 & 2C & E \\ DZ_3 & F-G & C \\ DZ_4 & G-F & -C \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = -2BC \begin{vmatrix} DZ_3 & C \\ DZ_4 & -C \end{vmatrix} + BE \begin{vmatrix} DZ_3 & F-G \\ DZ_4 & G-F \end{vmatrix}$$

$$= 2BC (CD Z_3 + CD Z_4) + BE [D(G-F) Z_3 - D(F-G) Z_4]$$

$$= 2BC^2D (Z_3 + Z_4) + BED (G-F) (Z_3 + Z_4)$$

$$\Delta_1 = BD [2C^2 + E (G-F)] (Z_3 + Z_4)$$

3°) Calcul de Δ_2 :

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & -C & E \\ B & DZ_3 & G & C \\ B & DZ_4 & F & -C \end{vmatrix}$$

$$= A \begin{vmatrix} 0 & -C & E \\ DZ_3 & G & C \\ DZ_4 & F & -C \end{vmatrix} + B \begin{vmatrix} 0 & 0 & E \\ B & DZ_3 & C \\ B & DZ_4 & -C \end{vmatrix}$$

$$= AC [-CDZ_3 - CDZ_4] + AE [DFZ_3 - DGZ_4] + BE [BDZ_4 - BDZ_3]$$

$$\Delta_3 = -AC^2D (Z_3 + Z_4) + AED (FZ_4 - GGZ_3) + B^2ED (Z_4 - Z_3)$$

4°) Calcul de Δ_3 :

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} A & B & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & E \\ B & F & DZ_3 & C \\ B & G & DZ_4 & -C \end{vmatrix} \\ &= A \begin{vmatrix} C & 0 & E \\ F & DZ_3 & C \\ G & DZ_4 & -C \end{vmatrix} - B \begin{vmatrix} 0 & 0 & E \\ B & DZ_3 & C \\ B & DZ_4 & -C \end{vmatrix} \\ &= AC \begin{vmatrix} -CDZ_3 & -CDZ_4 \end{vmatrix} + AE \begin{vmatrix} FDZ_4 & -GDZ_3 \end{vmatrix} - BE \begin{vmatrix} BDZ_4 & -BDZ_3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = -AC^2D (Z_3 + Z_4) + AED (FZ_4 - GZ_3) - B^2DE (Z_4 - Z_3)$$

5°) Calcul de Δ_4 :

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= \begin{vmatrix} A & B & B & 0 \\ 0 & C & -C & 0 \\ B & F & G & DZ_3 \\ B & G & F & DZ_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B & 0 & 0 \\ 0 & C & -2C & 0 \\ B & F & G-F & DZ_3 \\ B & G & F-G & DZ_4 \end{vmatrix} \\ &= A \begin{vmatrix} C & -2C & 0 \\ F & G-F & DZ_3 \\ G & F-G & DZ_4 \end{vmatrix} - B \begin{vmatrix} 0 & -2C & 0 \\ B & G-F & DZ_3 \\ B & F-G & DZ_4 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -ACD(F-G) Z_3 + AC [D(G-F)] Z_4 + 2AC [FDZ_4 - GDZ_3] - 2BC [BDZ_4 - BDZ_3] \\
&= -ACDFZ_3 + ACDGZ_3 + ACDGZ_4 - ACDFZ_4 + 2ACDFZ_4 - 2ACDGZ_3 - 2B^2CD (Z_4 - Z_3) \\
&= ACDFZ_4 - ACDGZ_3 - ACDFZ_3 + ACDGZ_4 - 2B^2CD (Z_4 - Z_3) \\
&= ACDF(Z_4 - Z_3) + ACDG(Z_4 - Z_3) - 2B^2CD(Z_4 - Z_3) \\
\Delta_4 &= CD [A(F + G) - 2B^2] (Z_4 - Z_3)
\end{aligned}$$

2.2 LA METHODE DE CALCUL

Le spectre de la réponse $SZ_j(f)$ d'un point z_i d'un système soumis à un ensemble de n forces $\sum_{K=1}^{K=n} FK$ est donné par l'expression :

$$SZ_j(f) = \sum_{r=1}^{r=n} \sum_{s=1}^{s=n} H^*_{jr}(i2\pi f) \cdot H_{js}(i2\pi f) \cdot S_{rs}(f)$$

où :

$H^*_{jr}(i2\pi f)$: l'imaginaire conjuguée de la réponse en fréquence du point z_i du système quand on l'excite par la force F_r .

$H_{js}(i2\pi f)$: la réponse en fréquence du point z_i du système quand on l'excite par la force F_s .

S_{rs} : Le spectre de l'excitation.

Si : $r = s$: il s'agit du spectre normal d'une des forces appliquées.

$r \neq s$: il s'agit du spectre intercorréllé de deux forces appliquées : F_r et F_s .

Exemple : Si le système est soumis à deux forces F_1 et F_2 , le spectre de la réponse d'un point z_i aura pour expression :

$$SZ_j(f) = H^*_{j_1} H_{j_1} S_1(f) + H^*_{j_2} H_{j_2} S_2(f) + H^*_{j_1} H_{j_2} S_{12}(f) + \\ + H_{j_1} H^*_{j_2} S_{21}(f)$$

H_{j_1} : représente la fonction de transfert du point z_i du système quand on l'excite par F_1 uniquement.

H_{j_2} : représente la fonction de transfert du point z_j du système quand on l'excite par F_2 uniquement.

$H^*_{j_1}$ et $H^*_{j_2}$: sont les imaginaires conjugués de H_{j_1} et H_{j_2} respectivement.

$S_1(f)$: est le spectre de la force F_1

$S_2(f)$: est le spectre de la Force F_2

$S_{12}(f)$ et $S_{21}(f)$: sont les spectres intercorréllés de ces deux forces.

On remarque que :

$$H^* \cdot H = | (H) |^2$$

l'équation précédente devient donc :

$$SZ_j(f) = | (H_{j_1}) |^2 S_1(f) + | (H_{j_2}) |^2 S_2(f) + H^*_{j_1} H_{j_2} S_{12}(f) + \\ + H_{j_1} H^*_{j_2} S_{21}(f)$$

c'est-à-dire qu'il faut chercher les fonction du transfert H_{j_1} et H_{j_2} pour chaque point étudié du système et qu'il ne suffit pas de connaître $S_1(f)$ et $S_2(f)$ mais aussi $S_{12}(f)$ et $S_{21}(f)$.

Nous calculerons Hj_1 et Hj_2 de chaque point étudié. Nous commencerons par le calcul des déterminantes : Δ_{11} , Δ_{12} , Δ_{21} , Δ_{22} , Δ_{31} , Δ_{32} , Δ_{41} et Δ_{42} qui représentent les déterminantes Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 et Δ_4 en supposant pour chacun d'eux $F_2 = 0$ puis $F_1 = 0$ successivement.

On a :

$$Hj_1 = \frac{\Delta j_1}{\Delta}$$

$$Hj_2 = \frac{\Delta j_2}{\Delta}$$

$$Hj_1 = \frac{Z_j}{Z_3} \quad (F_2 = 0)$$

$$Hj_2 = \frac{Z_j}{Z_4} \quad (F_1 = 0)$$

Calcul de H_{11} et H_{12}

$$H_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z_3}$$

$$H_{12} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta Z_4}$$

On a :

$$\Delta_{11} = BD \left[2C^2 + E(G-F) \right] Z_3 \quad (Z_4 = 0)$$

$$\Delta_{12} = BD \left[2C^2 + E(G-F) \right] Z_4 \quad (Z_3 = 0)$$

d'où :

$$H_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z_3} = \frac{BD [2C^2 + E(G-F)]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{21} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta Z_4} = \frac{BD [2C^2 + E(G-F)]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{11} = H_{12} = \frac{BD}{2B^2 - A(F+G)}$$

$$BD = - (K + iwR) (K_1 + iwR_1)$$

$$= - [KK_1 + (KR_1 + K_1R) iw - w^2RR_1]$$

$$BD = w^2RR_1 - (KR_1 + K_1R) iw - KK_1$$

$$2B^2 - A(F+G) = 2(K+iwR)^2 - (-Mw^2 + 2iwR + 2K) [-mw^2 + (R + R_1)iw + (K + K_1)]$$

$$= 2 [K^2 + 2KRiw - w^2R^2] - [mMw^4 - M(R + R_1) iw^3$$

$$- M(K + K_1)w^2 - 2mRiw^3 - 2R(R + R_1) w^2 + 2R(K + K_1) iw$$

$$- 2Kmw^2 + 2K(R + R_1)iw + 2K(K + K_1)]$$

$$= 2K^2 + 4KRiw - 2w^2R^2 - mMw^4 + M(R + R_1)iw^3$$

$$+ M(K + K_1) w^2 + 2mRiw^3 + 2R(R + R_1) w^2 - 2R(K + K_1) iw$$

$$+ 2Kmw^2 - 2K(R + R_1) iw - 2K(K + K_1)$$

$$\begin{aligned}
&= -mMw^4 + [M(R + R_1) + 2mR] iw^3 \\
&\quad + [M(K+K_1) + 2RR_1 + 2Km] w^2 \\
&\quad - 2(K_1 R + KR_1)iw - 2KK_1
\end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned}
H_{11} = & \frac{KK_1 + (KR_1 + K_1R)iw - RR_1w^2}{2KK_1 + 2(K_1R + KR_1) iw - [M(K+K_1) + 2RR_1 + 2Km] w^2} \\
& - \frac{[M(R + R_1) + 2mR] iw^3 + mMw^4}{}
\end{aligned}$$

Nous allons mettre la fonction de transfert H sous la forme :

$$H_{j1} = K_{j1} \frac{1 + a_{j1} iw - a_{j2}w^2}{1 + b_{j1}iw - b_{j2} w^2 - b_{j3}w^3 + b_{j4}w^4}$$

d'où :

$$K_{11} = \frac{1}{2} \quad (\text{Le gain statique du système})$$

$$a_{11} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$a_{12} = \frac{RR_1}{KK_1}$$

$$b_{11} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$b_{12} = \frac{M(K+K_1)}{2KK_1} + \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1}$$

$$b_{13} = \frac{M(R+R_1)}{2KK_1} + \frac{mR}{K_1K}$$

$$b_{14} = \frac{mM}{2KK_1}$$

Calcul de H_{41} et H_{42}

$$H_{41} = \frac{\Delta_{41}}{\Delta Z_3}$$

$$H_{42} = \frac{\Delta_{42}}{\Delta Z_4}$$

On a :

$$\Delta_{41} = -CD [A(F+G) + 2B^2] Z_3 \quad (Z_4 = 0)$$

$$\Delta_{42} = CD [A(F+G) + 2B^2] Z_4 \quad (Z_3 = 0)$$

d'où :

$$H_{41} = \frac{\Delta_{41}}{Z_3 \Delta} = \frac{-CD [A(F+G) - 2B^2]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{42} = \frac{\Delta_{42}}{Z_4 \Delta} = \frac{CD [A(F+G) - 2B^2]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{41} = -H_{42} = \frac{-CD}{E(F-G) - 2C^2}$$

$$-CD = [Raiw + A(K+K')] (R_1iw + K_1)$$

$$= -RR_1aw^2 + [K_1Ra + a(K+K')R_1] iw + AK_1(K+K')$$

$$E(F-G) - 2C^2 = [-Iw^2 + 2iwRa^2 + 2a^2(K+K')] \cdot$$

$$\bullet [-mw^2 + (K+K_1+K') + (R+R_1)iw] - 2 [iwRa + A(K+K')]^2$$

$$\begin{aligned}
&= -2 \left[-w^2 R^2 a^2 + 2a^2 R(K+K')iw + a^2(K+K')^2 \right] \\
&+ \left[mIw^4 - (K+K_1+K') Iw^2 - (R+R_1) Iiw^3 \right. \\
&\quad - 2iw^3 Ra^2 m + 2Ra^2(K+K_1+K')iw - 2Ra^2(R+R_1) w^2 \\
&\quad - 2ma^2(K+K')w^2 + 2(K+K') (K+K_1+K')a^2 \\
&\quad + 2a^2(K+K') (R+R_1)iw \\
&\quad \left. + 2w^2 R^2 a^2 - 4Ra^2(K+K')iw - 2a^2(K+K')^2 \right] \\
&= mIw^4 - \left[I(R+R_1) + 2Ra^2 m \right] iw^3 \\
&\quad - \left[I(K+K_1+K') + 2ma^2(K+K') + 2RR_1 a^2 \right] w^2 \\
&\quad + 2a^2 \left[K_1 R + R_1(K+K') \right] iw + 2a^2 K_1(K+K')
\end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned}
H_{41} &= \frac{aK_1(K+K') + [K_1 Ra + aR_1(K+K')] iw - RR_1 a w^2}{2a^2 K_1(K+K') + 2a^2 [K_1 R + R_1(K+K')] iw - [I(K+K_1+K') \\
&\quad + 2ma^2(K+K') + 2RR_1 a^2] w^2 - [I(R+R_1) + 2Ra^2 m] iw^3} \\
&\quad - mIw^4
\end{aligned}$$

Nous allons mettre la fonction de transfert H_{41} sous la forme :

$$H_{j1} = K_{j1} \frac{1 + a_{j1}iw - a_{j2}w^2}{1 + b_{j1}iw - b_{j2}w^2 - b_{j3}iw^3 + b_{j4}w^4}$$

d'où :

$$v_{41} = \frac{1}{2a}$$

$$a_{41} = \frac{R}{2a(K+K')} + \frac{R_1}{2aK_1}$$

$$a_{42} = \frac{R R_1}{2aK_1 (K+K')}$$

$$b_{41} = \frac{R}{K+K'} + \frac{R_1}{K_1}$$

$$b_{42} = \frac{I}{2a^2 (K+K')} + \frac{I}{2a^2 K_1} + \frac{m}{K_1} + \frac{R R_1}{K_1 (K+K')}$$

$$b_{43} = \frac{I(R+R_1)}{2a^2 K_1 (K+K')} + \frac{Rm}{K_1 (K+K')}$$

$$b_{44} = \frac{mI}{2a^2 K_1 (K+K')}$$

Calcul de H_{21} et H_{22}

$$H_{21} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta Z_3}$$

$$H = \frac{\Delta_{22}}{\Delta Z_4}$$

On a :

$$\Delta_{21} = [-AC^2D + AEDF - B^2ED] Z_3$$

$$\Delta_{21} = D [A(EF-C^2) - B^2E] Z_3$$

$$\Delta_{22} = [-AC^2D - AEDG + B^2ED] Z_4$$

$$\Delta_{22} = -D [A(EG+C^2) - B^2E] Z_4$$

d'où :

$$H_{21} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta Z_3} = \frac{D [A(EF-C^2) - B^2E]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta Z_4} = \frac{-D [A(EG+C^2) - B^2E]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

Calcul de H_{31} et H_{32}

$$H_{31} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta Z_3}$$

$$H_{32} = \frac{\Delta_{32}}{\Delta Z_4}$$

On a :

$$\Delta_{31} = [-AC^2D - AEDG + B^2DE] Z_3$$

$$\Delta_{32} = [-AC^2D + AEDF - B^2DE] Z_4$$

d'où :

$$H_{31} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta Z_3} = \frac{D [A(EG+C^2) - B^2E]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

$$H_{32} = \frac{\Delta_{32}}{\Delta Z_4} = \frac{-D [A(EF-C^2) - B^2E]}{[A(F+G) - 2B^2] [E(F-G) - 2C^2]}$$

On remarque que :

$$H_{21} = H_{32}$$

et $H_{22} = H_{31}$

Nous n'avons pas cherché à mettre H_{21} et H_{22} sous la forme :

$$H_{j1} = K_{j1} \frac{1 + a_{j1}iw - a_{j2}w^2 + \dots}{1 + b_{j1}iw - b_{j2}w^3 - b_{j3}iw^3 + b_{j4}w^4 + \dots}$$

On trouve facilement que le dénominateur devient du 8ème degré et le numérateur du 4ème degré.

Remarque :

Si l'on adopte une supposition telle que :

$$S_1(f) = S_2(f) = S_{12}(f) = S_{21}(f).$$

La relation :

$$SZ_j(f) = H^{*j_1}_{j_1} H_{j_1} S_1(f) + \dots + \dots + H_{j_1} H^{*j_2}_{j_2} S_{21}(f)$$

s'écrit :

$$SZ_j(f) = S_1(f) [H^{*j_1}_{j_1} H_{j_1} + H^{*j_2}_{j_2} H_{j_2} + H^{*j_1}_{j_1} H_{j_2} + H_{j_1} H^{*j_2}_{j_2}]$$

La parenthèse donne :

$$[H^{*j_1}_{j_1} + H^{*j_2}_{j_2}] [H_{j_1} + H_{j_2}] = [H_{j_1} + H_{j_2}]^2$$

Nous calculerons à titre indicatif les fonctions $H_3 = H_{31} + H_{32}$ et $H_2 = H_{21} + H_{22}$, il est bien évident qu'on trouve d'après cette supposition :

$$H_1 = H_{12} + H_{11} = 2H_{11}$$

et

$$H_2 = H_{21} + H_{22} = 0 \quad (H_{21} = -H_{22})$$

$$\underline{\text{Calcul de } H_3 = H_{31} + H_{32}}$$

D'abord on note que d'après cette supposition, on trouve

$$||H_4 = H_3||$$

car on a montré précédemment que :

$$H_{31} = H_{42}$$

$$H_{32} = H_{41}$$

d'où : $H_{31} + H_{32} + H_{41} + H_{42}$

on a :

$$H_{31} = \frac{D}{\Delta} [A(EG+C^2) - B^2 E]$$

$$H_{32} = \frac{-D}{\Delta} [A(EF-C^2) - B^2 E]$$

$$H_3 = H_{31} + H_{32} = \frac{D}{\Delta} [AE(G-F) + 2C^2 A] = -\frac{DA}{\Delta} [E(F-G) - 2C^2]$$

d'où :

$$H_3 = \frac{DA}{2B^2 - A(F+G)}$$

$$DA = (iwR_1 + K_1) (-Mw^2 + 2iwR + 2K)$$

$$= -R_1 M i w^3 - 2RR_1 w^2 + 2KR_1 i w - MK_1 w^2 + 2K_1 R i w + 2KK_1$$

$$DA = -R_1 M i w^3 - (2RR_1 + MK_1) w^2 + 2(KR_1 + K_1 R) i w + 2KK_1$$

$$2B^2 - A(F+G) = -mMw^4 + [M(R+R_1) + 2mR] i w^3$$

$$+ [M(K+K_1) + 2RR_1 + 2Km] w^2$$

$$- 2(K_1 R + KR_1) i w - 2KK_1$$

d'où :

$$H_3 = \frac{2KK_1 + 2(KR_1 + K_1 R) i w - (2RR_1 + MK_1) w^2 - R_1 M i w^3}{-2KK_1 - 2(K_1 R + KR_1) i w + [M(K+K_1) + 2RR_1 + 2km] w^2 + [M(R+R_1) + 2mR] i w^3 - mMw^4}$$

Nous allons mettre la fonction de transfert H sous la forme :

$$H_j = K_j \frac{1 + a_{j1}iw - a_{j2}w^2 - a_{j3}iw^3}{1 + b_{j1}iw - b_{j2}w^2 - b_{j3}iw^3 + b_{j4}w^4}$$

d'où :

$$K_2 = K_3 = -1$$

$$a_{21} = a_{31} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$a_{22} = a_{32} = \frac{RR}{KK_1} + \frac{M}{2K}$$

$$a_{23} = a_{33} = \frac{R_1M}{2KK_1}$$

$$b_{21} = b_{31} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$b_{22} = b_{32} = \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1} + \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$$

$$b_{23} = b_{33} = \frac{M(R+R_1)}{2KK_1} + \frac{mR}{KK_1}$$

$$b_{24} = b_{34} = \frac{mM}{2KK_1}$$

2. Modèle "B"

Ou étude du modèle "A" en négligeant l'amortissement du pneu-
matique.

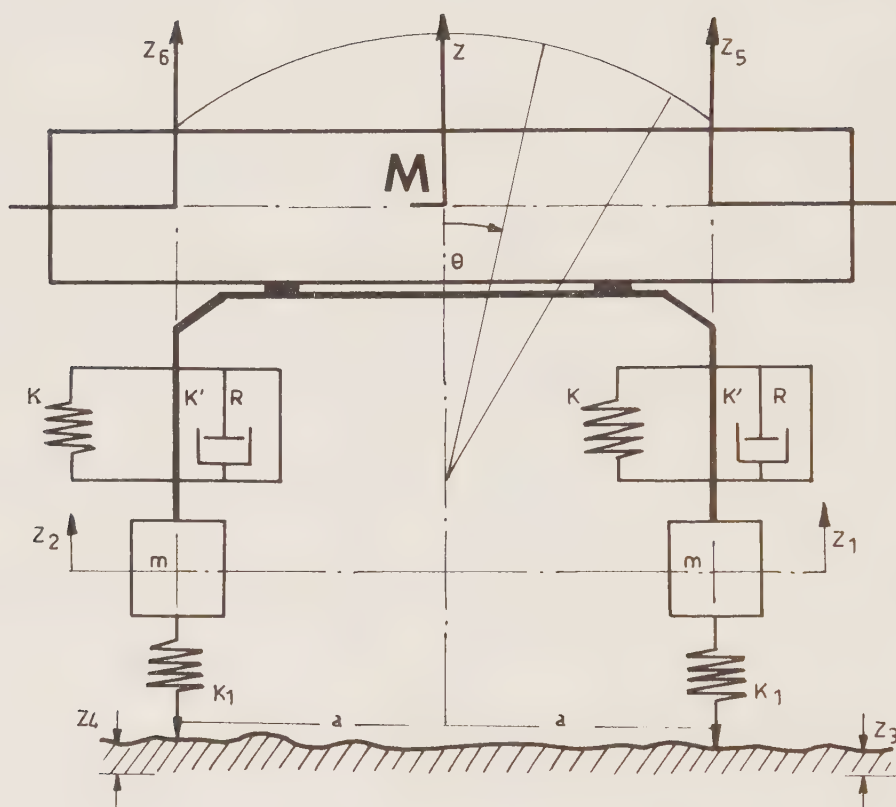


Fig. 21

Le modèle "B", Fig. 21, schématise l'essieu complet en négligeant l'amortissement du pneumatique, les paramètres des équations caractéristiques du modèle "A" deviennent avec $R_1 = 0$ de la forme suivante :

a) Pour : $H_{11} = H_{12}$

$$K_{11} = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = \frac{R}{K}$$

$$a_{12} = 0$$

$$b_{11} = \frac{R}{K}$$

$$b_{12} = \frac{M(K+K_1)}{2KK_1} + \frac{m}{K_1}$$

$$b_{13} = \frac{R(M+2m)}{2KK_1}$$

$$b_{14} = \frac{mM}{2KK_1}$$

b) Pour : $H_2 = H_3$

$$K_2 = K_3 = -1$$

$$a_{21} = a_{31} = \frac{R}{K}$$

$$a_{22} = a_{32} = \frac{M}{2K}$$

$$a_{23} = a_{33} = 0$$

$$b_{21} = b_{31} = \frac{R}{K}$$

$$b_{22} = b_{32} = \frac{m}{K_1} + \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$$

$$b_{23} = b_{33} = \frac{R(M+2m)}{2KK_1}$$

$$b_{24} = b_{34} = \frac{mM}{2KK_1}$$

c) Pour : $H_{41} = -H_{42}$

$$K_{41} = \frac{1}{2a}$$

$$a_{41} = \frac{R}{2a(K+K')}$$

$$a_{42} = 0$$

$$b_{42} = \frac{R}{K+K'}$$

$$b_{43} = \frac{IR}{2a^2K_1(K+K')} + \frac{mR}{K_1(K+K')}$$

$$b_{44} = \frac{IR}{2a^2K_1(K+K')}$$

Le but de l'étude de ce modèle "incomplet" est de connaître l'influence de l'amortissement du pneumatique.

Il est évident que le pneumatique représente un certain amortissement à l'état statique, mais à l'état de roulement le pneumatique change de caractéristiques et devient tout à fait différent du point de vue dynamique.

Nous discuterons plus tard l'influence de l'amortissement du pneumatique sur le comportement dynamique du véhicule à partir de ce modèle "incomplet", en le comparant avec le modèle "A" précédent.

On remarque dès maintenant que les termes en R_1 ont toujours K_1 au dénominateur, ce qui montre que l'influence de R_1 est très petite sur les valeurs des paramètres : K_j , a_j ..., b_j ... etc des fonctions de transfert.

On remarque d'ailleurs que les termes en w^2 des numérateurs des fonctions de transfert H_{11} , H_{12} , H_{41} et H_{42} , ont disparus avec $R_1 = 0$.

3. Modèle "C"

Ou étude du modèle "A" en négligeant la barre anti-roulis :

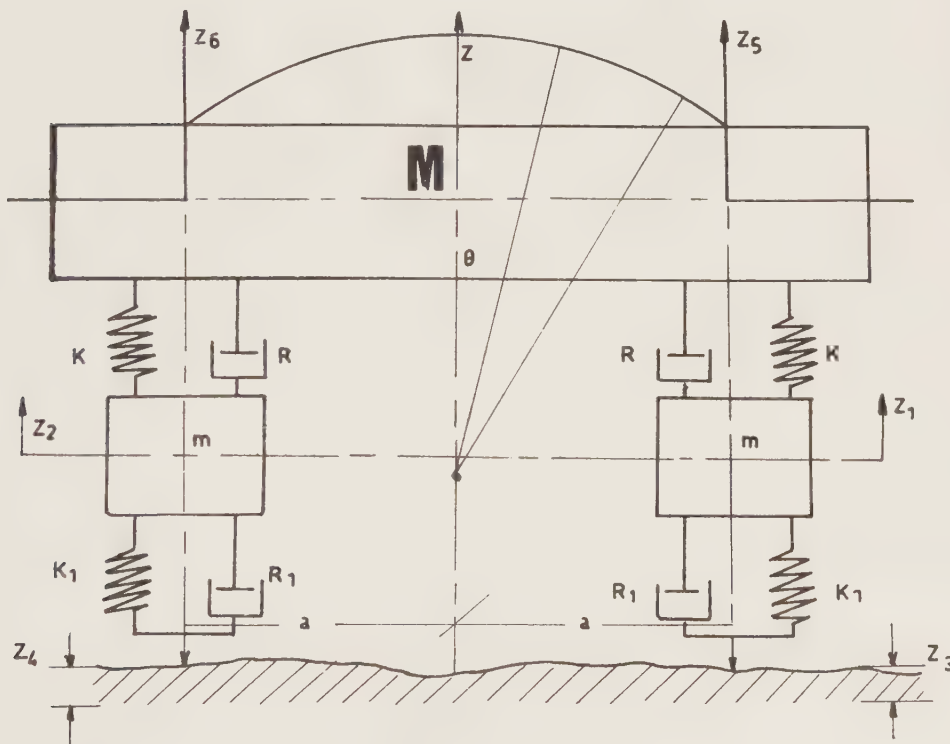


Fig. 22

Le modèle "C", Fig. 22, schématise l'essieu "complet", en négligeant la barre anti-roulis, les paramètres des équations caractéristiques du modèle "A" deviennent avec $K' = 0$, de la forme suivante :

a) Pour : $H_{11} = H_{12}$

$$K_{11} = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$a_{12} = \frac{RR_1}{KK_1}$$

$$b_{11} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{K}{K}$$

$$b_{12} = \frac{M(K+K_1)}{2KK_1} + \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1}$$

$$b_{13} = \frac{M(R+R_1)}{2KK_1} + \frac{mR}{KK_1}$$

$$b_{14} = \frac{mM}{2KK_1}$$

b) Pour : $H_3 = H_2$

$$K_3 = K_2 = -1$$

$$a_{21} = a_{31} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$a_{22} = a_{32} = \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{M}{2K}$$

$$b_{21} = b_{31} = \frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$$

$$b_{22} = b_{32} = \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1} + \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$$

$$b_{23} = b_{33} = \frac{M(R+R_1)}{2KK_1} + \frac{mR}{KK_1}$$

$$b_{24} = b_{34} = \frac{mM}{2KK_1}$$

c) Pour : $H_{41} = -H_{42}$

$$K_{41} = \frac{1}{2a}$$

$$a_{41} = \frac{R}{2aK} + \frac{R_1}{2aK_1}$$

$$a_{42} = \frac{RR_1}{2aKK_1}$$

$$b_{41} = \frac{R}{K} + \frac{R_1}{K_1}$$

$$b_{42} = \frac{I}{2a^2K} + \frac{I}{2a^2K_1} + \frac{m}{K_1} + \frac{RR_1}{KK_1}$$

$$b_{43} = \frac{I(R+R_1)}{2a^2KK_1} + \frac{mR}{KK_1}$$

$$b_{44} = \frac{mI}{2a^2KK_1}$$

Le but de l'étude de ce modèle "incomplet" est de connaître l'influence de la barre-anti roulis sur le comportement dynamique du véhicule.

Dans le mouvement de tangage pur de l'essieu, la présence de la barre anti-roulis qui tourillonne alors dans des paliers solidaires du châssis n'affecte pas les mouvements des masses non suspendues. Elle intervient par contre dans les mouvements de roulis en augmentant la fréquence de roulis. Ce couplage permet de régler les transferts de charge entre les roues d'un même essieu et de les répartir entre l'avant et l'arrière offrant ainsi une possibilité de réglage du comportement du véhicule.

Dans le cas de sollicitations unilatérales, le couplage entraîne une augmentation de la fréquence propre de la masse non suspendue sollicitée : la raideur de la barre s'ajoutant en partie aux raideurs de la suspension et du pneumatique modifiant ainsi les mouvements de ces masses couplées élastiquement, ce qui s'explique mathématiquement par la présence du terme :

$$\frac{K'}{2} (z_1 - z_2).$$

La barre travaille dans ce cas avec toute sa longueur, ce qui fait diminuer sa rigidité à la moitié de sa valeur réelle.

Enfin, la présence de la barre anti-roulis a une répercussion sensible sur l'adhérence des roues d'un même essieu surtout dans le cas des sollicitations unilatérales.

L'influence de la barre anti-roulis sur le confort sera analysée en détail ultérieurement.

4. Modèle "D"

Ou étude du modèle "A" en négligeant la barre anti-roulis et l'amortissement du pneumatique.

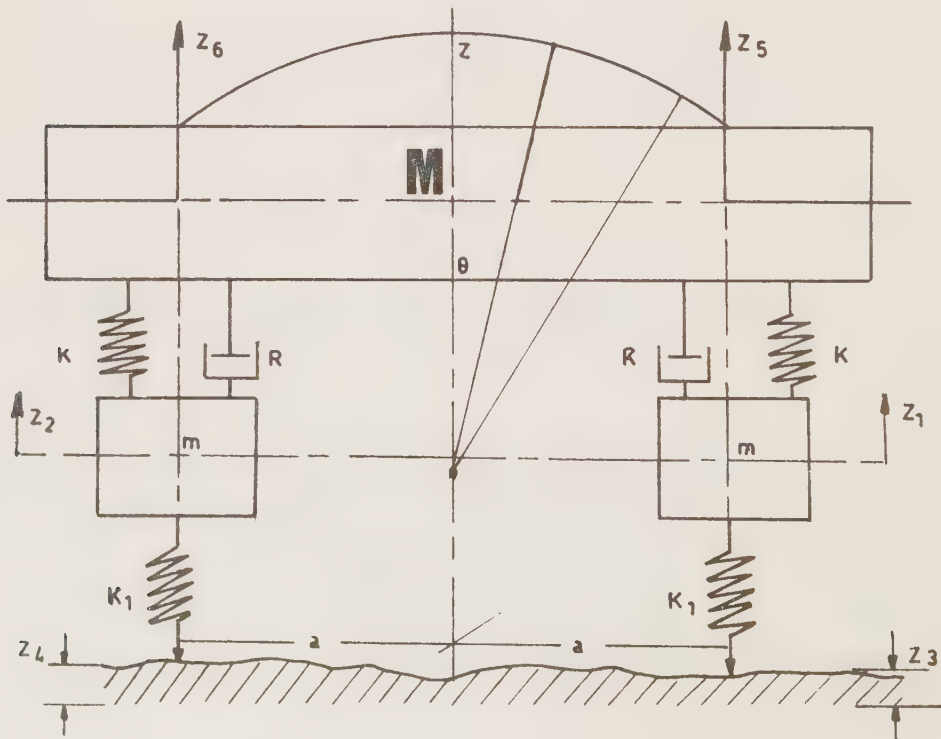


Fig. 23

Le modèle "D", Fig. 23, schématise l'essieu "A" en négligeant la barre anti-roulis et l'amortissement du pneumatique, les paramètres des équations caractéristiques du modèle "A" deviennent avec $K' = R_1 = 0$, de la forme suivante :

a) Pour : $H_{11} = H_{12}$

$$K_{11} = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = \frac{R}{K}$$

$$a_{12} = 0$$

$$b_{11} = \frac{R}{K}$$

$$b_{12} = \frac{M(K+K_1)}{2KK_1} + \frac{m}{K_1}$$

$$b_{13} = \frac{R(M+2m)}{2KK_1}$$

$$b_{14} = \frac{mM}{2KK_1}$$

b) Pour : $H_2 = H_3$

$$K_2 = K_3 = -1$$

$$a_{21} = a_{31} = \frac{R}{K}$$

$$a_{22} = a_{32} = \frac{M}{2K}$$

$$b_{21} = b_{31} = \frac{R}{K}$$

$$b_{22} = b_{32} = \frac{m}{K_1} + \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$$

$$b_{23} = b_{33} = \frac{R(M+2m)}{2KK_1}$$

$$b_{24} = b_{34} = \frac{mM}{2KK_1}$$

c) Pour : $H_{41} = H_{42}$

$$K_{41} = \frac{1}{2a}$$

$$a_{41} = \frac{R}{2aK}$$

$$a_{42} = 0$$

$$b_{41} = \frac{R}{K}$$

$$b_{42} = \frac{I}{2a^2K} + \frac{I}{2a^2K} + \frac{m}{K_1}$$

$$b_{43} = \frac{IR}{2a^2KK_1} + \frac{mR}{KK_1}$$

$$b_{44} = \frac{mI}{2a^2KK_1}$$

Le but de l'étude de ce modèle "simple" est de comparer le modèle "A" adopté avec les modèles classiques normalement utilisés pour ce genre de recherche.

5. Conclusion

Nous représentons dans les tableaux suivants 11 à 14, les coefficients des polynômes des fonctions de transfert correspondant aux quatre modèles mathématiques étudiés précédemment.

Les fonctions de transfert sont représentées sous la forme :

$$H_{j1} = K_{j1} \frac{1 + a_{j1}p + a_{j2}p^2 + a_{j3}p^3}{1 + b_{j1}p + b_{j2}p^2 + b_{j3}p^3 + b_{j4}p^4}$$

où :

$$H_{11}(p) = \frac{Z(p)}{Z_3(p)}$$

$$H_{12}(p) = \frac{Z(p)}{Z_4(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{Z_1(p)}{Z_3(p)} + \frac{Z_1(p)}{Z_4(p)}$$

$$H_3(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_3(p)} + \frac{Z_2(p)}{Z_4(p)}$$

$$H_{41}(p) = \frac{H(p)}{Z_3(p)}$$

$$H_{42}(p) = \frac{H(p)}{Z_4(p)}$$

Nous avons démontré que :

$$H_{11}(p) = H_{12}(p)$$

$$H_2(p) = H_3(p)$$

$$H_{41}(p) = -H_{42}(p)$$

avec :

$$p = iw$$

$$p^2 = -w^2$$

$$p^3 = -iw^3$$

$$p^4 = w^4$$

$$w = 2\pi f$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{w}{2\pi} \end{array} \right.$$

$$Z(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} z(t) e^{-iwt} dt$$

$$Z_1(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} z_1(t) e^{-iwt} dt$$

$$Z_2(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} z_2(t) e^{-iwt} dt$$

$$H(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \theta(t) e^{-iwt} dt$$

6. Application de la méthode de calcul

Comme nous l'avons montré au début de ce chapitre, le spectre de la réponse $Sz_j(f)$ d'un point z_j du système est donné par l'expression :

$$\begin{aligned} Sz_j(f) = & H^*_{j1} H_{j1} S_1(f) + H^*_{j2} H_{j2} S_2(f) + H^*_{j1} H_{j2} S_{12}(f) + \\ & + H_{j1} H^*_{j2} S_{21}(f). \end{aligned}$$

Nous avons calculé les fonctions de transfert des quatre points étudiés du système et à partir de ces fonctions nous allons calculer les spectres de réponse des points étudiés :

A - Calcul de Sz(f) :

$$\begin{aligned} Sz(f) = & H_{11}^* H_{11} Sz_3(f) + H_{12}^* H_{12} Sz_4(f) \\ & + H_{11}^* H_{12} Sz_{34}(f) + H_{11} H_{12}^* Sz_{43}(f) \end{aligned}$$

où :

$Sz(f)$: Le spectre de la réponse du centre de gravité de l'essieu étudié.

$Sz_3(f)$: Le spectre d'excitation sous la roue droite.

$Sz_4(f)$: Le spectre d'excitation sous la roue gauche.

Sz_{34} : Le spectre intercorrélé droite-gauche.

Sz_{43} : Le spectre intercorrélé gauche-droite.

On a :

$$H_{11} = H_{12}$$

$$H_{11}^* H_{11} = |(H_{11})|^2$$

d'où :

$$Sz(f) = |(H_{11})|^2 [Sz_3 + Sz_4 + Sz_{34} + Sz_{43}]$$

Posons :

$$z_{3+4}(t) = z_{\Sigma}(t) = z_3(t) + z_4(t)$$

Cherchons la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de $z_{\Sigma}(t)$ en fonction de celles de $z_3(t)$ et $z_4(t)$:

1°) La fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned} R_{z_{\Sigma}}(\tau) &= \overline{z_{\Sigma}(t) \cdot z_{\Sigma}(t+\tau)} \\ &= \overline{[z_3(t) + z_4(t)] \cdot [z_3(t+\tau) + z_4(t+\tau)]} \\ &= \overline{z_3(t) \cdot z_3(t+\tau) + z_3(t) \cdot z_4(t+\tau) +} \\ &\quad + \overline{z_4(t) \cdot z_3(t+\tau) + z_4(t) \cdot z_4(t+\tau)} \end{aligned}$$

Et étant donné que la somme des moyennes est égale à la moyenne des sommes, on a :

$$\begin{aligned} R_{z_{\Sigma}}(\tau) &= \overline{z_3(t) \cdot z_3(t+\tau)} + \overline{z_4(t) \cdot z_4(t+\tau)} + \\ &\quad + \overline{z_3(t) \cdot z_4(t+\tau)} + \overline{z_4(t) \cdot z_3(t+\tau)} \end{aligned}$$

On remarque que :

$$\overline{z_3(t) \cdot z_3(t+\tau)} = R_{z_3}(\tau) \quad : \text{ la fonction d'autocorrélation de } z_3(t).$$

$$\overline{z_4(t) \cdot z_4(t+\tau)} = R_{z_4}(\tau) \quad : \text{ La fonction d'autocorrélation de } z_4(t).$$

$$\overline{z_3(t) \cdot z_4(t+\tau)} = R_{z_3 z_4}(\tau) \quad : \text{ La fonction d'intercorrélacion de } z_3(t) \rightarrow z_4(t).$$

$$\overline{z_4(t) \cdot z_3(t+\tau)} = R_{z_4 z_3}(\tau) : \text{La fonction d'intercorrélacion de } z_4(t) \rightarrow z_3(t)$$

d'où :

$$R_{z_2}(f) = R_{z_3}(f) + R_{z_4}(f) + R_{z_3 z_4}(f) + R_{z_4 z_3}(f).$$

2°) La densité spectrale :

$$S_{z_2}(f) = 2 \int_{-\alpha}^{+\alpha} R_{z_2}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

$$S_{z_\Sigma}(f) = 2 \int_{-\alpha}^{+\alpha} [R_{z_3}(\tau) + R_{z_4}(\tau) + R_{z_3 z_4}(\tau) + R_{z_4 z_3}(\tau)] \cdot e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

d'où :

$$S_{z_\Sigma}(f) = S_{z_3}(f) + S_{z_4}(f) + S_{z_3 z_4}(f) + S_{z_4 z_3}(f)$$

où :

$$S_{z_\Sigma}(f) = S_{z_3+z_4}(f) : \text{La densité spectrale de la somme des deux fonctions } z_3 \text{ et } z_4.$$

$$S_{z_3}(f) = \text{La densité spectrale de la fonction } z_3(f).$$

$$S_{z_4}(f) = \text{La densité spectrale de la fonction } z_4(f).$$

$$S_{z_3 z_4}(f) = \text{La densité spectrale d'intercorrélacion } z_3 \rightarrow z_4.$$

$$S_{z_4 z_3}(f) = \text{La densité spectrale d'intercorrélacion } z_4 \rightarrow z_3.$$

où finalement :

$$\underline{Sz_{3+4} = Sz_3 + Sz_4 + Sz_{34} + Sz_{43}}$$

et :

$$Sz = |(H_{11})|^2 \cdot Sz_{3+4}$$

ce qui s'exprime de la manière suivante :

La densité spectrale du déplacement au centre de gravité de l'essieu est égale au carré de la fonction de transfert multiplié par la densité spectrale de la somme des excitations.

Et pour obtenir la densité spectrale de l'accélération au centre de gravité de l'essieu, il suffit de multiplier le deuxième membre de la relation précédente par w , c'est-à-dire :

$$S\ddot{z} = w^4 |(H_{11})|^2 \cdot Sz_{3+4}$$

Remarque :

On peut passer de $Sz(w)$ à $Sz(f)$ à partir de la relation :

$$w = 2\pi f$$

c'est-à-dire en divisant w par 2π , ce qui nous permet de calculer la densité spectrale en fonction de la fréquence (f) au lieu de la pulsation (w).

B - Calcul de $S\theta(f)$:

On a :

$$\begin{aligned} S\theta(f) = & H_{41}^* H_{41} Sz_3(f) + H_{41}^* H_{42} Sz_4(f) \\ & + H_{41}^* H_{42} Sz_{34}(f) + H_{41} H_{42}^* Sz_{43}(f) \end{aligned}$$

où :

$S\theta(f)$: Le spectre de la réponse de l'angle de roulis de l'essieu considéré.

$Sz_3(f)$, $Sz_4(f)$, Sz_{34} et Sz_{43} : ont les mêmes définitions que celles montrées dans le calcul de $Sz(f)$.

On a :

$$H_{41} = - H_{42}$$

$$H_{41}^* \cdot H_{41} = H_{42}^* \cdot H_{42} = - | (H_{41}) |^2$$

$$H_{41}^* \cdot H_{42} = - | (H_{41}) |^2$$

$$H_{42}^* \cdot H_{41} = - | (H_{41}) |^2$$

d'où :

$$S\theta(f) = | (H_{41}) |^2 [Sz_3 + Sz_4 - Sz_{34} - Sz_{43}]$$

Posons :

$$Sz_{3-4}(t) = Sz_{\Delta}(t) = z_3(t) - z_4(t)$$

Cherchons la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale de $Sz_{\Delta}(t)$ en fonction de celles de $z_3(t)$ et $z_4(t)$:

1°) La fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned}
 RZ_{\Delta}(\tau) &= \overline{z_{\Delta}(t) \cdot z_{\Delta}(t+\tau)} \\
 &= \overline{|z_3(t) - z_4(t)| \cdot |z_3(t+\tau) - z_4(t+\tau)|} \\
 &= \overline{z_3(t) \cdot z_3(t+\tau) + z_4(t) \cdot z_4(t+\tau) +} \\
 &\quad - \overline{z_3(t) \cdot z_4(t+\tau) - z_4(t) \cdot z_3(t+\tau)}
 \end{aligned}$$

Et étant donné que la moyenne d'une somme de moyenne est égale à la moyenne des sommes, on a :

$$\begin{aligned}
 RZ_{\Delta}(\tau) &= \overline{z_3(t) \cdot z_3(t+\tau)} + \overline{z_4(t) \cdot z_4(t+\tau)} \\
 &\quad - \overline{z_3(t) \cdot z_4(t+\tau)} - \overline{z_4(t) \cdot z_3(t+\tau)}
 \end{aligned}$$

on remarque que :

$$z_4(t) \cdot z_4(t+\tau) = RZ_4(\tau)$$

$$z_3(t) \cdot z_3(t+\tau) = RZ_3(\tau)$$

$$z_3(t) \cdot z_4(t+\tau) = RZ_{34}(\tau)$$

$$z_4(t) \cdot z_3(t+\tau) = RZ_{43}(\tau)$$

$RZ_4(\tau)$, $RZ_3(\tau)$, $RZ_{34}(\tau)$ et $RZ_{43}(\tau)$ ont les mêmes définitions que celles montrées dans le calcul de $Sz(f)$.

d'où :

$$RZ_{\Delta}(f) = RZ_3(f) + RZ_4(f) - RZ_{34}(f) - RZ_{43}(f)$$

2°) La densité spectrale :

$$S_{z_{\Delta}}(f) = 2 \int_{-\alpha}^{+\alpha} R_{z_{\Delta}}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

$$S_{z_{\Delta}}(f) = 2 \int_{-\alpha}^{+\alpha} [R_{z_3}(\tau) + R_{z_4}(\tau) - R_{z_{34}}(\tau) - R_{z_{43}}(\tau)] e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

d'où :

$$S_{z_{\Delta}}(f) = S_{z_3}(f) + S_{z_4}(f) - S_{z_{34}}(f) - S_{z_{43}}(f)$$

$S_{z_3}(f)$, $S_{z_4}(f)$, $S_{z_{34}}(f)$ et $S_{z_{43}}(f)$ ont les mêmes définitions que celles montrées dans le calcul de $S_z(f)$ d'où finalement :

$$\underline{S_{z_{3-4}} = S_{z_3} + S_{z_4} - S_{z_{34}} - S_{z_{43}}}$$

et :

$$S_{\theta} = |(H_{41})|^2 \cdot S_{z_{3-4}}$$

ce qui s'exprime de la manière suivante :

La densité spectrale de l'angle de roulis de l'essieu est égale au carré de la fonction de transfert multiplié par la densité spectrale de la différence des excitations.

Et pour obtenir la densité spectrale de l'accélération de l'angle de roulis, il suffit de multiplier le deuxième membre de la relation précédente par w^4 , c'est-à-dire :

$$\ddot{S}_{\theta} = w^4 |(H_{41})|^2 \cdot S_{z_{3-4}}$$

Egalement on peut passer de $S\theta(w)$ à $S\theta(f)$ à partir de la relation :

$$w = 2\pi f.$$

Remarque :

Les deux résultats précédents (Sz et $S\theta$), indiquent simplement que les mouvements des pompages et de roulis au centre de gravité sont découplés par rapport aux variations traduisant l'altitude moyenne et la pente moyenne de la chaussée.

C - Calcul de $Sz_1(f)$ et $Sz_2(f)$:

On a :

$$\begin{aligned} Sz_1(f) &= H_{21}^* H_{21} Sz_3(f) + H_{22}^* H_{22} Sz_4(f) + \\ &+ H_{21}^* H_{22} Sz_{34}(f) + H_{21} H_{22}^* Sz_{43}(f). \end{aligned}$$

et on a démontré que :

$$H_{21} = H_{32}$$

$$H_{22} = H_{31}$$

d'où :

$$\begin{aligned} Sz_2(f) &= H_{22}^* H_{22} Sz_3(f) + H_{21}^* H_{21} Sz_4(f) + \\ &+ H_{22}^* H_{21} Sz_{34}(f) + H_{21} H_{22}^* Sz_{43}(f) \end{aligned}$$

$$Sz_1(f) = |(H_{21})|^2 Sz_3(f) + |(H_{22})|^2 Sz_4(f) + H_{21}^* H_{22} Sz_{34}(f) + H_{22}^* H_{21} Sz_{43}(f)$$

$$Sz_2(f) = |(H_{22})|^2 Sz_3(f) + |(H_{21})|^2 Sz_4(f) + H_{22}^* H_{21} Sz_{34}(f) + H_{21}^* H_{22} Sz_{43}(f)$$

Il est important de noter que, si pour la détermination des mouvements au centre de gravité de l'essieu, il est suffisant de déterminer la densité spectrale Sz_3 et Sz_4 , l'équation précédente montre qu'il n'en est plus de même pour l'étude des mouvements des masses non suspendues, qui nécessite la détermination de Sz_{34} et Sz_{43} , ce qui complique les problèmes de dépouillement.

D - Conditions pour l'application de la méthode de calcul :

Considérons deux signaux z_3 et z_4 de même densité spectrale :

$$Sz_3 = Sz_4$$

il résulte alors immédiatement de la définition même de la densité spectrale que l'on a :

$$Sz_3 + z_4 \leq 4 Sz_3 = 4 Sz_4$$

On a alors en reprenant les notations des paragraphes précédents :

$$Sz \leq 4 |(H_{11})|^2 Sz_3$$

$$S\theta \leq 4 |(H_{41})|^2 Sz_3$$

On remarque que la limite est atteinte :

a) pour le pompage lorsque :

$$z_3 = z_4 \quad \text{quelle que soit } (t)$$

b) pour le roulis lorsque :

$$z_3 = -z_4 \quad \text{quelle que soit } (t).$$

MODELE A			
$Hj_1(p) = Kj_1 \frac{1 + aj_1p + aj_2p^2 + aj_3p^3}{1 + bj_1p + bj_2p^2 + bj_3p^3 + bj_4p^4}$			
	$H_{11} = H_{12}$	$H_{41} = -H_{42}$	$H_3 = H_4$
Kj_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2a}$	-1
aj_1	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$	$\frac{R}{2a(K+K')} + \frac{R_1}{2aK_1}$	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$
aj_2	$\frac{RR_1}{KK_1}$	$\frac{RR_1}{2aK_1(K+K')}$	$\frac{RR_1}{KK_1} + \frac{M}{2K}$
aj_3	0	0	$\frac{R_1M}{2KK_1}$
bj_1	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K+K'}$	$\frac{R}{K} + \frac{R_1}{K_1}$
bj_2	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1} +$ $\frac{RR_1}{KK_1} +$ $\frac{m}{K_1}$	$\frac{I}{2a^2(K+K')} + \frac{I}{2a^2K_1}$ $+ \frac{RR_1}{K_1(K+K')} + \frac{m}{K_1}$	$\frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K}$ $+ \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$
bj_3	$\frac{M(R+R_1)}{2KK_1} +$ $\frac{mR}{KK_1}$	$\frac{I(R+R_1)}{2a^2K_1(K+K')}$ $+ \frac{mR}{K_1(K+K')}$	$\frac{M(R+R_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{mR}{KK_1}$
bj_4	$\frac{mM}{2KK_1}$	$\frac{Im}{2a^2K_1(K+K')}$	$\frac{mM}{2KK_1}$

Tableau 11

MODELE B ($R_1 = 0$)			
$Hj_1(p) = Kj_1 \frac{1 + aj_1p + aj_2p^2 + aj_3p^3}{1 + bj_1p + bj_2p^2 + bj_3p^3 + bj_4p^4}$			
	$H_{11} = H_{12}$	$H_{41} = -H_{42}$	$H_3 = H_4$
Kj_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2a}$	-1
aj_1	$\frac{R}{K}$	$\frac{R}{2a(K+K')}$	$\frac{R}{K}$
aj_2	0	0	$\frac{M}{2K}$
aj_3	0	0	0
bj_1	$\frac{R}{K}$	$\frac{R}{K+K'}$	$\frac{R}{K}$
bj_2	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$	$\frac{I}{2a^2(K+K')} + \frac{I}{2a^2K_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$
bj_3	$\frac{R(M+2m)}{2KK_1}$	$\frac{IR}{2a^2K_1(K+K')}$ $+ \frac{mR}{K(K+K')}$	$\frac{R(M+2m)}{2KK_1}$
bj_4	$\frac{mM}{2KK_1}$	$\frac{Im}{2a^2K_1(K+K')}$	$\frac{mM}{2KK_1}$

Tableau 12

MODELE C (K' = 0)			
$Hj_1(p) = Kj_1 \frac{1 + aj_1p + aj_2p^2 + aj_3p^3}{1 + bj_1p + bj_2p^2 + bj_3p^3 + bj_4p^4}$			
	$H_{11} = H_{12}$	$H_{41} = -H_{42}$	$H_3 = H_4$
Kj_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2a}$	-1
aj_1	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$	$\frac{RK_1 + R_1K}{2aKK_1}$	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$
aj_2	$\frac{RR_1}{KK_1}$	$\frac{RR_1}{2aKK_1}$	$\frac{RR_1}{KK_1} + \frac{M}{2K}$
aj_3	0	0	$\frac{R_1M}{2KK_1}$
bj_1	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$	$\frac{R_1}{K_1} + \frac{R}{K}$
bj_2	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{RR_1}{KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$	$\frac{I(K+K_1)}{2a^2KK_1}$ $+ \frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1}$	$\frac{RR_1}{KK_1} + \frac{m}{K_1}$ $+ \frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$
bj_3	$\frac{M(R+R_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{mR}{KK_1}$	$\frac{I(R+R_1)}{2a^2KK_1}$ $+ \frac{mR}{KK_1}$	$\frac{M(R+R_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{mR}{KK_1}$
bj_4	$\frac{mM}{2KK_1}$	$\frac{Im}{2a^2KK_1}$	$\frac{mM}{2KK_1}$

Tableau 13

MODELE D ($R_1 = K' = 0$)			
$H_{j1}(p) = K_{j1} \frac{1 + a_{j1}p + a_{j2}p^2 + a_{j3}p^3}{1 + b_{j1}p + b_{j2}p^2 + b_{j3}p^3 + b_{j4}p^4}$			
	$H_{11} = H_{12}$	$H_{41} = -H_{42}$	$H_3 = H_4$
K_{j1}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2a}$	-1
a_{j1}	$\frac{R}{K}$	$\frac{R}{2aK}$	$\frac{R}{K}$
a_{j2}	0	0	$\frac{M}{2K}$
a_{j3}	0	0	0
b_{j1}	$\frac{R}{K}$	$\frac{R}{K}$	$\frac{R}{K}$
b_{j2}	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$	$\frac{I(K+K_1)}{2a^2KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$	$\frac{M(K+K_1)}{2KK_1}$ $+ \frac{m}{K_1}$
b_{j3}	$\frac{R(M+2m)}{2KK_1}$	$\frac{IR}{2a^2KK_1}$ $+ \frac{mR}{KK_1}$	$\frac{R(M+2m)}{2KK_1}$
b_{j4}	$\frac{mM}{2KK_1}$	$\frac{Im}{2a^2KK_1}$	$\frac{mM}{2KK_1}$

Tableau 14

Il est clair que les résultats ainsi obtenus sont insuffisants pour donner une idée précise du phénomène réel, c'est pourquoi, un analyseur de profil en long amélioré, permettant de déterminer simultanément z_3 et z_4 (c'est-à-dire donnant la possibilité de calculer les véritables densités spectrales Sz_{34} et Sz_{43}), est à l'heure actuelle en cours de mise au point.

7. Les spectres de routes

Nous avons supposé que le spectre excitateur est le même pour les deux roues (gauche et droite), c'est-à-dire :

$$Sz_3 = Sz_4$$

le spectre est celui donné sous la forme :

$$Sz_3(\Omega) = \Phi_0 A(\Omega) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0 A} \right]^{-A}$$

$$\text{pour } \Omega_0 A = 5.10^{-2}$$

$$\Omega_1 = 25.10^{-3}$$

$$\Omega_2 = 10^{-1}$$

et

$$Sz_3(\Omega) = \Phi_0 B(\Omega) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0 B} \right]^{-B}$$

$$\text{pour } \Omega_0 B = 3.33.10^{-1}$$

$$\Omega_1 = 10^{-1}$$

$$\Omega_2 = 1$$

mais pour calculer la réponse du véhicule, il faut passer de la pulsation spatiale Ω à la pulsation ω ou à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$

On a :

$$\phi(\Omega) = v_o \phi(f) \Rightarrow \phi(f) = \frac{1}{v_o} \phi(\Omega)$$

d'où :

$$Sz_3(f) = \frac{\phi_o A(f)}{v_o} \left[\frac{f}{foA} \right]^{-A}$$

$$Sz_3(f) = \frac{\phi_o B(f)}{v_o} \left[\frac{f}{foB} \right]^{-B}$$

pour les très basses fréquences (0,5 à 2 Hz) et les basses fréquences (2Hz à 20 Hz) respectivement avec :

$$foA = 1 \text{ Hz}$$

$$foB = 6,4 \text{ Hz}$$

$$v_o = 2000 \text{ cm/sec.}$$

Les valeurs de A, B, $\phi_o A$ et $\phi_o B$ sont données dans les tableaux 15 et 16 pour chaque classe de routes françaises :

Tableau 15

TRES BASSES FREQUENCES

(0,5 à 2 Hz)

OU GRANDES LONGUEURS D'ONDE (10m à 40 m).

CLASSE	$\phi_o A(\text{cm}^3)$	A
1	29	1,12
2	114	2,20
3	127	2,86
4	160	2,62
5	200	4,09
6	360	3,44
7	475	3,70
8	6,25	3,26
9	910	3,03
10	1100	3,23

$f_oA = 1\text{Hz}$

$LoA = 10\text{ m}$

$\Omega_oA = 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Tableau 16

BASSES FREQUENCES

(2Hz à 20 Hz)

OU LONGUEURS D'ONDE MOYENNES

CLASSE	$\phi_o B(\text{cm}^3)$	B
1	1,35	1,76
2	1,55	2,07
3	1,90	1,54
4	2,05	1,79
5	2,30	2,08
6	3,65	1,90
7	3,65	2,17
8	5,05	2,24
9	7,30	1,66
10	8,50	2,15

$f_oB = 6,4\text{ Hz}$

$LoB = 3\text{ m}$

$\Omega_oB = 3,33.10^{-1} \text{ m}^{-1}$

8. Les paramètres des véhicules étudiés

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, l'examen d'un grand nombre de véhicules sort largement des limites de cette recherche.

Nous avons signalé la grande disparité dans l'ensemble du parc automobile ainsi que les points de divergence entre les différentes voitures actuelles notamment sur les points suivants :

- centrage des masses,
- géométrie des trains avant et arrière : même si les principes sont identiques, les variations géométriques (pincement, carrossage, ...etc) sont très différentes d'un véhicule à l'autre,
- position de l'essieu moteur,
- caractéristique du pneumatique,
- ... etc

c'est pourquoi nous avons choisi trois véhicules français :

- véhicule "A" d'un confort limité
- véhicule "B" d'un confort moyen
- véhicule "C" d'un bon confort.

Il est évident que le classement de ces trois voitures suivant cet ordre n'est pas le notre, nous avons pris ces trois voitures arbitrairement suivant la réputation générale et non suivant le critère confort adopté (voir plus loin) , il faut noter que nous avons évité les voitures réputées "très confortables" ou "très inconfortables" afin de pouvoir généraliser les résultats.

Nous représentons dans les tableaux 17, 18 et 19 les grandeurs fondamentales de ces trois voitures :

MOUVEMENT DE "ROULIS"

Paramètres de Véhicule

VEHICULE : A

ETAT : CHARGE

	UNITE	ESSIEU AV.	ESSIEU AR.	REMARQUES
M	Kg	531	391	
m	Kg	42	32	
I	Kg.m ²	242	178	
K	N/m	15270	12250	
K' ₁	N/m	14610	5835	
K ₁	N/m	153850	160000	
R	N/m/Sec	330	335	
R ₁	N/m/Sec	500	500	
C	N	500/2	500/2	
a	m	0,67	0,625	

Paramètres de véhicule

ETAT : CHARGE

	UNITE	ESSIEU AV.	ESSIEU AR.	REMARQUES
M	Kg	720	720	
m	Kg	26	26	
I	Kg.m ²	280	280	
K	N/m	15150	14620	
K' l	N/m	8900	0	
K ₁	N/m	142850	166666	
R	N/m/Sec	780	1160	
R ₁	N/m/Sec	500	500	
C	N	500/2	500/2	
a	m	0,67	0,64	

123.

MOUVEMENT DE "ROULIS"

Paramètres de véhicule

VEHICULE : C

ETAT : CHARGE

	UNITE	ESSIEU AV.	ESSIEU AR.	REMARQUES
M	Kg	666	580	
m	Kg	44	44	
I	Kg.m ²	356	310	
K	N/m	18000	16650	
K' ₁	N/m	13100 27100	5190	Si $\theta \leq 0,025$ rad Si $\theta \geq 0,025$ rad
K ₁	N/m	160000	166666	
R	N/m/Sec	700	820	
R ₁	N/m/Sec	500	500	
C	N	500/2	500/2	
a	m	0,71	0,68	

9. Interprétation des calculs

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, les transformées directes et inverses de Fourier ne sont pas toujours faciles à calculer et sont moins parlantes que la densité spectrale.

Pour calculer les fonctions de transfert du véhicule et ses réponses nous avons procédé de la manière suivante :

a - nous avons remplacé "p" dans les équations H(p) par la valeur imaginaire (iw) :

$$H_j(iw) = \frac{1 + a_{j1}iw - a_{j2}w^2 - a_{j3}w^3}{1 + b_{j1}iw - b_{j2}w^2 - b_{j3}w^3 + b_{j4}w^4}$$

b - nous avons remplacé la pulsation "w" par la fréquence f :

$$w = 2\pi f$$

c - un programme sur l'ordinateur C11.10070 nous a permis d'obtenir les valeurs de H(f) en amplitude et en phase, en supposant que :

$$N = a + ib$$

$$\text{l'amplitude} = A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{la phase} = \phi = \arctg \frac{b}{a}$$

d - le même programme nous a permis de calculer la réponse du véhicule pour 10 classes de routes (voir 2.6).

e - nous avons accordé à "f", des valeurs entre 0,5 et 20 Hz (cycle/sec), c'est-à-dire qu'on a cherché les réponses du véhicule pour chaque fréquence entre 0,5 et 20 Hz (le domaine qui nous intéresse du point de vue confort).

f - On peut calculer pour chaque fréquence les réponses en fréquence du véhicule par rapport à n'importe quelle entrée : impulsion, échelon...etc, mais nous sommes limité à l'entrée route, étant donné que nous sommes situé du côté de la route et notre point de vue est toujours celui de l'ingénieur routier, il faut partir donc de la route, c'est-

à-dire des longueurs d'onde ou leurs inverses les pulsations (ou les fréquences) pour une vitesse de parcours donnée.

Nous présentons dans les tableaux (20 à 25) les fonctions de transfert des deux essieux des trois voitures étudiées y compris les fonctions H_{21} et H_{31} qui ne figurent pas dans les tableaux (11 à 14) qui suivent les calculs des fonctions de transfert.

L'utilisation de ces fonctions n'est pas possible dans l'im-médiat mais il sera possible dès qu'on possèdera les spectres inter-corrélés obtenus de l'analyseur de profil en long double traces.

Les figures (24 à 35) montrent les fonctions de transfert en module et en phase pour les deux essieux de chacune des trois voitures.

Les figures (36 à 47) montrent les réponses des trois voitures en accélération pour l'angle de roulis et le déplacement du centre de gravité de l'essieu considéré.

Les figures (48 à 53) montrent les réponses des trois voitures étudiées en déplacement au centre de gravité de l'essieu considéré.

Finalement, on note que les réponses des véhicules étudiés sont données en densité spectrale d'accélération ou de déplacement.

L'analyse des résultats ainsi obtenus sera présentée à la fin de ce chapitre en même temps que l'analyse des résultats correspondants au mouvement de tangage.

L'analyse des résultats relatifs aux modèles B et C sera présentée lors de l'étude de l'influence de la barre anti-roulis et de l'amortissement du pneumatique sur le comportement dynamique du véhicule.

**** VEHICULE A (ESSIEU AV) ****

MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	150.H11	PH.H11	MRO.H21	PH.H21	MRO.H31	PH.H31	MRO.H41	PH.H41
5	.6173E 00	.3127E 01	.1023E 01	.4143E-03	.8283E-03	.1242E 00	.8372E 00	.3136E 01
6	.6374E 00	.3114E 01	.1036E 01	.9737E-03	.2147E-02	.1666E 00	.8344E 00	.3135E 01
7	.7329E 00	.3091E 01	.1053E 01	.2246E-02	.5084E-02	.2337E 00	.9473E 00	.3130E 01
8	.9606E 00	.3059E 01	.1080E 01	.5312E-02	.1168E-01	.3020E 00	.1032E 01	.3123E 01
9	.1254E 01	.3074E 01	.1121E 01	.1355E-01	.2751E-01	.4113E 00	.1147E 01	.3113E 01
10	.1548E 01	.2795E 01	.1192E 01	.4197E-01	.7114E-01	.6253E 00	.1303E 01	.3095E 01
11	.3140E 01	.2729E 01	.1233E 01	.1656E 00	.2105E 00	.1195E 01	.1493E 01	.3075E 01
12	.2967E 01	.1197E 01	.1071E 01	.2702E 00	.3525E 00	.2336E 01	.1931E 01	.3027E 01
13	.1516E 01	.5441E 00	.1036E 01	.1520E 00	.3594E 00	.2944E 01	.2521E 01	.2943E 01
14	.1518E 01	.1227E 00	.1258E 01	.1775E 00	.4795E 00	.2943E 01	.4125E 01	.2746E 01
15	.7220E 00	.4452E 00	.1507E 01	.5390E 00	.8310E 00	.2181E 01	.7650E 01	.2075E 01
16	.5506E 00	.4071E 00	.7553E 00	.8632E 00	.6132E 00	.9551E 00	.5725E 01	.9118E 00
17	.4402E 00	.3535E 00	.6215E 00	.3735E 00	.3295E 00	.5226E 00	.3125E 01	.5215E 00
18	.3074E 00	.3732E 00	.5863E 00	.1441E 00	.2196E 00	.3554E 00	.1947E 01	.3879E 00
19	.2547E 00	.3545E 00	.7573E 00	.1305E 00	.1652E 00	.2650E 00	.1405E 01	.3251E 00
20	.1517E 00	.3545E 00	.7730E 00	.1004E 00	.1357E 00	.2065E 00	.1089E 01	.2904E 00
30	.6045E-01	.4775E 00	.9115E 00	.5220E-01	.6713E-01	.8402E-02	.2905E 00	.2373E 00
40	.4410E-01	.5297E 00	.1112E 00	.1016E 00	.6251E-01	.1140E 00	.1543E 00	.2606E 00
50	.3687E-01	.5533E 00	.1272E 01	.1522E 00	.6933E-01	.2204E 00	.1042E 00	.2839E 00
60	.3438E-01	.5283E 00	.1515E 01	.2377E 00	.8570E-01	.3565E 00	.8123E-01	.2921E 00
70	.3330E-01	.4200E 00	.1894E 01	.3906E 00	.1173E 00	.5564E 00	.7083E-01	.2702E 00
80	.3540E-01	.1475E 00	.2443E 01	.6800E 00	.1789E 00	.8360E 00	.6812E-01	.1906E 00
90	.3703E-01	.3544E 00	.2475E 01	.1179E 01	.2941E 00	.1484E 01	.7103E-01	.5068E-02
100	.2514E-01	.3524E 00	.2850E 01	.1734E 01	.4015E 00	.2311E 01	.7303E-01	.4115E 00
110	.1643E-01	.1130E 01	.1781E 01	.2101E 01	.2973E 00	.2820E 01	.5783E-01	.9568E 00
120	.1075E-01	.1255E 01	.9653E 00	.2402E 01	.1507E 00	.1453E 01	.3644E-01	.1332E 00
130	.7565E-02	.1323E 01	.7596E 00	.2463E 01	.4344E-01	.1228E 01	.2284E-01	.1514E 01
140	.5435E-02	.1349E 01	.6180E 00	.2499E 01	.2657E-01	.1086E 01	.1519E-01	.1596E 01
150	.4117E-02	.1357E 01	.5159E 00	.2521E 01	.1752E-01	.9930E 00	.1066E-01	.1631E 01
160	.3214E-02	.1355E 01	.5159E 00	.2521E 01	.1211E-01	.9297E 00	.5974E-02	.1635E 01
170	.2570E-02	.1345E 01	.4394E 00	.2534E 01	.8717E-02	.8852E 00	.4676E-02	.1622E 01
180	.2097E-02	.1333E 01	.3803E 00	.2540E 01	.6480E-02	.8535E 00	.3744E-02	.1603E 01
190	.1739E-02	.1317E 01	.3336E 00	.2542E 01	.4945E-02	.8307E 00	.3056E-02	.1582E 01
200								

**** VEHICULE A (ESSIEU AR) ****

MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	MDU.H11	PH.H11	MD.H21	PH.H21	MD.H31	PH.H31	MD.H41	PH.H41
5	.6024E 00	.3120E 01	.1017E 01	-.3539E-03	.9133E-03	-.3098E 01	.9300E 00	.3133E 01
5	.6611E 00	.3111E 01	.1027E 01	-.8527E-03	.1206E-02	-.3026E 01	.1001E 01	.3126E 01
7	.7759E 00	.3087E 01	.1041E 01	-.1976E-02	.1411E-02	-.2833E 01	.1100E 01	.3114E 01
8	.8727E 00	.3066E 01	.1060E 01	-.4554E-02	.1657E-02	-.269E 01	.1239E 01	.3095E 01
9	.173E 01	.373E 01	.183E 01	-.1080E-01	.3850E-02	-.1505E 01	.1445E 01	.3065E 01
10	.1417E 01	.263E 01	.1136E 01	-.2733E-01	.1306E-01	-.1310E 01	.1768E 01	.3013E 01
11	.231E 01	.234E 01	.1207E 01	-.7821E-01	.4543E-01	.1561E 01	.2324E 01	.2917E 01
12	.2653E 01	.1888E 01	.1248E 01	-.2066E 00	.1439E 00	-.2364E 01	.3410E 01	.2706E 01
13	.2041E 01	.1170E 01	.1192E 01	.3637E 00	.2675E 00	.2662E 01	.5377E 01	.2141E 01
14	.1313E 01	.321E 01	.8901E 00	-.4641E 00	.2225E 00	.1576E 01	.4787E 01	.1196E 01
15	.909E 00	.566E 00	.7917E 00	-.2637E 00	.1263E 00	.7537E 00	.2812E 01	.7316E 00
16	.6792E 00	.566E 00	.8121E 00	-.1604E 00	.8310E-01	.4873E 00	.1836E 01	.5535E 00
17	.5341E 01	.642E 00	.8573E 00	-.1145E 00	.6213E-01	.3457E 00	.1326E 01	.4692E 00
18	.430E 01	.310E 01	.8672E 00	-.9149E-01	.5036E-01	.2580E 00	.1023E 01	.4233E 00
19	.3504E 01	.5011E 00	.8726E 00	-.7803E-01	.4301E-01	.1980E 00	.8239E 00	.3963E 00
20	.3128E 00	.492E 00	.8850E 00	-.6965E-01	.3808E-01	.1539E 00	.6844E 00	.3799E 00
30	.1173E 00	.530E 00	.9559E 00	-.5534E-01	.2412E-01	-.3241E-01	.2258E 00	.3795E 00
40	.5929E-01	.5072E 00	.1017E 01	-.6919E-01	.2306E-01	-.1264E 00	.1257E 00	.4346E 00
50	.4998E-01	.671E 00	.1096E 01	-.9344E-01	.2488E-01	-.2166E 00	.8653E-01	.4873E 00
60	.4074E-01	.713E 00	.1203E 01	-.1304E 00	.2833E-01	.3230E 00	.6771E-01	.5251E 00
70	.3630E-01	.724E 00	.1353E 01	-.1863E 00	.3558E-01	-.4626E 00	.5817E-01	.5396E 00
80	.3474E-01	.653E 00	.1566E 01	-.2726E 00	.4633E-01	-.6004E 00	.5392E-01	.5189E 00
90	.3537E-01	.598E 00	.1867E 01	-.4109E 00	.6572E-01	-.9604E 00	.5335E-01	.4433E 00
100	.3735E-01	.402E 00	.2263E 01	-.6391E 00	.9564E-01	-.2182E 01	.5530E-01	.2769E 00
110	.3792E-01	.604E-01	.2619E 01	-.1450E 01	.1271E 00	-.3106E 01	.5646E-01	-.2466E-01
120	.3263E-01	-.355E 00	.2563E 01	-.1832E 01	.1209E 00	.2391E 01	.5010E-01	-.4344E 00
130	.2363E-01	-.595E 00	.2090E 01	-.2079E 01	.4621E-01	.1878E 01	.3716E-01	-.7943E 00
140	.1664E-01	.9043E 00	.1234E 01	-.2229E 01	.2737E-01	.1560E 01	.2582E-01	-.1021E 01
150	.1191E-01	-.102E 01	.9811E 00	-.2321E 01	.1717E-01	.1357E 01	.1822E-01	-.1149E 01
160	.8617E-02	-.1091E 01	.8017E 00	-.2379E 01	.1138E-01	.1221E 01	.1332E-01	-.1219E 01
170	.6747E-02	-.1129E 01	.8017E 00	-.2379E 01	.1138E-01	.1221E 01	.1008E-01	-.1256E 01
180	.5307E-02	-.1149E 01	.6707E 00	-.2418E 01	.7911E-02	.1125E 01	.7856E-02	-.1274E 01
190	.4271E-02	-.1158E 01	.5719E 00	-.2443E 01	.5711E-02	.1057E 01	.6273E-02	-.1281E 01
200	.3503E-02	-.1160E 01	.4954E 00	-.2459E 01	.4254E-02	.1006E 01	.5110E-02	-.1280E 01

TABLEAU 21

*** VEHICULE B (ESSIEU AV) ***

MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	MD.H11	PH.H11	MD.H21	PH.H21	MD.H31	PH.H31	MD.H41	PH.H41
0.5	.5701E-00	.3092E-01	.1031E-01	-.1330E-02	.4036E-02	-.1893E-00	.8776E-00	.3126E-01
0.6	.7811E-00	.4042E-01	.1050E-01	-.3824E-02	.8414E-02	-.2794E-00	.9+99E-00	.2113E-01
0.7	.9586E-00	.2900E-01	.1073E-01	-.1041E-01	.1786E-01	-.4454E-00	.1051E-01	.3091E-01
0.8	.1259E-01	.2767E-01	.1123E-01	-.3136E-01	.3967E-01	-.7175E-00	.1194E-01	.3057E-01
0.9	.1577E-01	.2567E-01	.1173E-01	-.9030E-01	.9025E-01	-.1211E-01	.1406E-01	.3001E-01
1.0	.1780E-01	.1751E-01	.1151E-01	-.1773E-00	.1651E-00	-.2000E-01	.1732E-01	.290+E-01
1.1	.131+E-01	.1228E-01	.1117E-01	-.1956E-00	.2169E-00	-.2758E-01	.2257E-01	.2725E-01
1.2	.9034E-00	.3543E-00	.1172E-01	-.2531E-00	.2652E-00	.2851E-01	.3025E-01	.2372E-01
1.3	.5567E-00	.3348E-00	.1073E-01	-.3928E-00	.2831E-00	.2064E-01	.3390E-01	.1773E-01
1.4	.5048E-00	.7665E-00	.8973E-00	-.3975E-00	.2166E-00	.1390E-01	.2631E-01	.1215E-01
1.5	.4049E-00	.7290E-00	.8300E-00	-.3024E-00	.1529E-00	.9998E-00	.1836E-01	.919+E-00
1.6	.3352E-00	.7089E-00	.8228E-00	-.2320E-00	.1147E-00	.7742E-00	.1338E-00	.7663E-00
1.7	.2343E-00	.5933E-00	.8302E-00	-.1903E-00	.9178E-01	.6284E-00	.1020E-01	.6317E-00
1.8	.2457E-00	.5438E-00	.8398E-00	-.1453E-00	.7711E-01	.5248E-00	.8245E-00	.6318E-00
1.9	.2157E-00	.5382E-00	.8492E-00	-.1435E-00	.6715E-01	.4459E-00	.6820E-00	.6007E-00
2.0	.1917E-00	.6980E-00	.8575E-00	-.1394E-00	.6005E-01	.3827E-00	.5778E-00	.581+E-00
3.0	.8401E-01	.7793E-00	.9113E-00	-.1275E-00	.3735E-01	.5178E-01	.2091E-00	.5811E-00
4.0	.5752E-01	.3495E-00	.9558E-00	-.1561E-00	.3419E-01	-.1364E-00	.1225E-00	.6399E-00
5.0	.4404E-01	.3583E-00	.1008E-01	-.1992E-00	.3504E-01	-.3022E-00	.8758E-01	.685+E-00
6.0	.3355E-01	.3595E-00	.1074E-01	-.2569E-00	.3799E-01	-.4756E-00	.6995E-01	.7063E-00
7.0	.3284E-01	.3501E-00	.1155E-01	-.3332E-00	.4265E-01	-.6746E-00	.6007E-01	.6982E-00
8.0	.3422E-01	.3574E-00	.1251E-01	-.4340E-00	.4912E-01	-.9158E-00	.5420E-01	.6567E-00
9.0	.2372E-01	.3406E-00	.1357E-01	-.5668E-00	.5894E-01	-.1216E-01	.5050E-01	.576+E-00
10.0	.2738E-01	.3452E-00	.1456E-01	-.7381E-00	.647+E-01	.1591E-01	.4767E-01	.4516E-00
11.0	.2540E-01	.3406E-00	.151+E-01	-.9478E-00	.6936E-01	-.2041E-01	.4455E-01	.2817E-00
12.0	.2599E-01	.1228E-00	.1496E-01	-.1181E-01	.6713E-01	-.2538E-01	.4019E-01	.7898E-01
13.0	.1310E-01	-.301+E-01	.139+E-01	-.1412E-01	.5772E-01	-.3026E-01	.3452E-01	-.1297E-00
14.0	.1556E-01	-.2708E-00	.1238E-01	-.1613E-01	.4512E-01	.2828E-01	.2840E-01	-.3162E-00
15.0	.1245E-01	-.412+E-00	.1071E-01	-.1775E-01	.3344E-01	.2480E-01	.2282E-01	-.4661E-00
16.0	.9964E-02	-.5196E-00	.9180E-00	-.1899E-01	.2436E-01	.2208E-01	.1823E-01	-.5792E-00
17.0	.8037E-02	-.5370E-00	.7885E-00	-.1992E-01	.1782E-01	.1999E-01	.1465E-01	-.6619E-00
18.0	.6588E-02	-.5552E-00	.6822E-00	-.2062E-01	.1322E-01	.1838E-01	.1190E-01	-.7216E-00
19.0	.5419E-02	-.5968E-00	.5954E-00	-.2114E-01	.9984E-02	.1711E-01	.9791E-02	-.7642E-00
20.0	.5332E-02	-.7270E-00	.5245E-00	-.2153E-01	.7678E-02	.1612E-01	.8155E-02	-.7945E-00

TABLEAU 22

*** VEHICULE B (ESSIEU AR) ***
MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	MdD.H11	PH.H11	MdD.H21	PH.H21	MdD.H31	PH.H31	MdD.H41	PH.H41
5	.666E 00	.306E 01	.1029E 01	-.2236E-02	.9406E-03	-.1568E 00	.1024E 01	.3070E 01
6	.7650E 00	.2994E 01	.1047E 01	-.6655E-02	.3741E-02	-.2957E 00	.1165E 01	.3005E 01
7	.9058E 00	.2875E 01	.1073E 01	-.1836E-01	.3341E-02	-.5335E 00	.1364E 01	.2893E 01
8	.1088E 01	.2657E 01	.1106E 01	-.4717E-01	.6235E-02	-.9352E 00	.1623E 01	.2706E 01
9	.1246E 01	.2321E 01	.1127E 01	-.1051E 00	.1043E-01	-.1570E 01	.1873E 01	.2409E 01
10	.1220E 01	.1905E 01	.1098E 01	-.1742E 00	.1287E-01	-.2375E 01	.1913E 01	.2022E 01
1.1	.1012E 00	.1554E 01	.1033E 01	-.2045E 00	.1121E-01	-.3009E 01	.1553E 01	.1461E 01
1.2	.7905E 00	.1326E 01	.9844E 00	-.1470E 00	.8312E-02	.2711E 01	.1323E 01	.1408E 01
1.3	.5228E 00	.1159E 01	.9594E 00	-.1792E 00	.6090E-02	.2415E 01	.1049E 01	.1251E 01
1.4	.5239E 00	.1106E 01	.9481E 00	-.1635E 00	.4623E-02	.2234E 01	.8485E 00	.1154E 01
1.5	.4188E 00	.1055E 01	.9435E 00	-.1522E 00	.3659E-02	.2121E 01	.7039E 00	.1094E 01
1.6	.3561E 00	.1023E 01	.9421E 00	-.1444E 00	.3004E-02	.2049E 01	.5973E 00	.1056E 01
1.7	.3086E 00	.1004E 01	.9423E 00	-.1394E 00	.2542E-02	.2004E 01	.5167E 00	.1032E 01
1.8	.2717E 00	.9920E 00	.9433E 00	-.1363E 00	.2205E-02	.1975E 01	.4541E 00	.1017E 01
1.9	.2424E 00	.9863E 00	.9449E 00	-.1346E 00	.1952E-02	.1958E 01	.4044E 00	.1008E 01
2.0	.2186E 00	.9837E 00	.9467E 00	-.1343E 00	.1756E-02	.1949E 01	.3642E 00	.1003E 01
3.0	.1107E 00	.1015E 01	.9716E 00	-.1571E 00	.1006E-02	.1985E 01	.1532E 00	.1025E 01
4.0	.7827E-01	.1042E 01	.1005E 01	-.2008E 00	.8460E-03	.2015E 01	.1260E 00	.1048E 01
5.0	.6002E-01	.1033E 01	.1048E 01	-.2573E 00	.8166E-03	.1989E 01	.9904E-01	.1044E 01
6.0	.5087E-01	.1009E 01	.1101E 01	-.3275E 00	.8425E-03	.1909E 01	.8389E-01	.1013E 01
7.0	.4518E-01	.9826E 00	.1164E 01	-.4149E 00	.9021E-03	.1776E 01	.7448E-01	.9550E 00
8.0	.4135E-01	.9673E 00	.1234E 01	-.5235E 00	.9840E-03	.1587E 01	.6814E-01	.8695E 00
9.0	.3844E-01	.7321E 00	.1303E 01	-.6578E 00	.1073E-02	.1338E 01	.6334E-01	.7537E 00
10.0	.3577E-01	.6050E 00	.1356E 01	-.8197E 00	.1143E-02	.1026E 01	.5892E-01	.6069E 00
11.0	.3278E-01	.4326E 00	.1373E 01	-.1006E 01	.1157E-02	.6615E 00	.5393E-01	.4334E 00
12.0	.2920E-01	.2446E 00	.1339E 01	-.1204E 01	.1088E-02	.2674E 00	.4805E-01	.2453E 00
13.0	.2515E-01	.5937E-01	.1253E 01	-.1399E 01	.9426E-03	-.1209E 00	.4138E-01	.6005E-01
14.0	.2107E-01	-.1074E 00	.1133E 01	-.1573E 01	.7638E-03	-.4721E 00	.3466E-01	.1067E 00
15.0	.1734E-01	-.2477E 00	.1003E 01	-.1720E 01	.5930E-03	-.7702E 00	.2857E-01	.2469E 00
16.0	.1424E-01	-.3608E 00	.8785E 00	-.1839E 01	.4514E-03	-.1014E 01	.2345E-01	.3598E 00
17.0	.1171E-01	-.4493E 00	.7684E 00	-.1934E 01	.3426E-03	-.1209E 01	.1926E-01	.4488E 00
18.0	.9691E-02	-.5195E 00	.6741E 00	-.2008E 01	.2616E-03	-.1365E 01	.1594E-01	.5183E 00
19.0	.8091E-02	-.5734E 00	.5946E 00	-.2066E 01	.2020E-03	-.1490E 01	.1331E-01	.5723E 00
20.0	.6819E-02	-.6154E 00	.5279E 00	-.2112E 01	.1580E-03	-.1590E 01	.1122E-01	.6143E 00

TABLEAU 23

**** VEHICULE C (ESSIEU AV) ****
MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	M9D.M11	PH.M11	M9D.H21	PH.H21	M9D.H31	PH.H31	M9D.H41	PH.H41
5	.6269E 00	.3114E 01	.1028E 01	.7345E+03	.3638E+03	.7304E 00	.8147E 00	.3132E 01
6	.7031E 00	.3088E 01	.1044E 01	.1894E+02	.1515E+02	.8496E 00	.8745E 00	.3124E 01
7	.8177E 00	.3044E 01	.1067E 01	.4721E+02	.4468E+02	.5703E 00	.9568E 00	.3112E 01
8	.9976E 00	.2965E 01	.1102E 01	.1184E+01	.1175E+01	.6721E 00	.1072E 01	.3092E 01
9	.1296E 01	.2814E 01	.1154E 01	.3109E+01	.3037E+01	.8718E 00	.1239E 01	.3062E 01
10	.1778E 01	.2500E 01	.1224E 01	.8611E+01	.8013E+01	.1263E 01	.1493E 01	.3007E 01
11	.2147E 01	.1894E 01	.1242E 01	.1967E 00	.1867E 00	.1991E 01	.1911E 01	.2912E 01
12	.1692E 01	.1271E 01	.1206E 01	.2486E 00	.2960E 00	.2835E 01	.2663E 01	.2721E 01
13	.1144E 01	.9400E 00	.1268E 01	.3682E 00	.4134E 00	.2637E 01	.3949E 01	.2273E 01
14	.8127E 00	.7815E 00	.1042E 01	.6145E 00	.4179E 00	.1630E 01	.4150E 01	.1455E 01
15	.6147E 00	.6986E 00	.7791E 00	.4907E 00	.2709E 00	.9610E 00	.2692E 01	.9036E 00
16	.4875E 00	.6521E 00	.7486E 00	.3173E 00	.1827E 00	.6475E 00	.1769E 01	.6697E 00
17	.4002E 00	.6253E 00	.7675E 00	.2276E 00	.1370E 00	.4764E 00	.1272E 01	.5586E 00
18	.3372E 00	.6102E 00	.7897E 00	.1809E 00	.1108E 00	.3676E 00	.9767E 00	.4981E 00
19	.2900E 00	.6023E 00	.8087E 00	.1542E 00	.9436E+01	.2909E 00	.7841E 00	.4623E 00
20	.2534E 00	.5993E 00	.8246E 00	.1177E 00	.8324E+01	.2329E 00	.6500E 00	.4402E 00
30	.1068E 00	.6555E 00	.9165E 00	.1119E 00	.5196E+01	.3745E+01	.2159E 00	.4239E 00
40	.6805E+01	.7242E 00	.9941E 00	.1138E 00	.5044E+01	.1903E 00	.1232E 00	.4706E 00
50	.5247E+01	.7617E 00	.1095E 01	.1862E 00	.5623E+01	.1343E 00	.8760E+01	.5070E 00
60	.4554E+01	.7559E 00	.1234E 01	.2600E 00	.6834E+01	.5536E 00	.7100E+01	.5155E 00
70	.4303E+01	.6917E 00	.1431E 01	.3749E 00	.8930E+01	.7973E 00	.6374E+01	.4797E 00
80	.4307E+01	.5412E 00	.1696E 01	.5587E 00	.1231E 00	.1194E 01	.6133E+01	.3748E 00
90	.4323E+01	.2665E 00	.1982E 01	.8501E 00	.1665E 00	.1803E 01	.6039E+01	.1625E 00
100	.3897E+01	.1213E 00	.2086E 01	.1253E 01	.1832E 00	.2638E 01	.5732E+01	.1777E 00
110	.2969E+01	.4922E 00	.1840E 01	.1662E 01	.1409E 00	.2797E 01	.4595E+01	.5603E 00
120	.2083E+01	.7460E 00	.1446E 01	.1965E 01	.8599E+01	.2168E 01	.3265E+01	.6517E 00
130	.1466E+01	.8978E 00	.1114E 01	.2157E 01	.5049E+01	.1763E 01	.2267E+01	.1029E 01
140	.1065E+01	.9869E 00	.8740E 00	.2276E 01	.3085E+01	.1504E 01	.1616E+01	.1129E 01
150	.7994E+02	.1040E 01	.7045E 00	.2352E 01	.1990E+01	.1332E 01	.1193E+01	.1186E 01
160	.6182E+02	.1071E 01	.5819E 00	.2401E 01	.1348E+01	.1212E 01	.9095E+02	.1216E 01
170	.4900E+02	.1088E 01	.4906E 00	.2434E 01	.9513E+02	.1126E 01	.7122E+02	.1231E 01
180	.3965E+02	.1097E 01	.4208E 00	.2456E 01	.6477E+02	.1093E 01	.5705E+02	.1236E 01
190	.3264E+02	.1095E 01	.3660E 00	.2471E 01	.5018E+02	.1016E 01	.4657E+02	.1205E 01
200	.2727E+02	.1097E 01	.3222E 00	.2479E 01	.4014E+02	.9794E 00	.3863E+02	.1220E 01

*** VEHICULE C (ESSIEU AR) ***
MOUVEMENT DE ROULIS - FONCTIONS DE TRANSFERT

F	M8D.H11	PH.H11	M8D.H21	PH.H21	M8D.H31	PH.H31	M8D.H41	PH.H41
5	.6149E 00	.3110E 01	.1025E 01	.18153E+03	.1427E+02	.3094E 01	.8873E 00	.3120E 01
6	.6808E 00	.3081E 01	.1040E 01	.2158E+02	.2130E+02	.3032E 01	.9736E 00	.3101E 01
7	.7754E 00	.3033E 01	.1060E 01	.5406E+02	.3115E+02	.2912E 01	.1097E 01	.3070E 01
8	.9138E 00	.2953E 01	.1090E 01	.1326E+01	.4897E+02	.2715E 01	.1279E 01	.3018E 01
9	.1118E 01	.2814E 01	.1135E 01	.3262E+01	.9533E+02	.2528E 01	.1577E 01	.2928E 01
10	.1401E 01	.2569E 01	.1196E 01	.8083E+01	.2331E+01	.2591E 01	.1998E 01	.2764E 01
11	.1649E 01	.2158E 01	.1241E 01	.1185E 00	.5758E+01	.3108E 01	.2648E 01	.2445E 01
12	.1553E 01	.1661E 01	.1162E 01	.3398E 00	.9658E+01	.2238E 01	.3065E 01	.1888E 01
13	.1205E 01	.1286E 01	.9810E 00	.3756E 00	.9002E+01	.1363E 01	.2500E 01	.1326E 01
14	.9032E 00	.1068E 01	.8912E 00	.3021E 00	.6734E+01	.8473E 00	.1765E 01	.9999E 00
15	.6966E 00	.9435E 00	.8699E 00	.2354E 00	.5158E+01	.5644E 00	.1284E 01	.8325E 00
16	.5569E 00	.8700E 00	.8704E 00	.1926E 00	.4191E+01	.3957E 00	.9833E 00	.7409E 00
17	.4592E 00	.8251E 00	.8768E 00	.1659E 00	.3574E+01	.2853E 00	.7859E 00	.6874E 00
18	.3881E 00	.7973E 00	.8845E 00	.1488E 00	.3161E+01	.2076E 00	.6488E 00	.6551E 00
19	.3346E 00	.7804E 00	.8922E 00	.1375E 00	.2871E+01	.1495E 00	.5489E 00	.6354E 00
20	.2931E 00	.7707E 00	.8996E 00	.1300E 00	.2660E+01	.1039E 00	.4736E 00	.6237E 00
30	.1272E 00	.7999E 00	.9626E 00	.1254E 00	.2004E+01	.1264E 00	.1883E 00	.6481E 00
40	.8322E+01	.8533E 00	.1034E 01	.1589E 00	.2037E+01	.2729E 00	.1172E 00	.7079E 00
50	.6532E+01	.8748E 00	.1131E 01	.2132E 00	.2304E+01	.4293E 00	.8876E+01	.7420E 00
60	.5717E+01	.8535E 00	.1265E 01	.2942E 00	.2798E+01	.6270E 00	.7568E+01	.7368E 00
70	.5996E+01	.7769E 00	.1450E 01	.4162E 00	.3604E+01	.9010E 00	.7005E+01	.6734E 00
80	.5344E+01	.6225E 00	.1687E 01	.6039E 00	.4815E+01	.1303E 01	.6854E+01	.5483E 00
90	.5291E+01	.3623E 00	.1925E 01	.8878E 00	.6203E+01	.1895E 01	.6785E+01	.3146E 00
100	.4801E+01	.7330E+02	.1991E 01	.1264E 01	.6684E+01	.2672E 01	.6259E+01	.2187E+01
110	.3744E+01	.3443E 00	.1767E 01	.1642E 01	.5143E+01	.2832E 01	.5028E+01	.3753E 00
120	.2744E+01	.6037E 00	.1416E 01	.1929E 01	.3282E+01	.2237E 01	.3667E+01	.6467E 00
130	.1971E+01	.7700E 00	.1110E 01	.2119E 01	.2001E+01	.1837E 01	.2627E+01	.8200E 00
140	.147E+01	.8736E 00	.8812E 00	.2241E 01	.1254E+01	.1573E 01	.1919E+01	.9273E 00
150	.1094E+01	.9387E 00	.7157E 00	.2321E 01	.8217E+02	.1393E 01	.1443E+01	.9935E 00
160	.8496E+02	.9799E 00	.5940E 00	.2375E 01	.5625E+02	.1266E 01	.1115E+01	.1034E 01
170	.6751E+02	.1006E 01	.5024E 00	.2412E 01	.3998E+02	.1174E 01	.8829E+02	.1035E 01
180	.5472E+02	.1022E 01	.4318E 00	.2437E 01	.2934E+02	.1106E 01	.7133E+02	.1073E 01
190	.4510E+02	.1031E 01	.3761E 00	.2454E 01	.2212E+02	.1052E 01	.5863E+02	.1081E 01
200	.3771E+02	.1034E 01	.3314E 00	.2466E 01	.1706E+02	.1012E 01	.4891E+02	.1083E 01

TABEAU 25

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A. ESSIEU AV.
FONCTION DE TRANSFERT
H 11 MODULE

MODELE	A	_____
"	B	-----
"	C	
"	D	-----

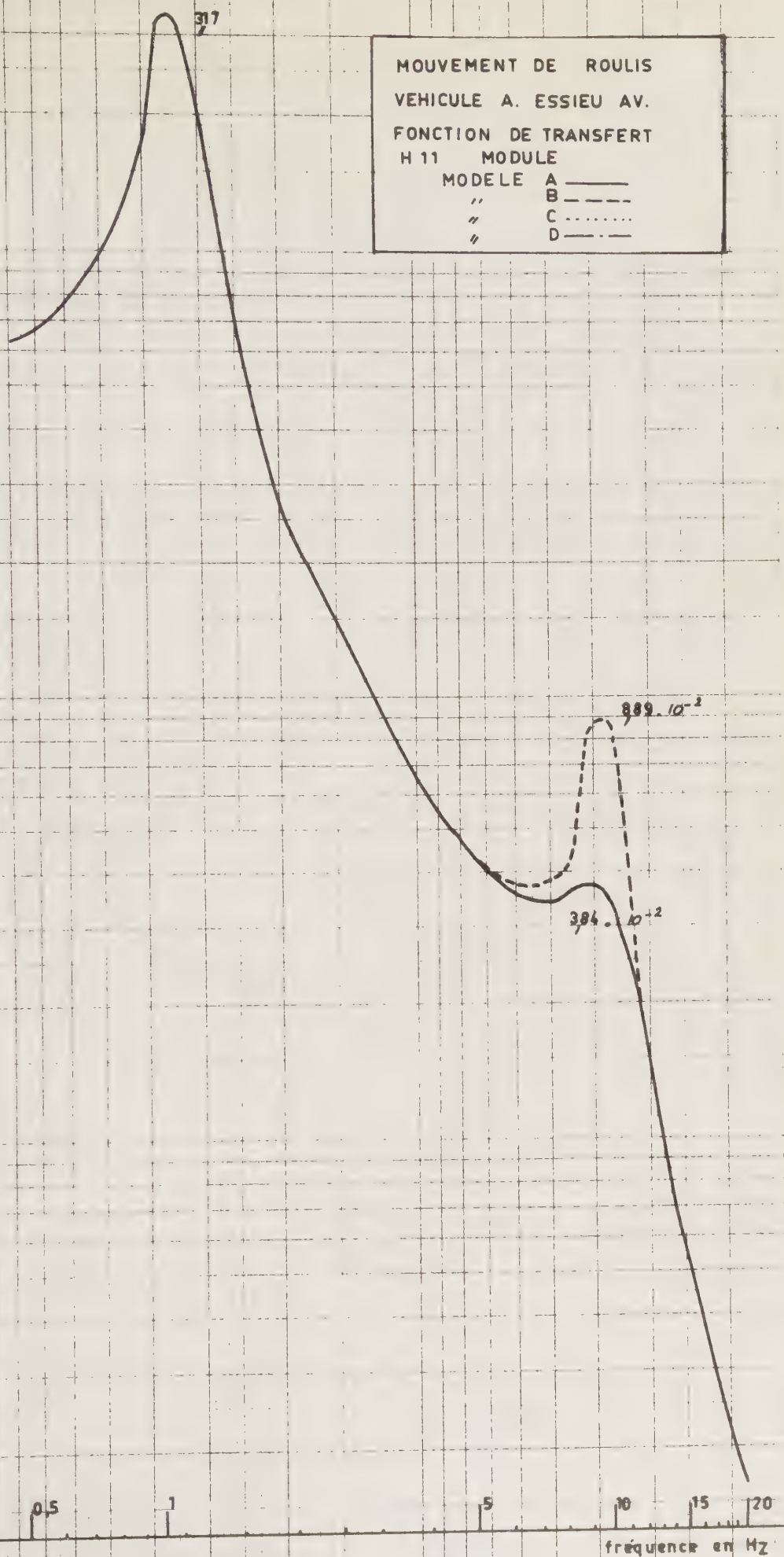


Figure 24-1

MOUVEMENT DE ROULIS
 VEHICULE A ESSIEU AV.
 FT H 21 MODULE
 MODELE A ———
 " B - - - - -
 " C - - - - -
 " D - - - - -
 FONCTION DE TRANSFERT

10

1

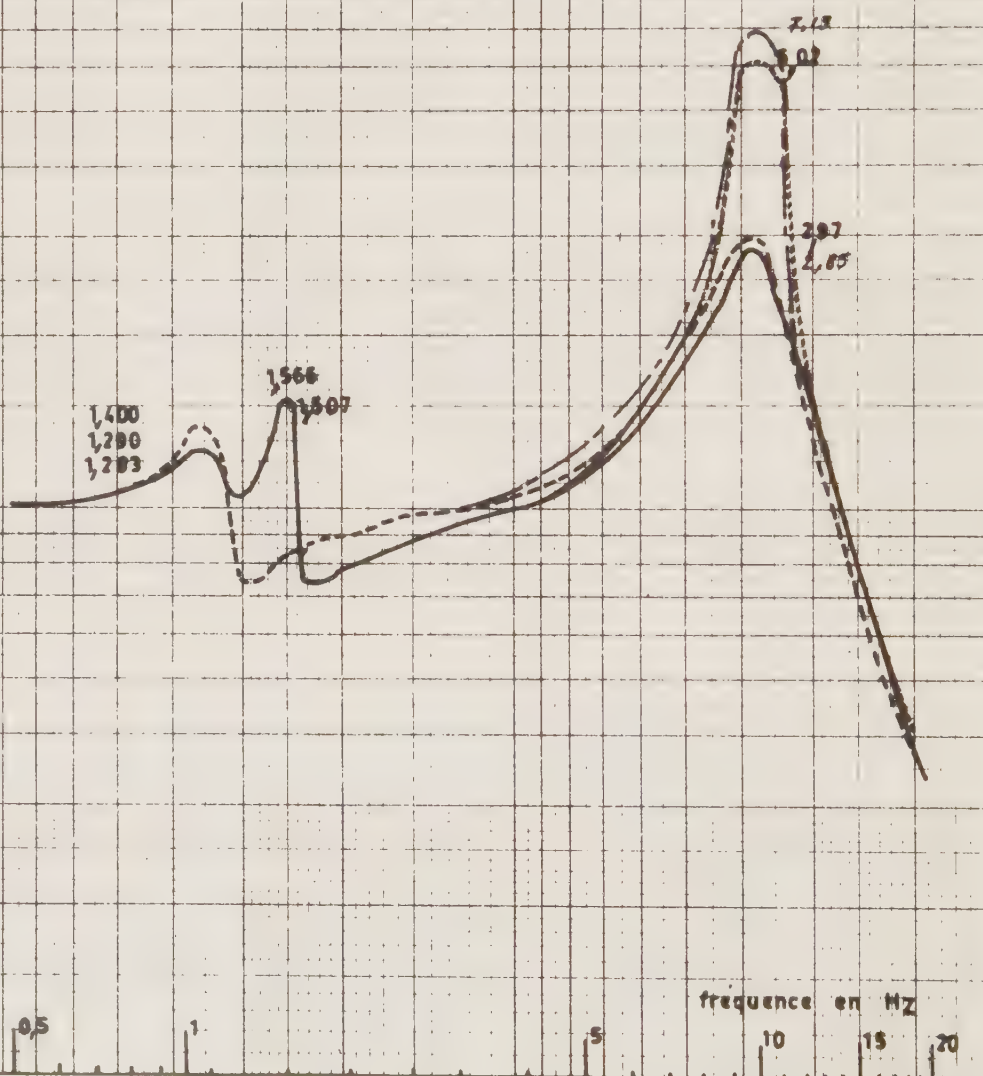


Figure 24-2

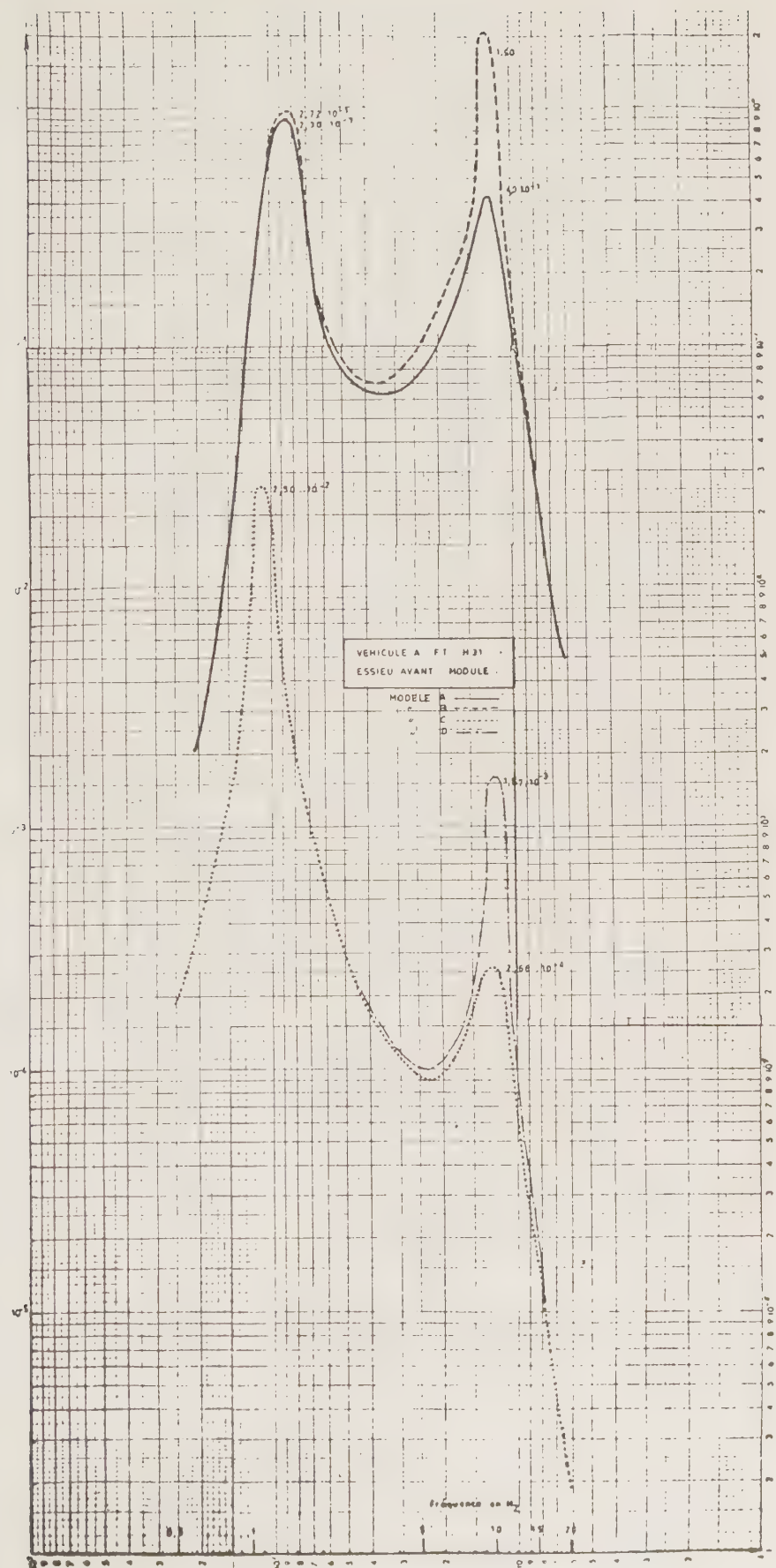


Fig. 24-3

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A FT H41
ESSIEU AV. MODULE.
MODELE A ———
" B - - - -
" C
" D - . - . -

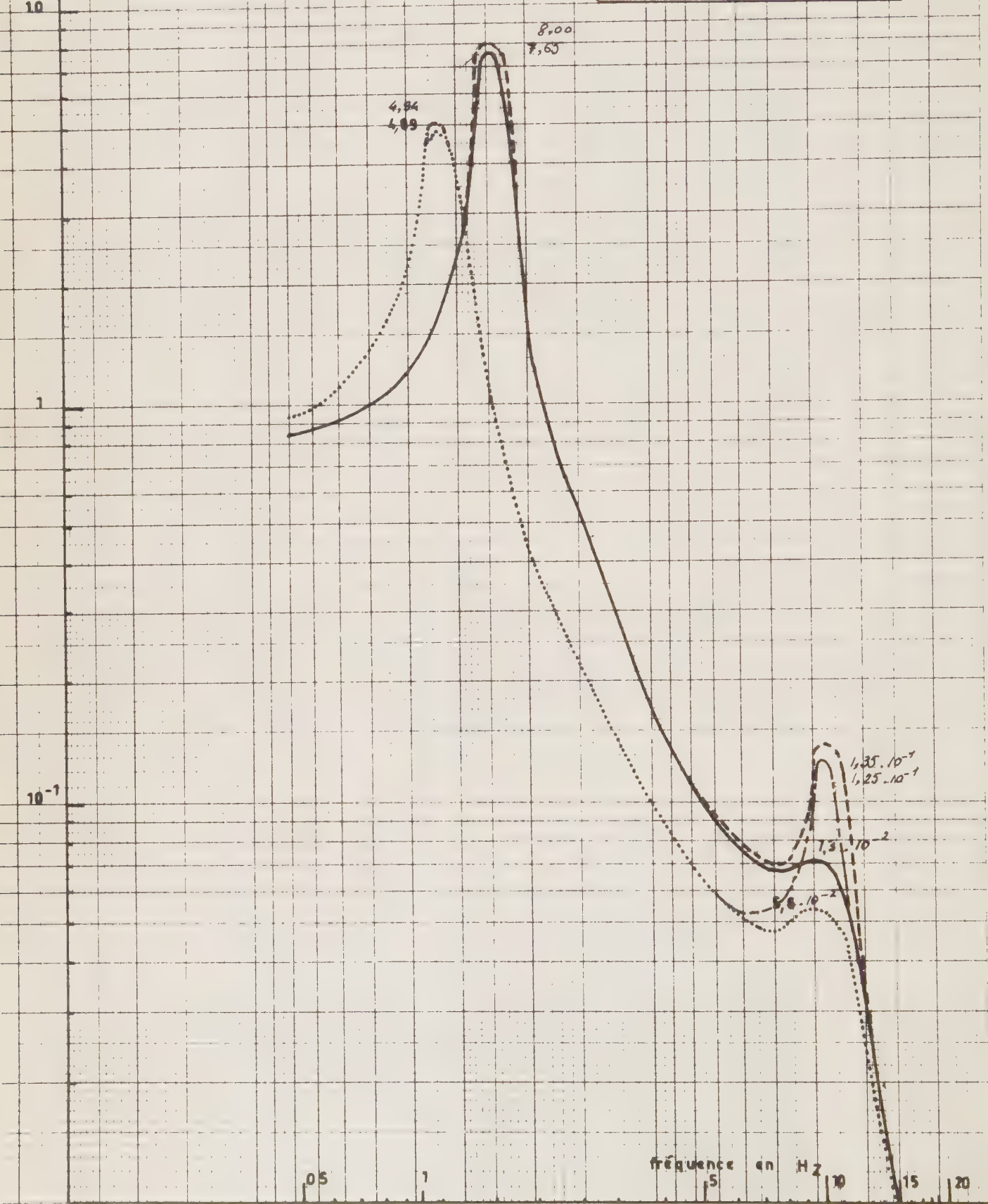
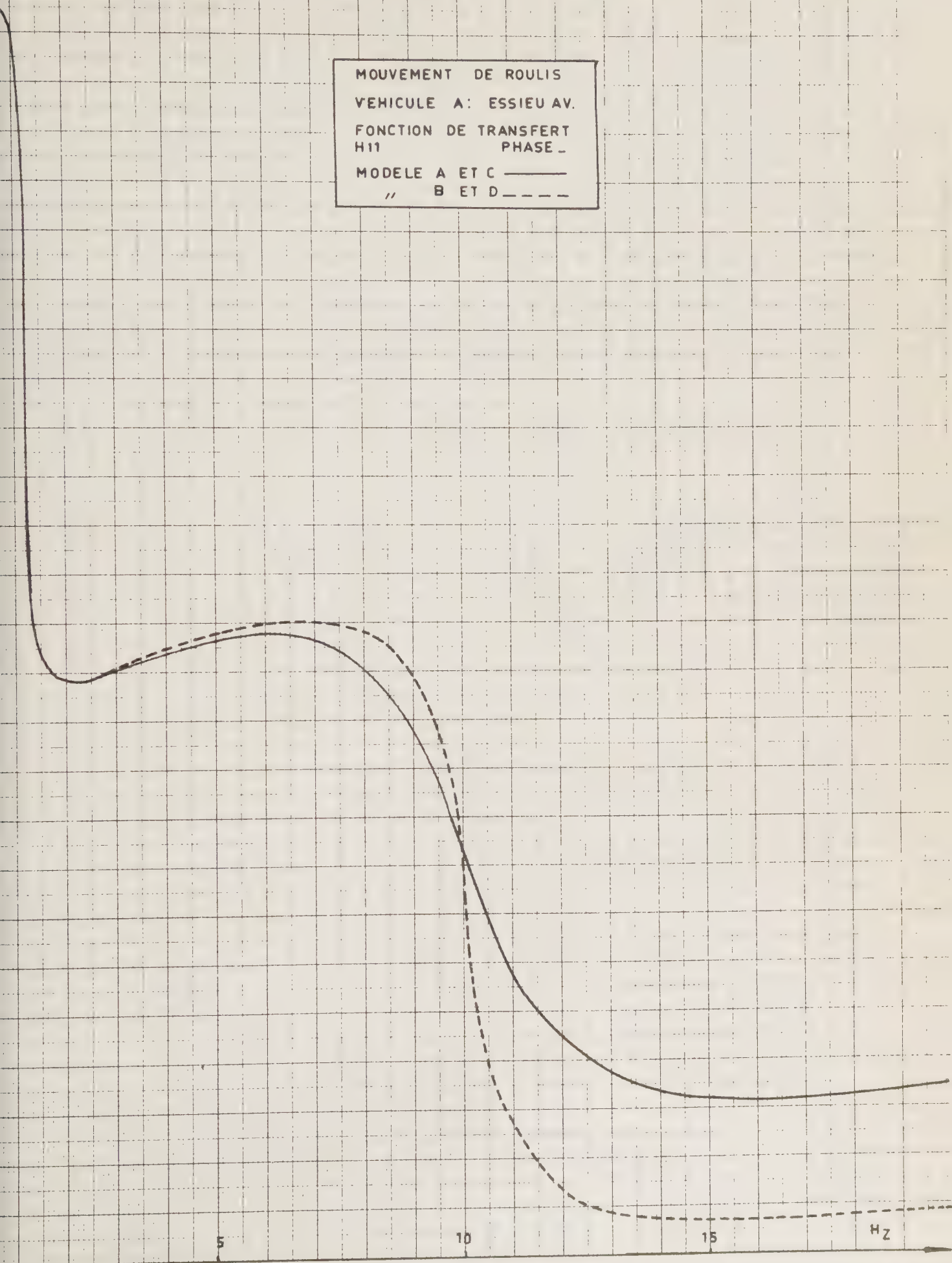


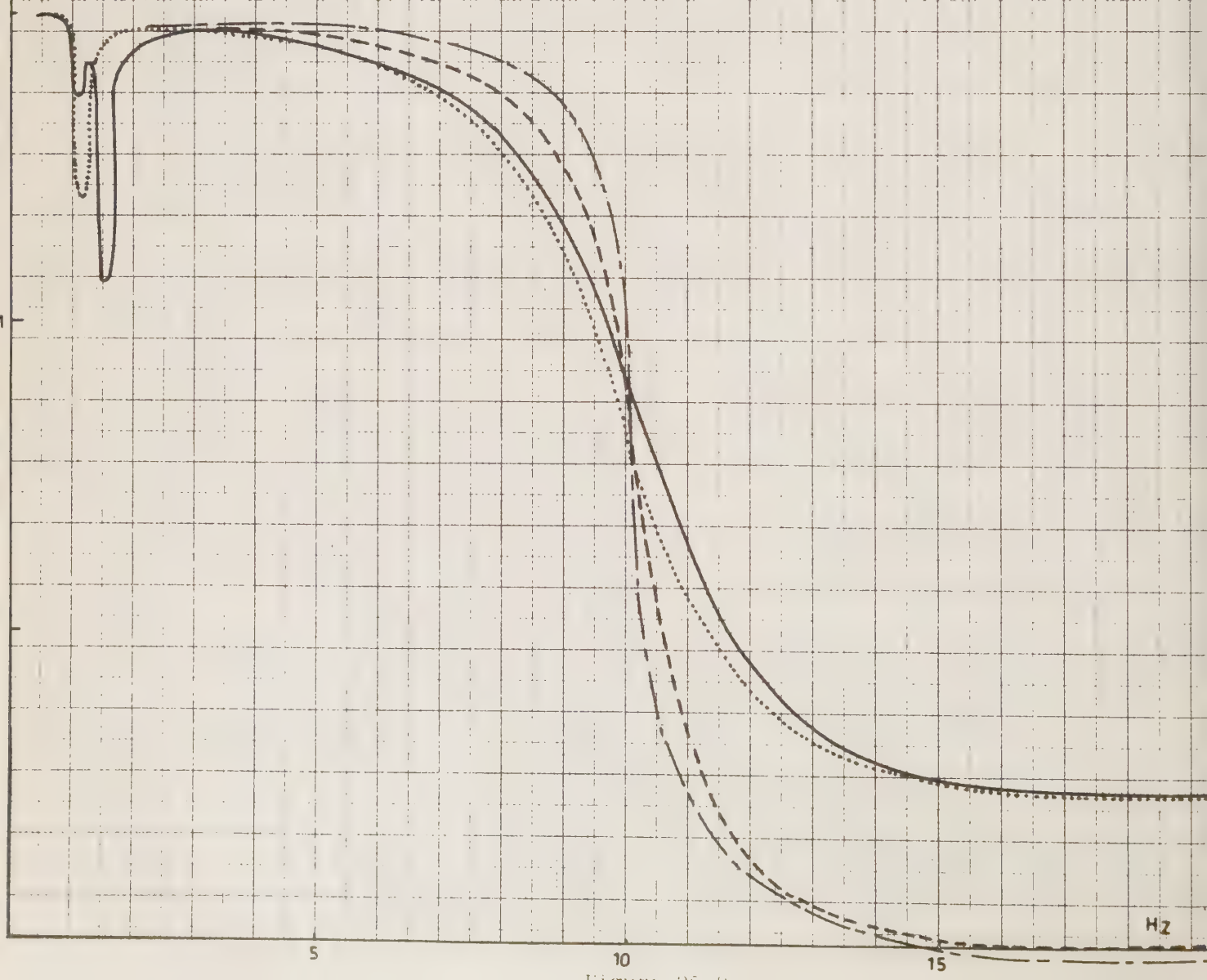
Figure 24-4

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A: ESSIEU AV.
FONCTION DE TRANSFERT
H11 PHASE _
MODELE A ET C ———
" B ET D - - - -



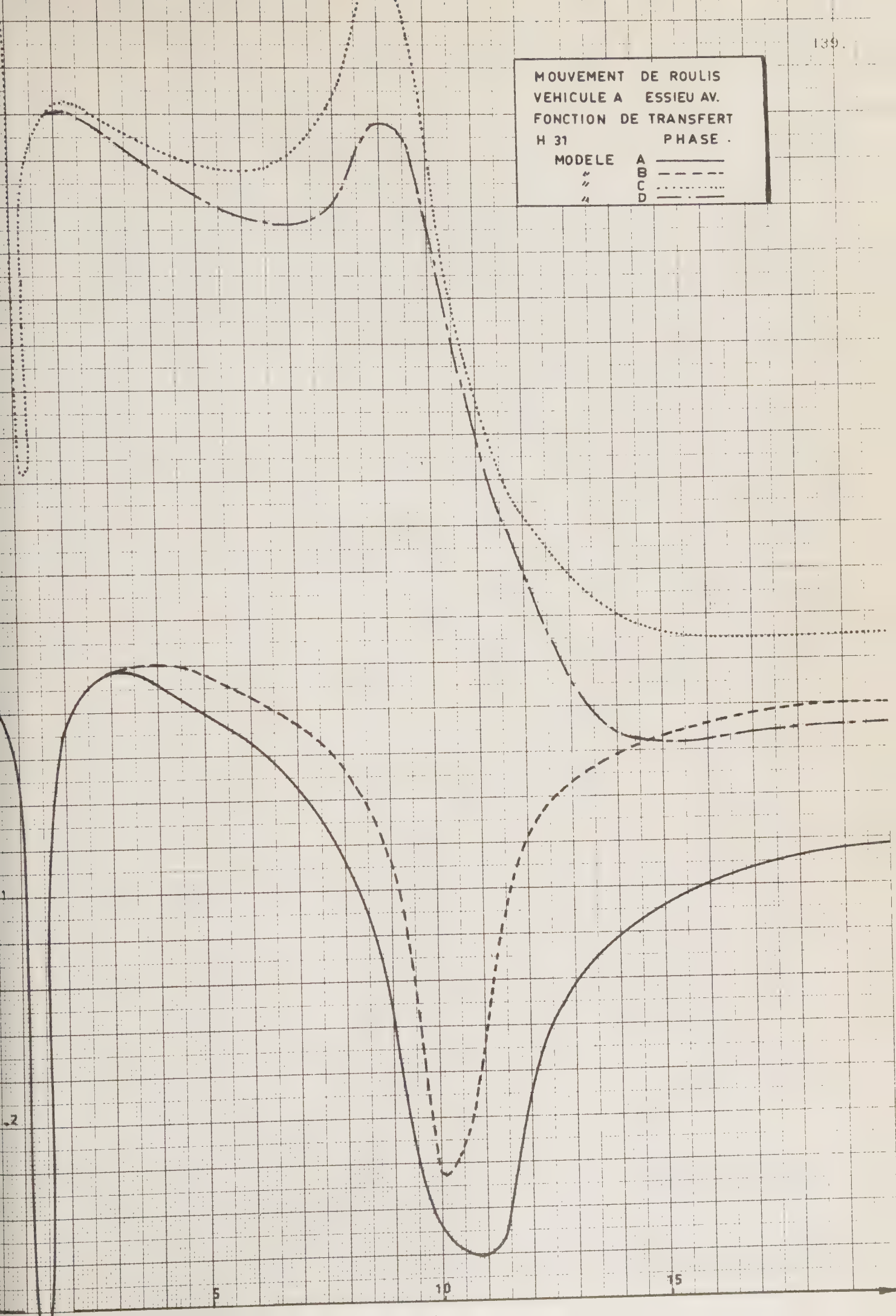
MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A ESSIEU AV.
FONCTION DE TRANSFERT
H21 PHASE

MODELE A	_____
" B	-----
" C	
" D	-----



MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A ESSIEU AV.
FONCTION DE TRANSFERT
H 31

MODELE	A	PHASE
"	B	—
"	C	- - -
"	D	...
"	D	—



MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A ESSIEU AV.
FONCTION DE TRANSFERT
H 41

MODELE	A	B	C	D
"	—	---	...	-.-.-
"				
"				

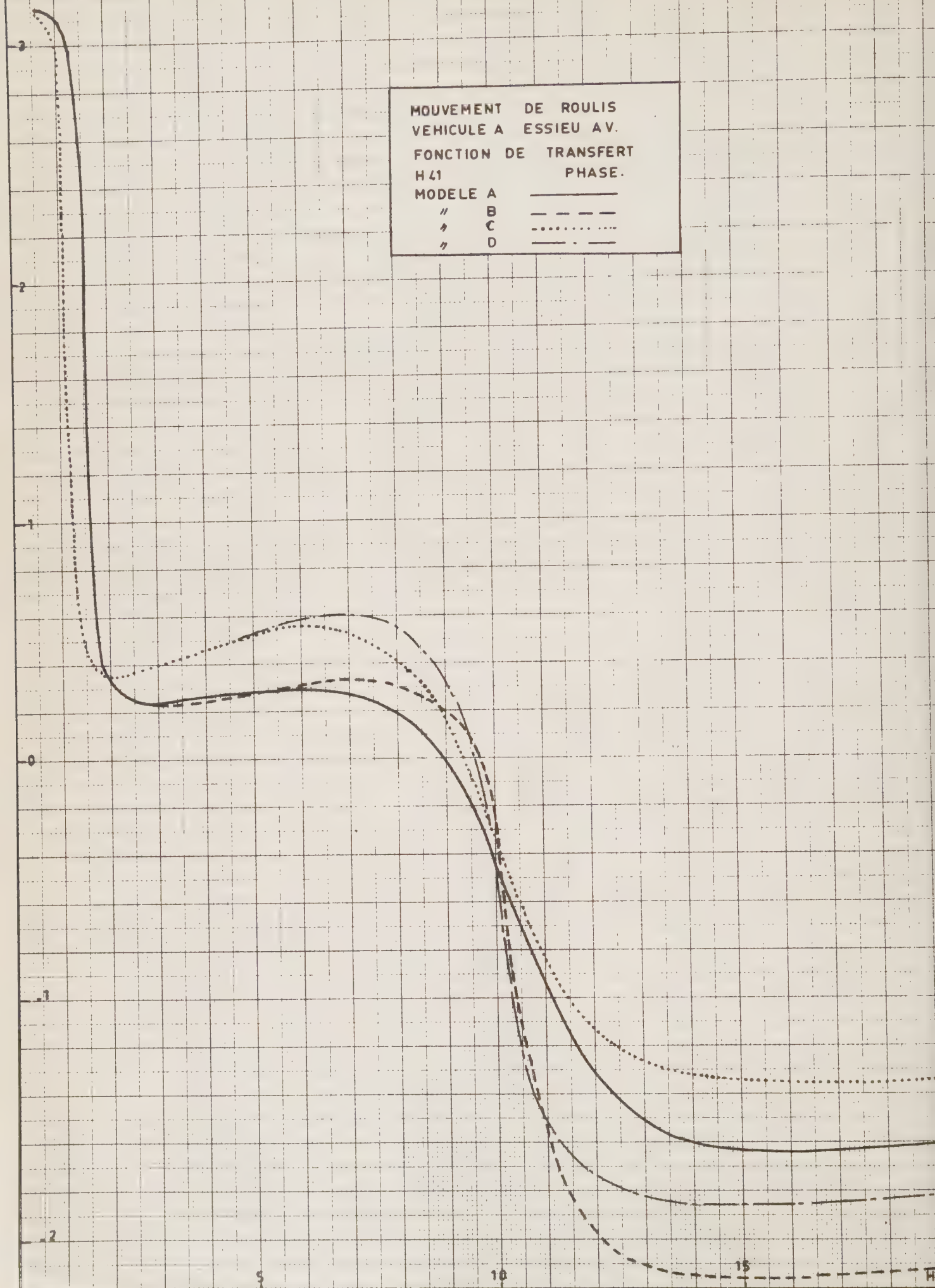
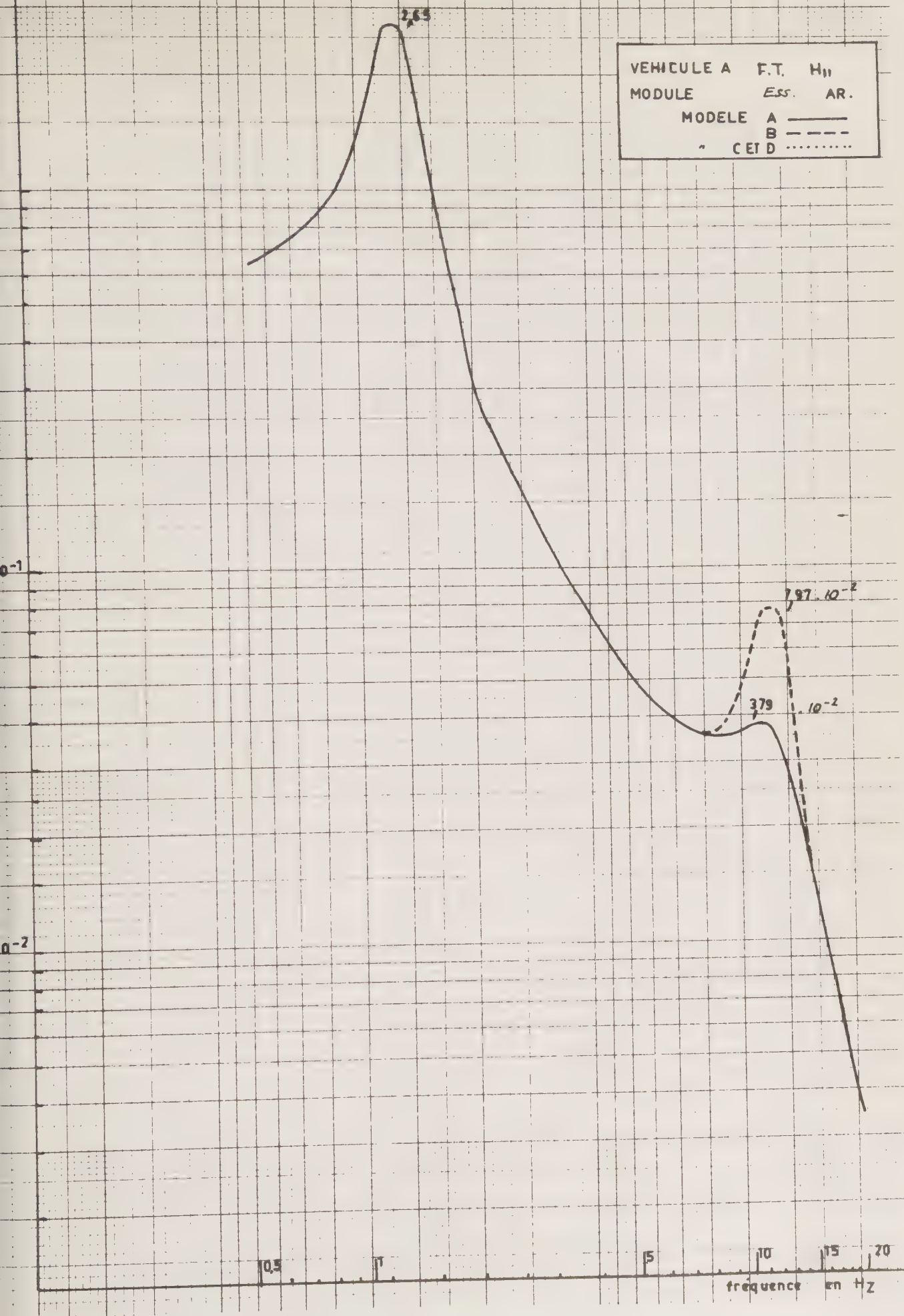


Figure 25-1



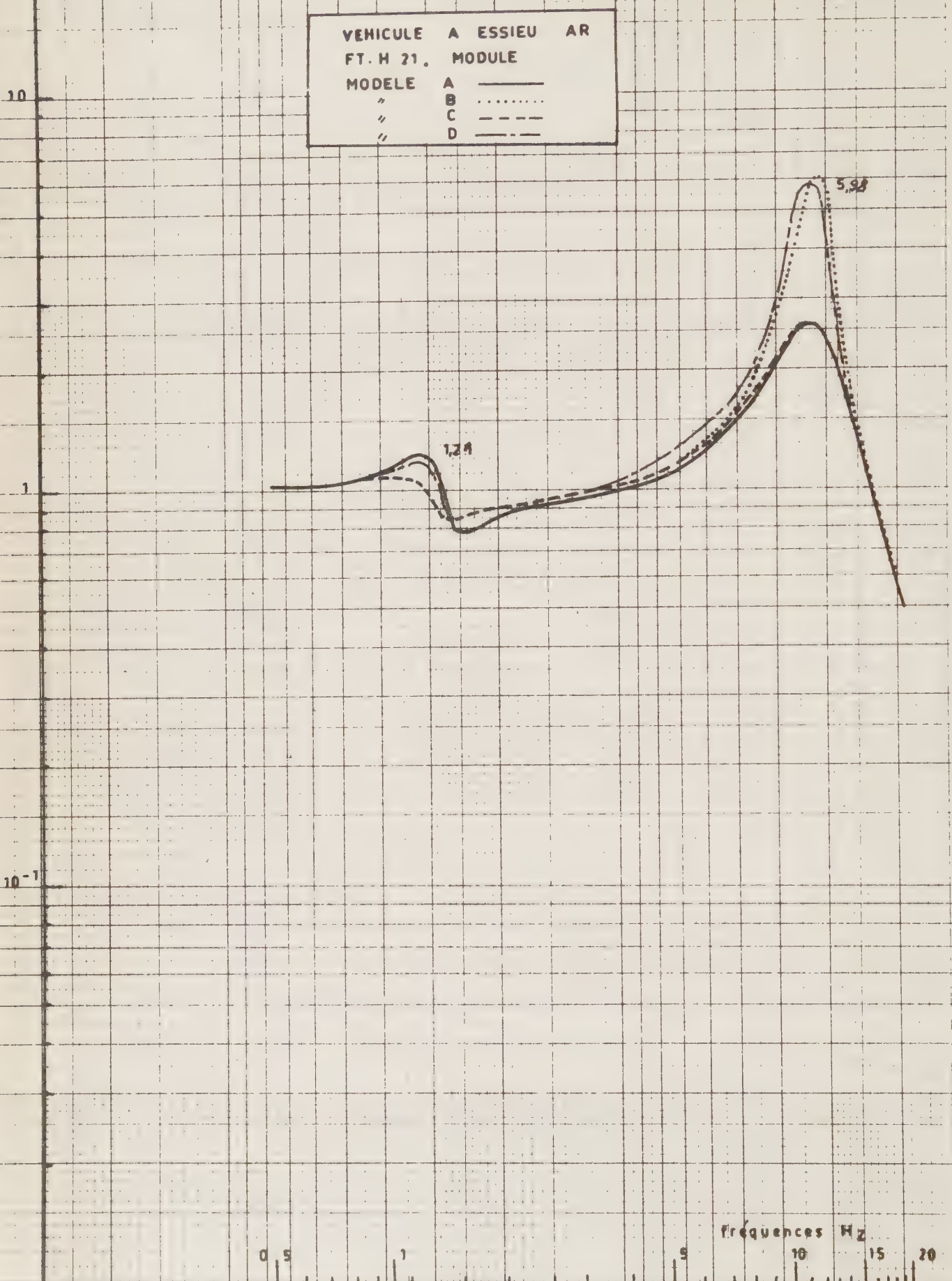


Figure 26-2

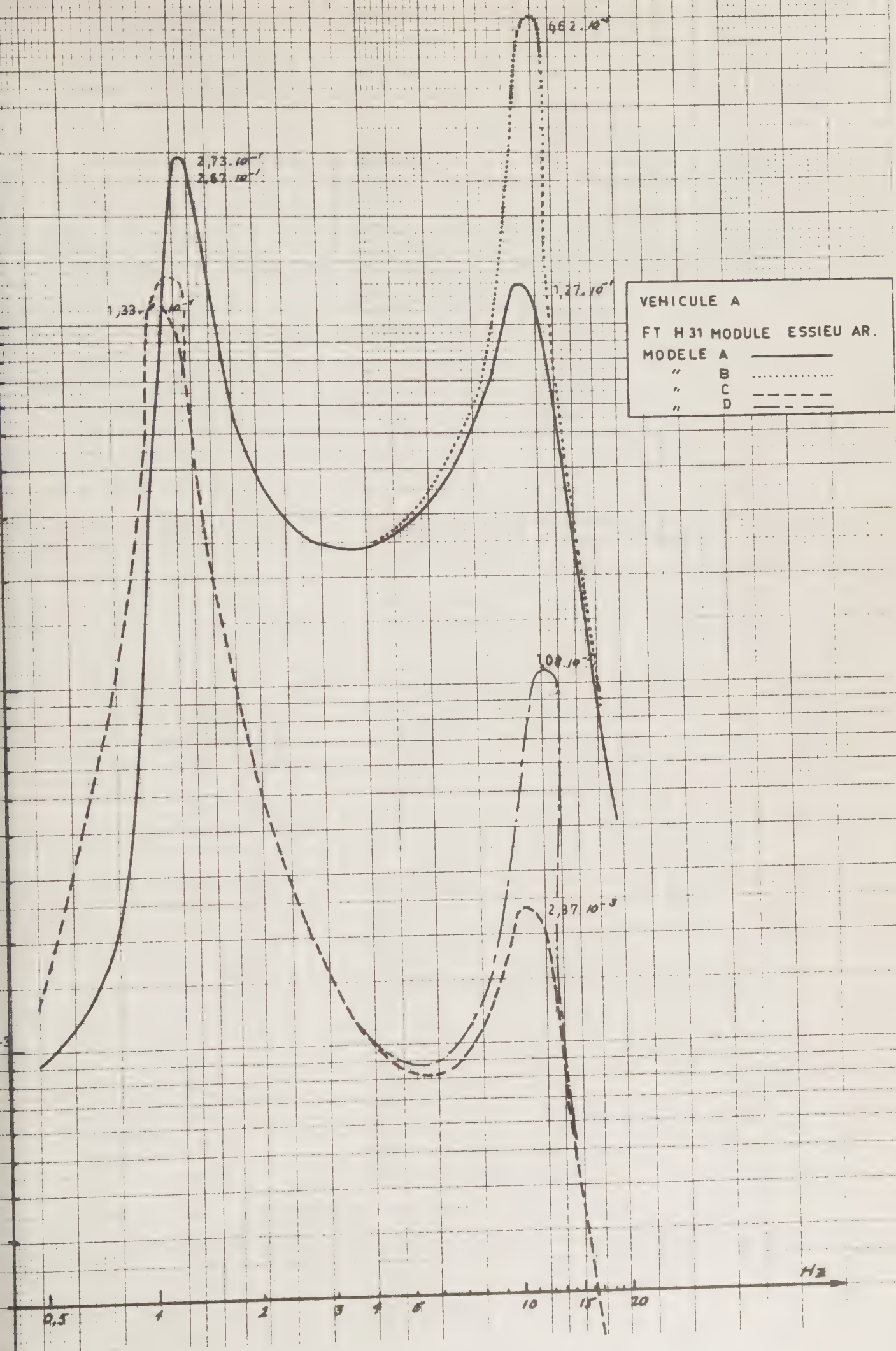


Figure 26-3

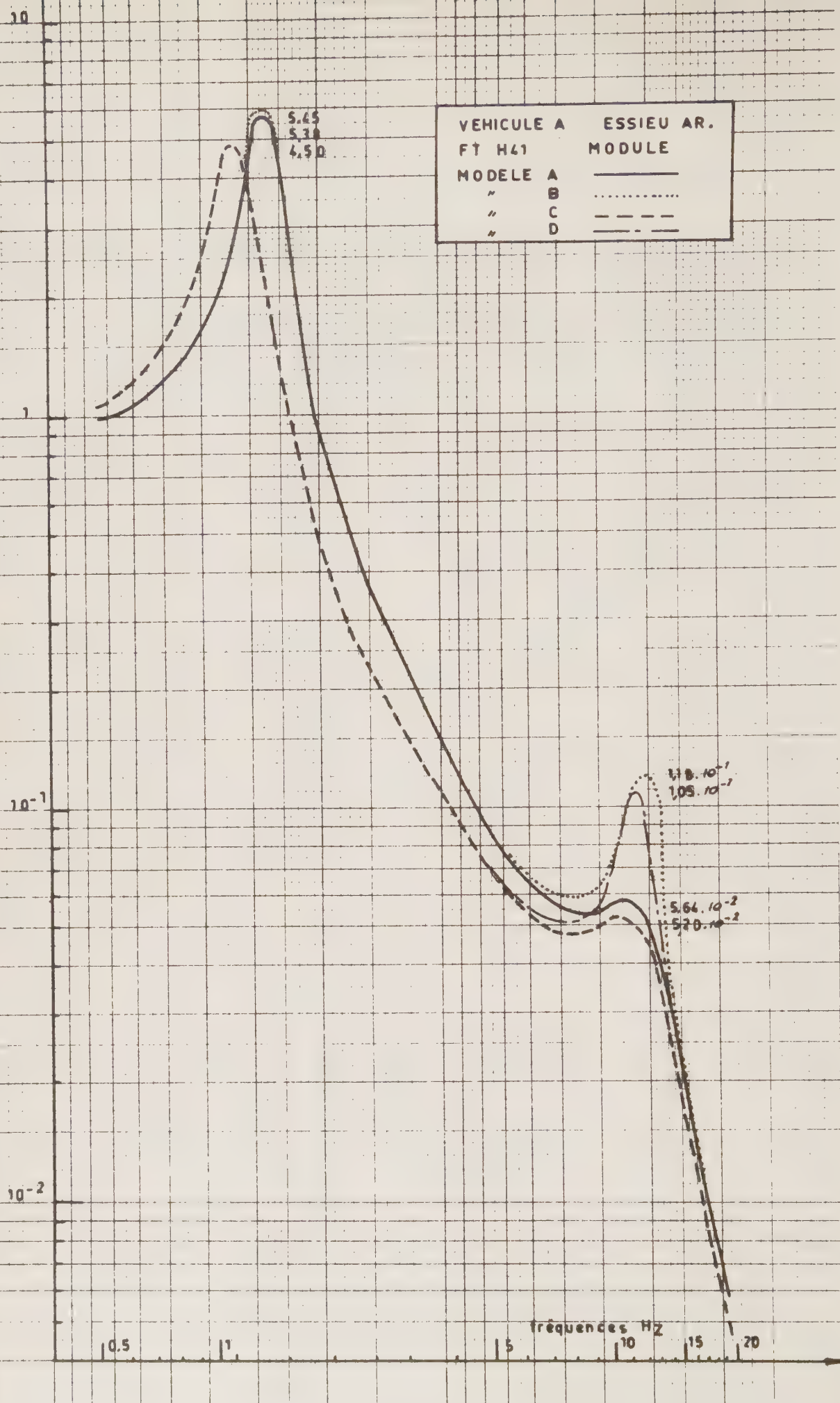
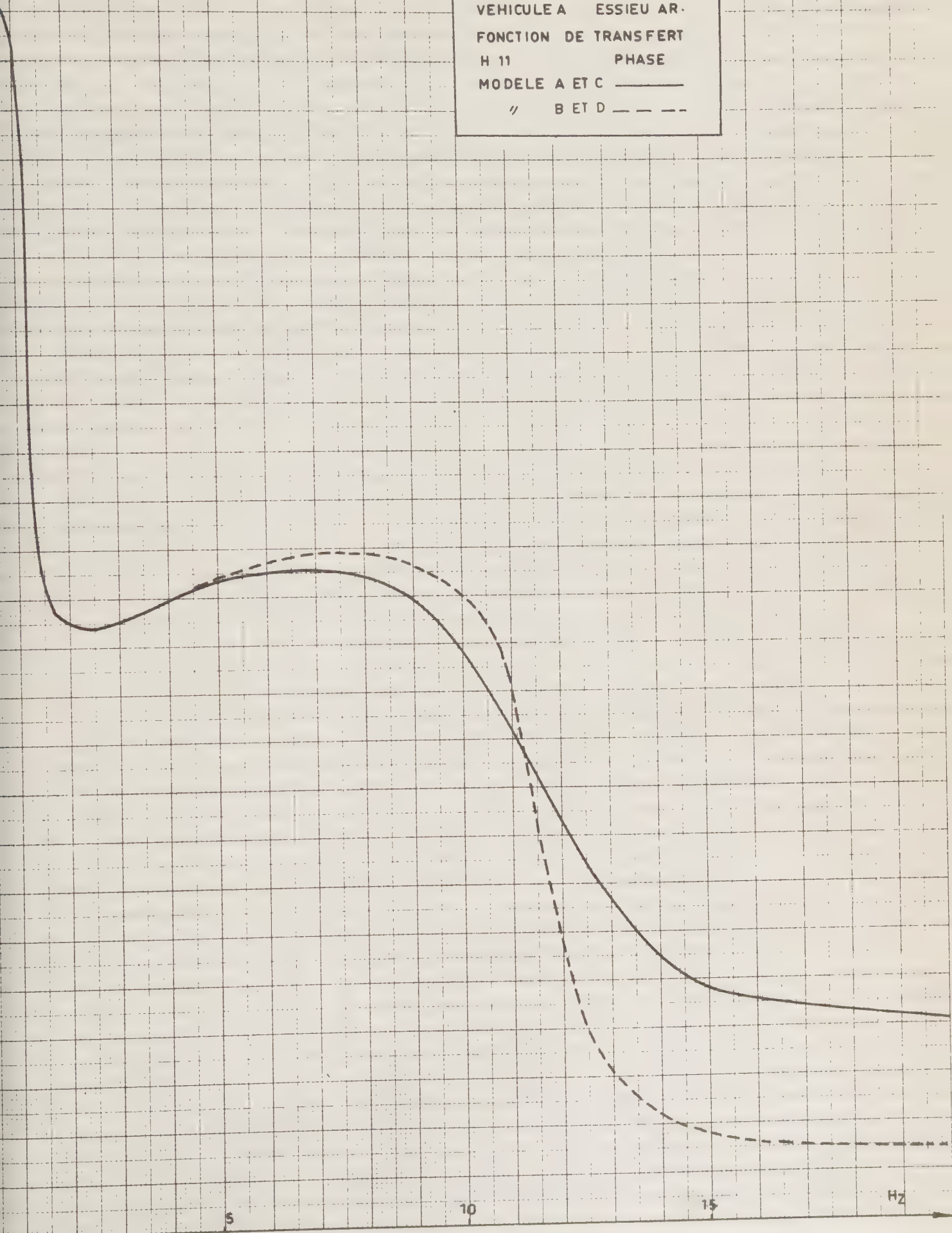


Figure 26-4

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A ESSIEU AR.
FONCTION DE TRANSFERT
H 11 PHASE
MODELE A ET C ———
" B ET D - - - -



MOUVEMENT DE ROULIS
 ESSIEU AR VEHICULE A
 FONCTION DE TRANSFERT

H 21

PHASE

MODELE A

"

"

"

B

C

D

—

- - -

...

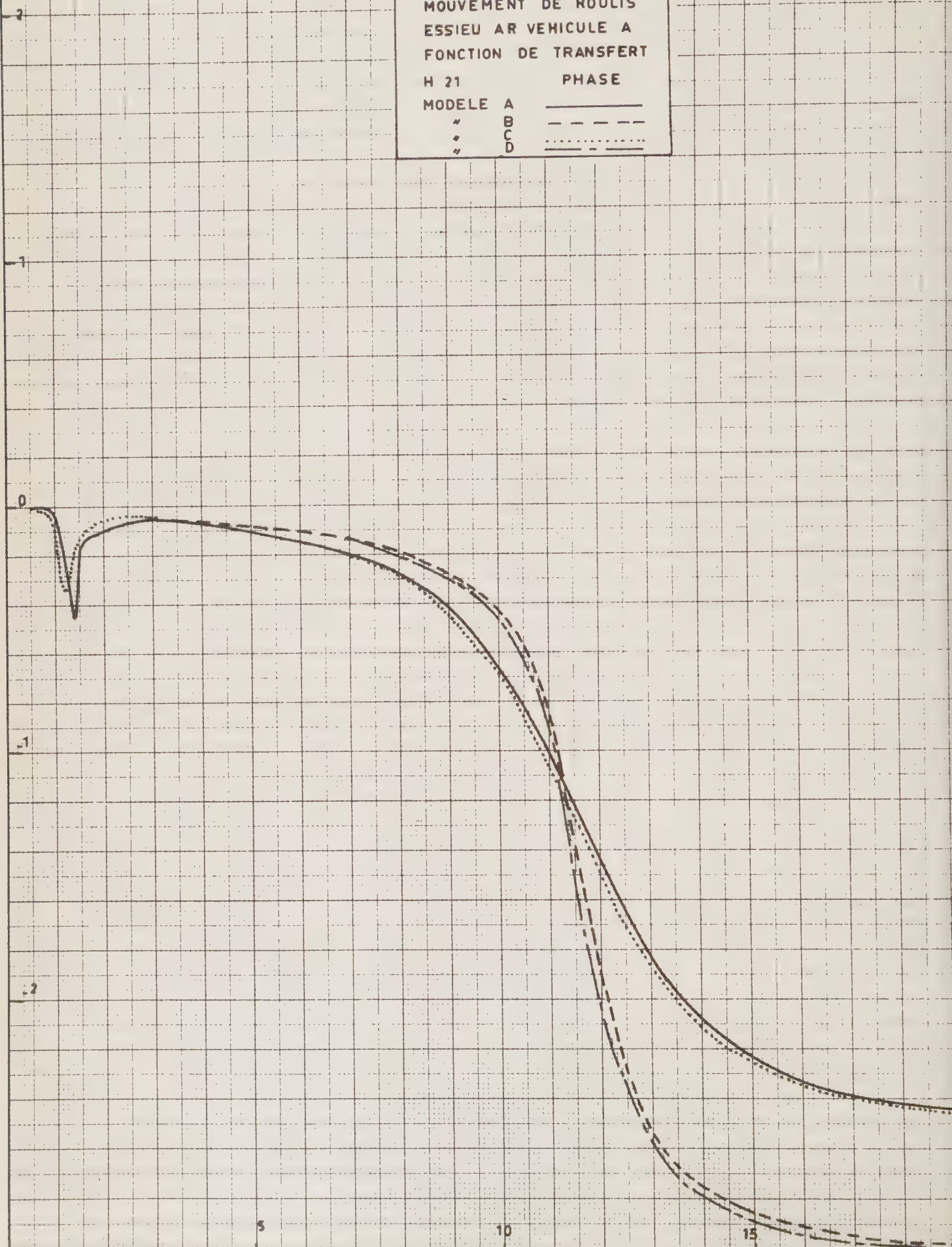
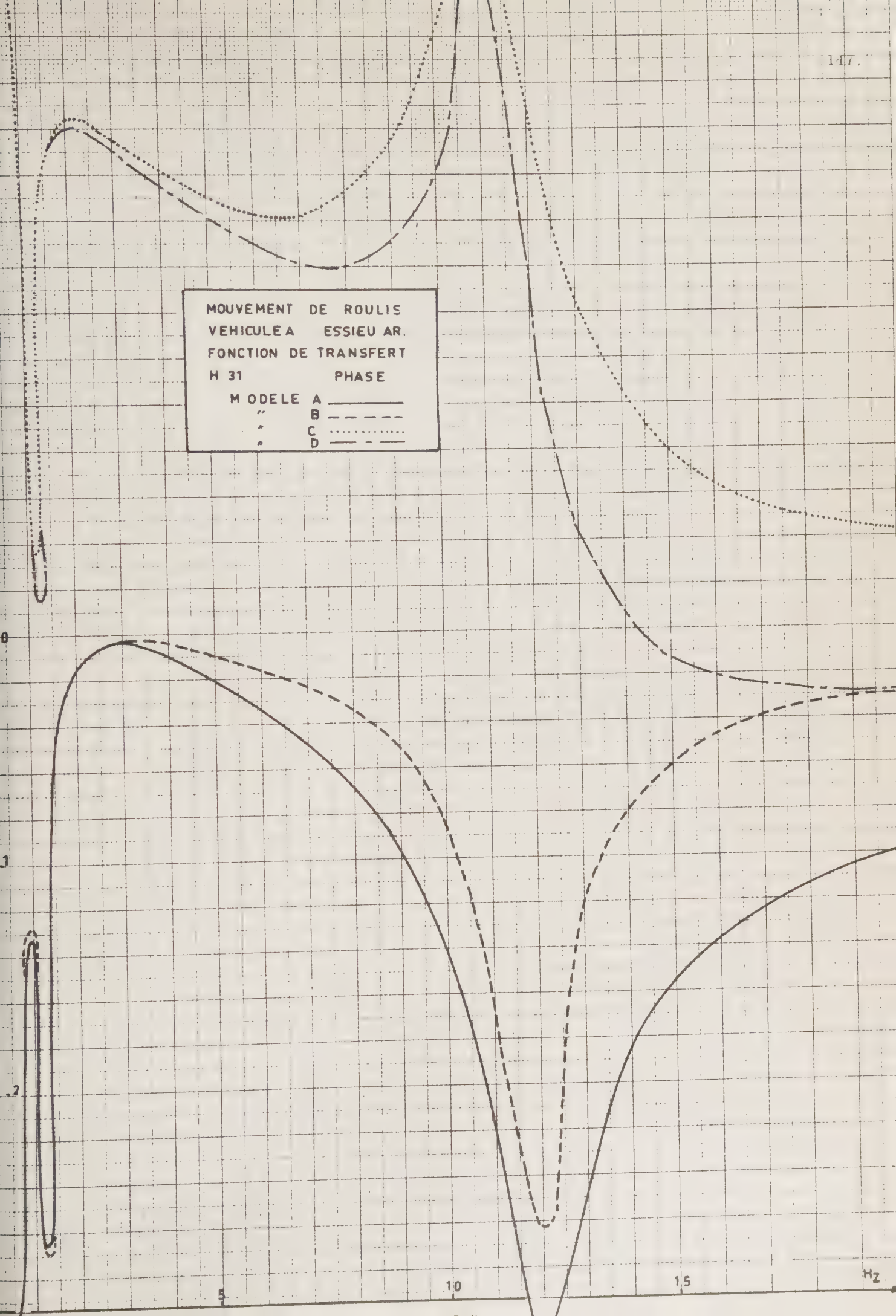


Figure 27-2

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A ESSIEU AR.
FONCTION DE TRANSFERT
H 31 PHASE

M O D E L E	A	_____
"	B	-----
"	C	
"	D	-----



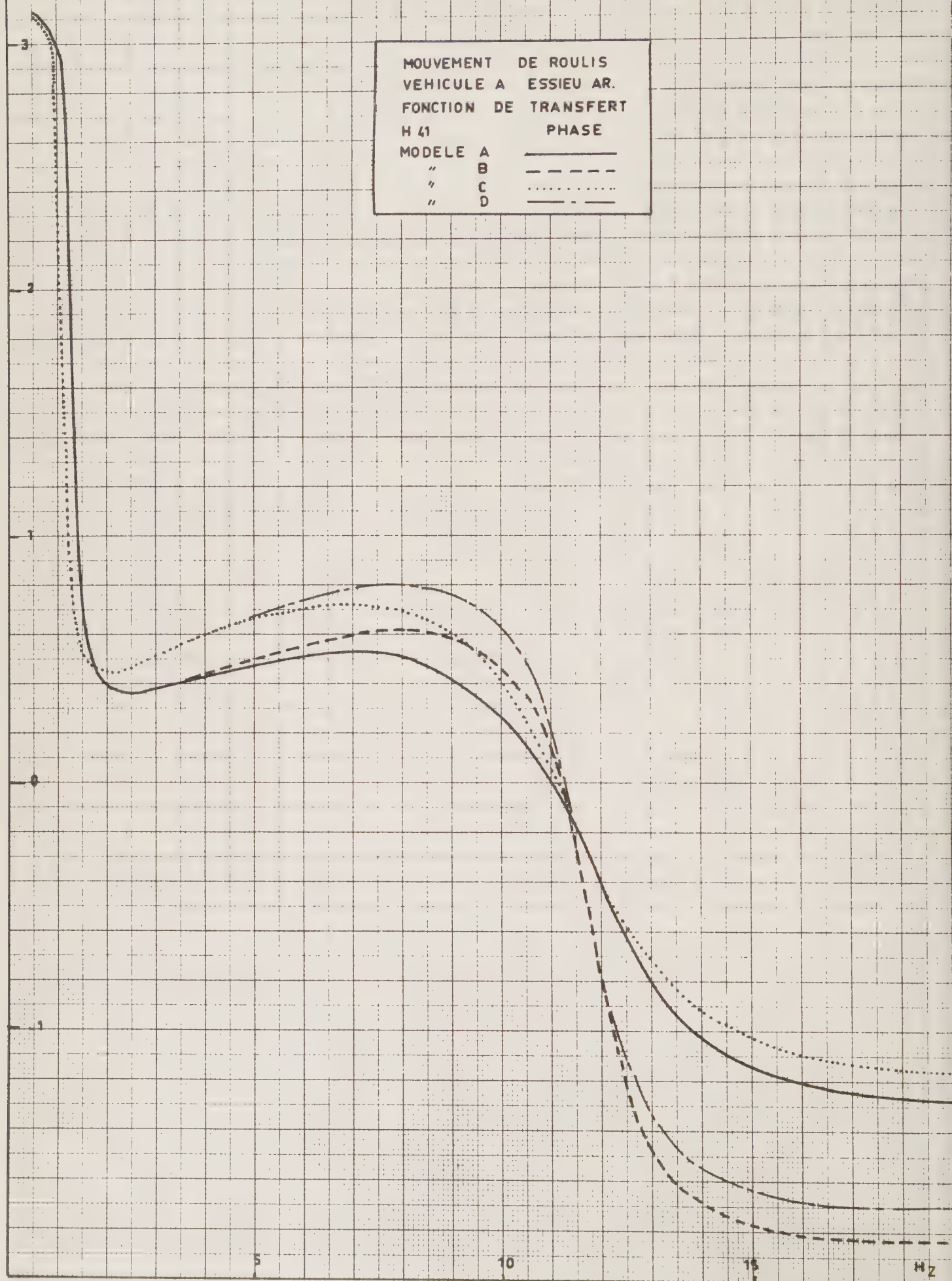


Figure 27-1

VEHICULE B. ESSIEU AV.

FT. H 11.

MODULE.

MODELE A ET C

"

B ET D

fréquence en Hz.

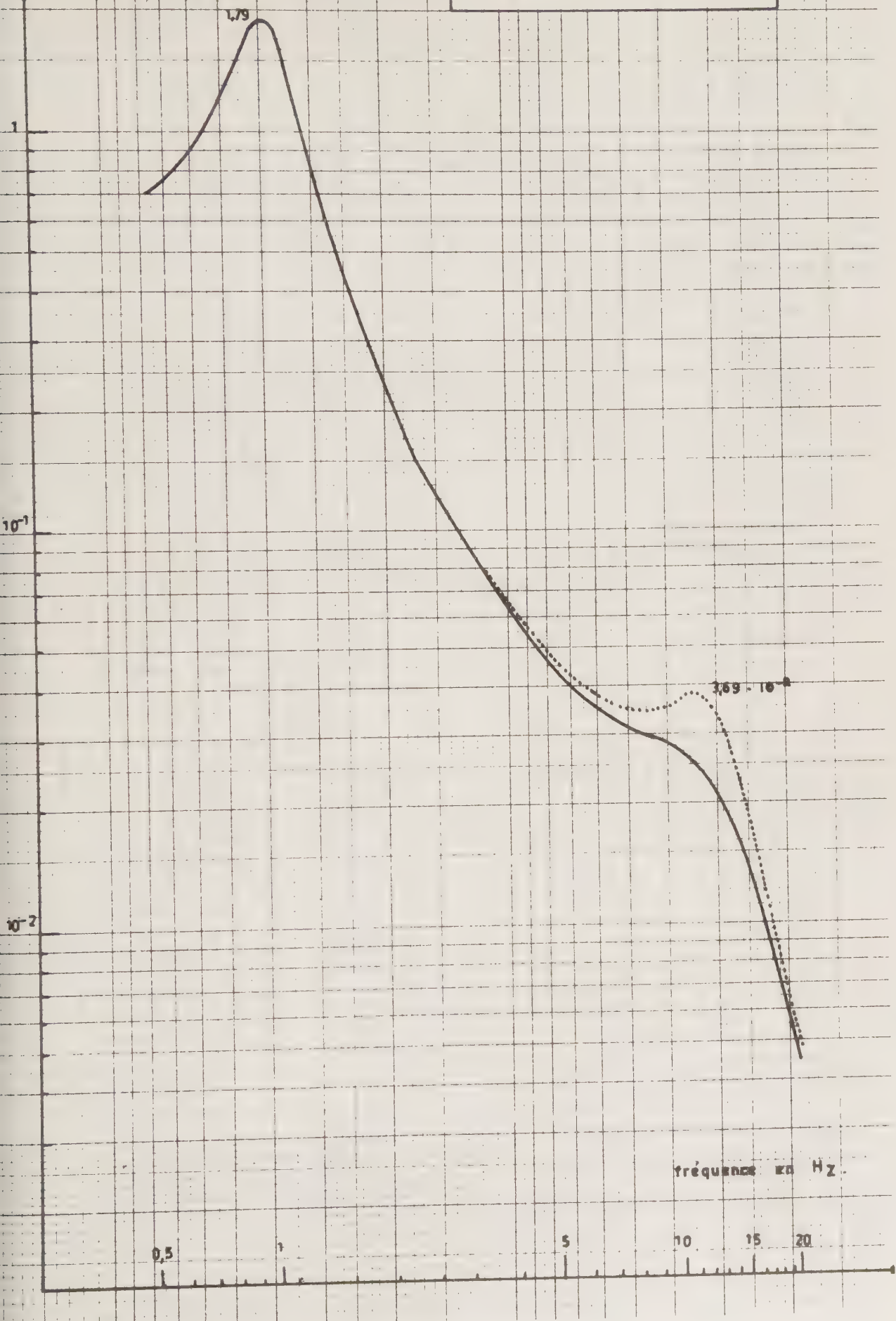


Figure 28-1

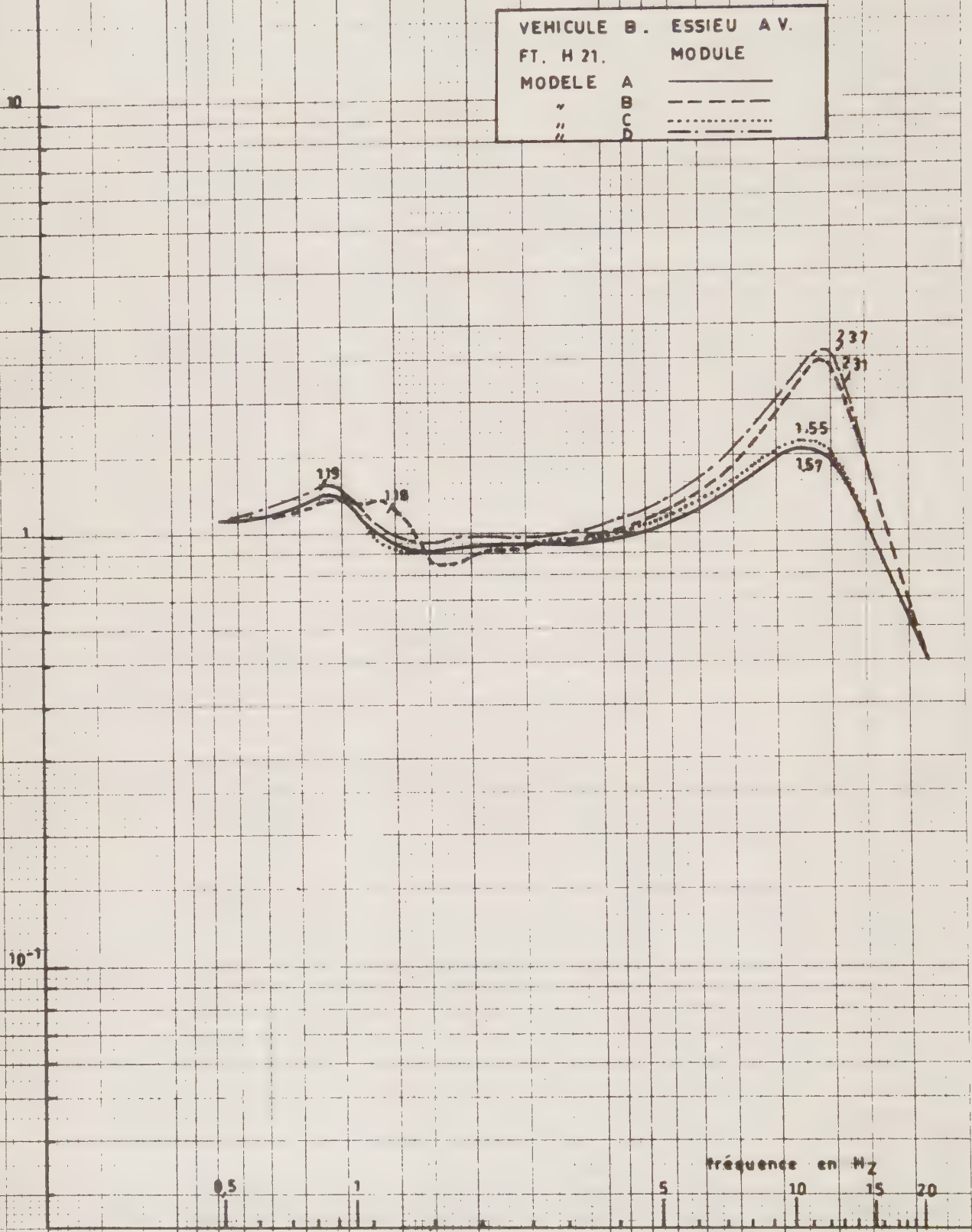


Figure 28-2

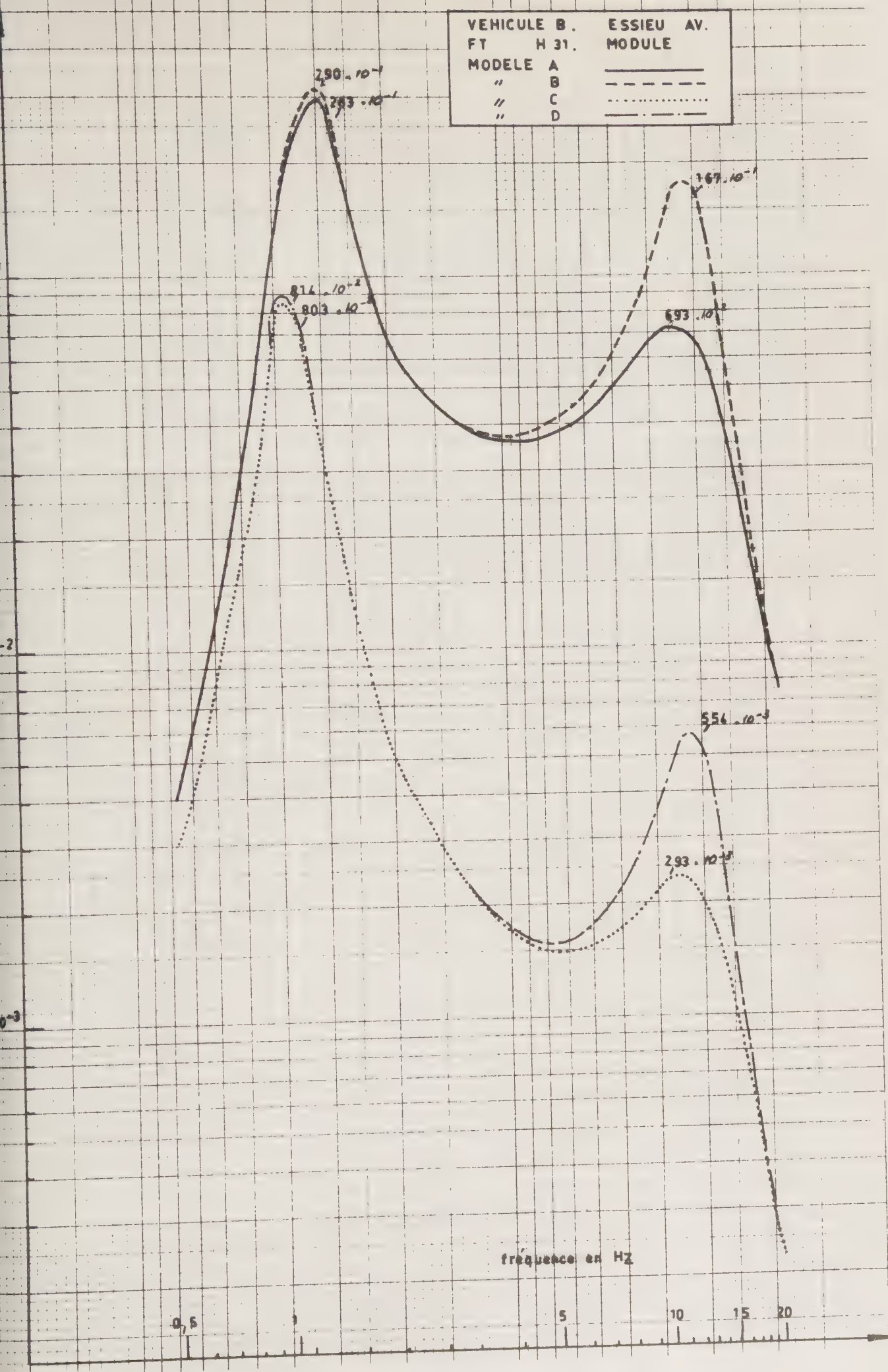


Figure 28-3

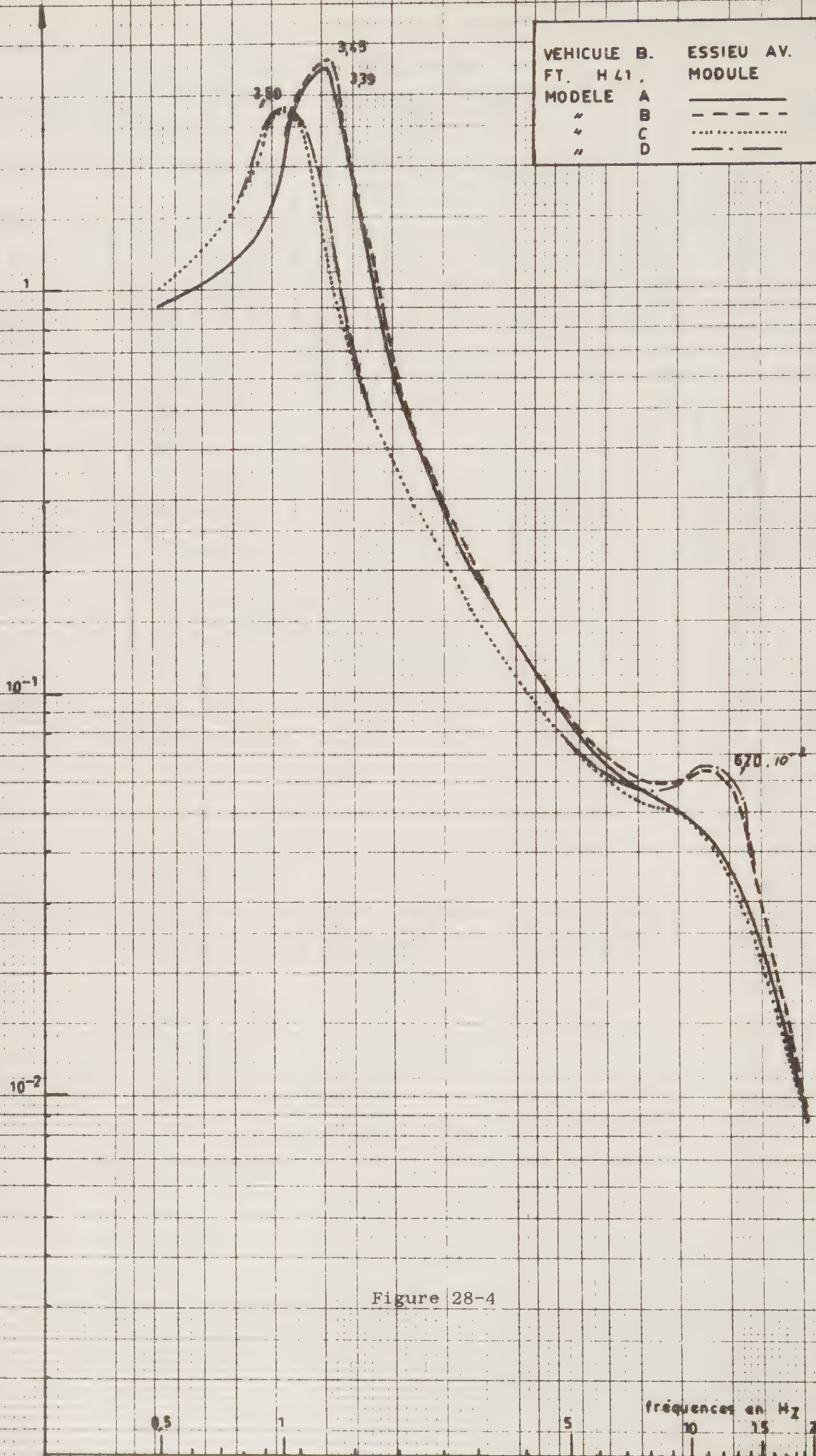
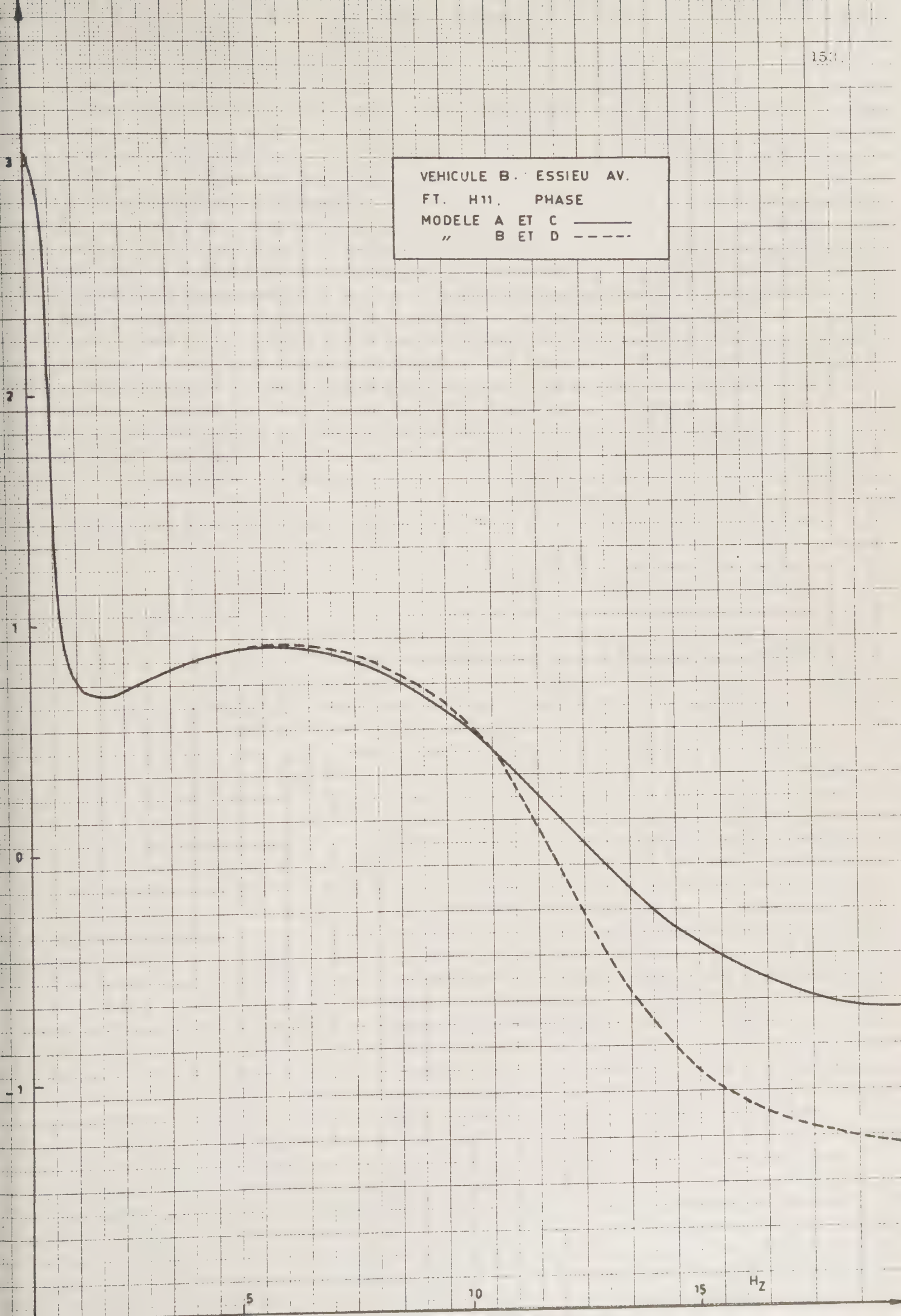
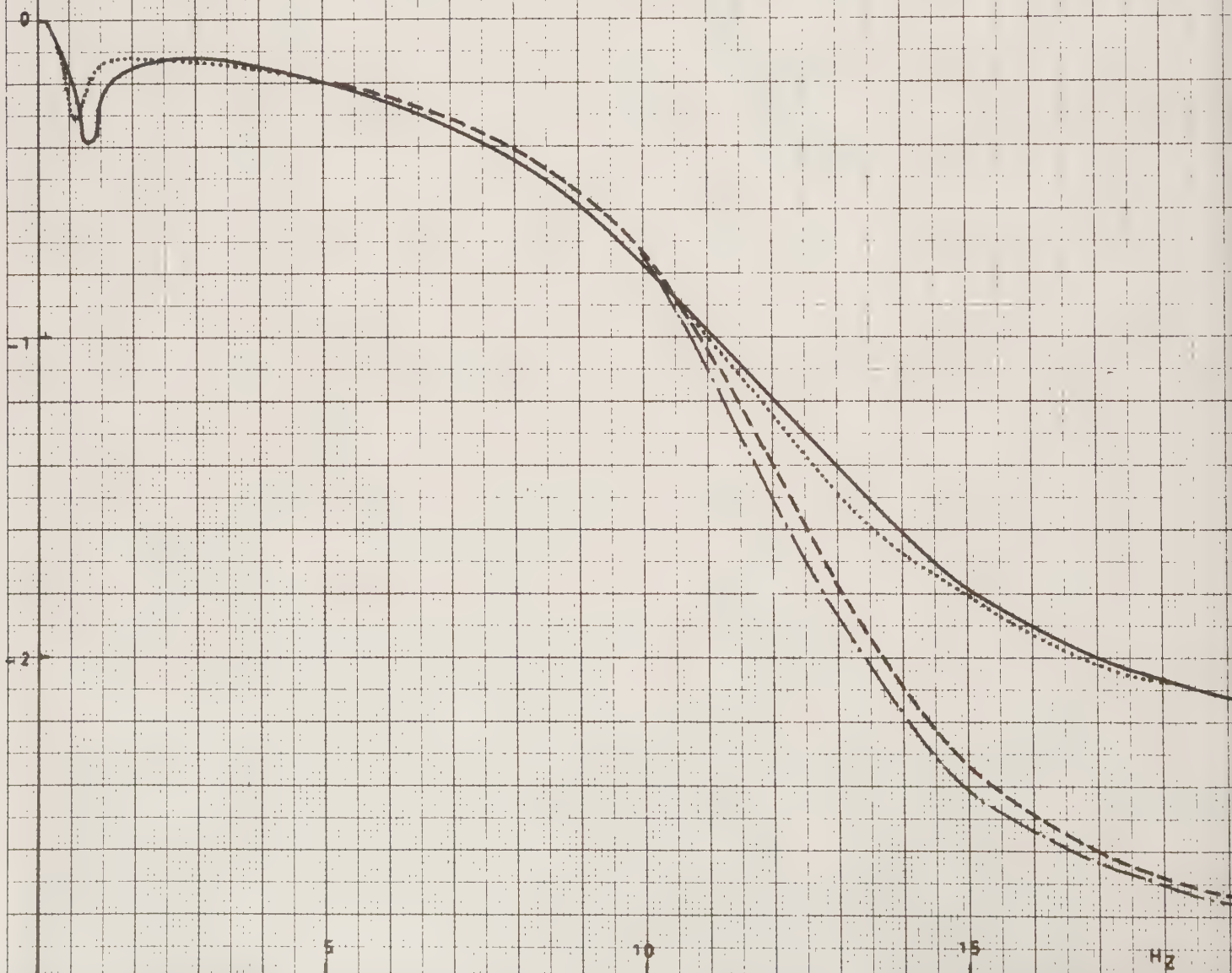


Figure 28-4

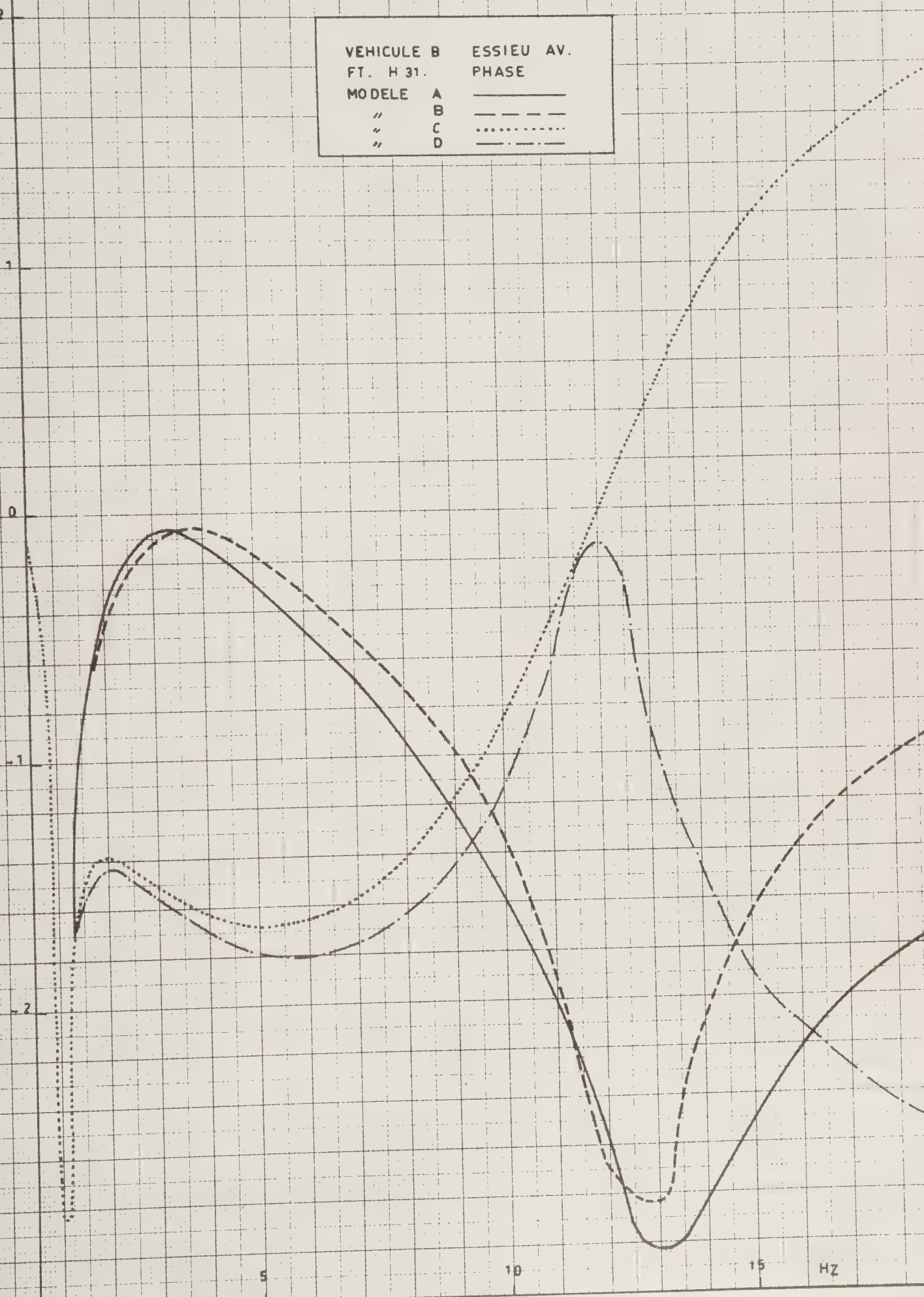
VEHICULE B. ESSIEU AV.
FT. H11. PHASE
MODELE A ET C ———
" B ET D - - - - -



VEHICULE B.		ESSIEU AV.
FT. H 21.		PHASE
MODELE	A	—
"	B	- - -
"	C	
"	D	- . -



VEHICULE B		ESSIEU AV.
FT. H 31.		PHASE
MODELE	A	—
"	B	- - -
"	C	...
"	D	- . -



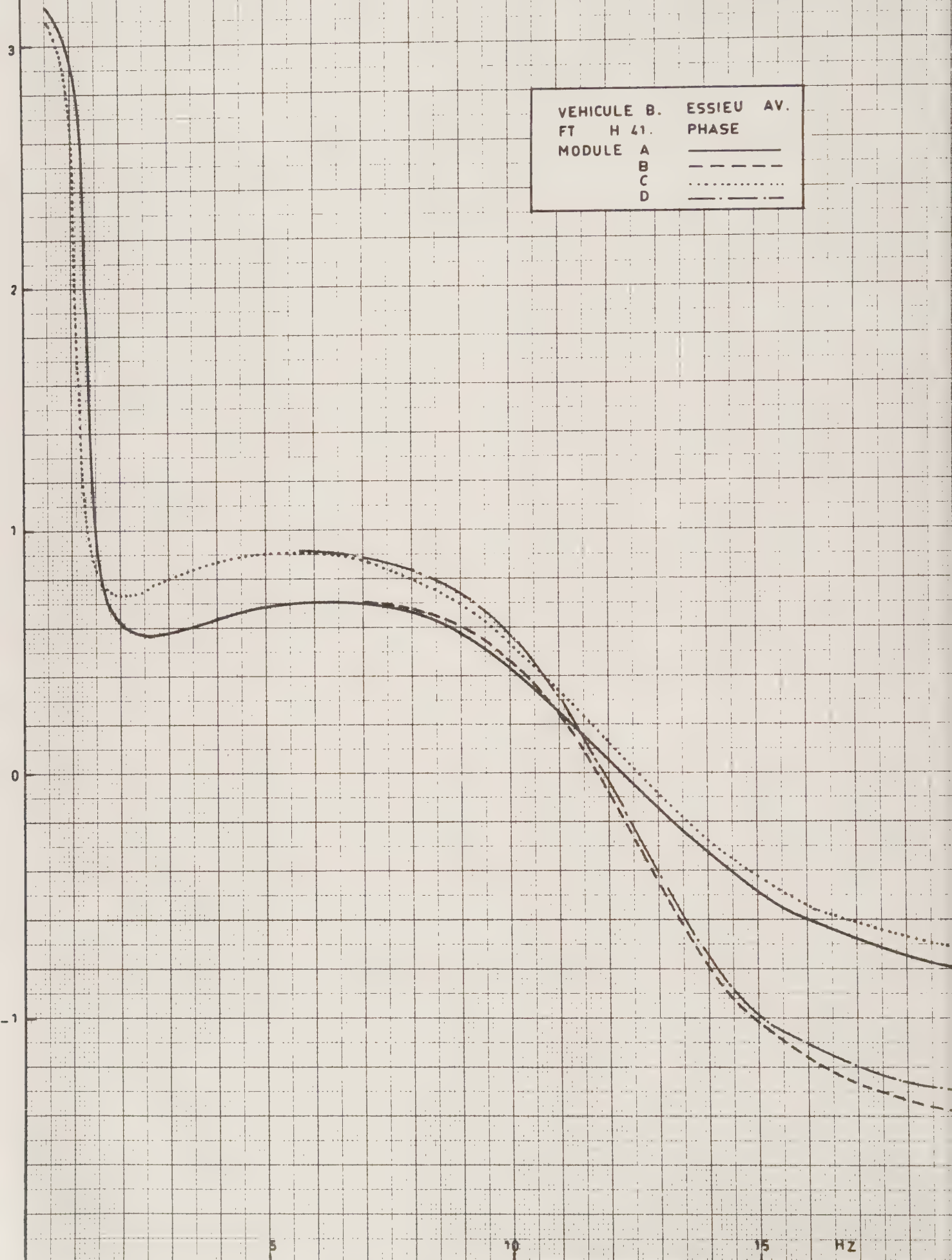


Figure 29-4

VEHICULE B ESSIEU AR
FT H11 MODULE
MODELE A ET C
 B ET D

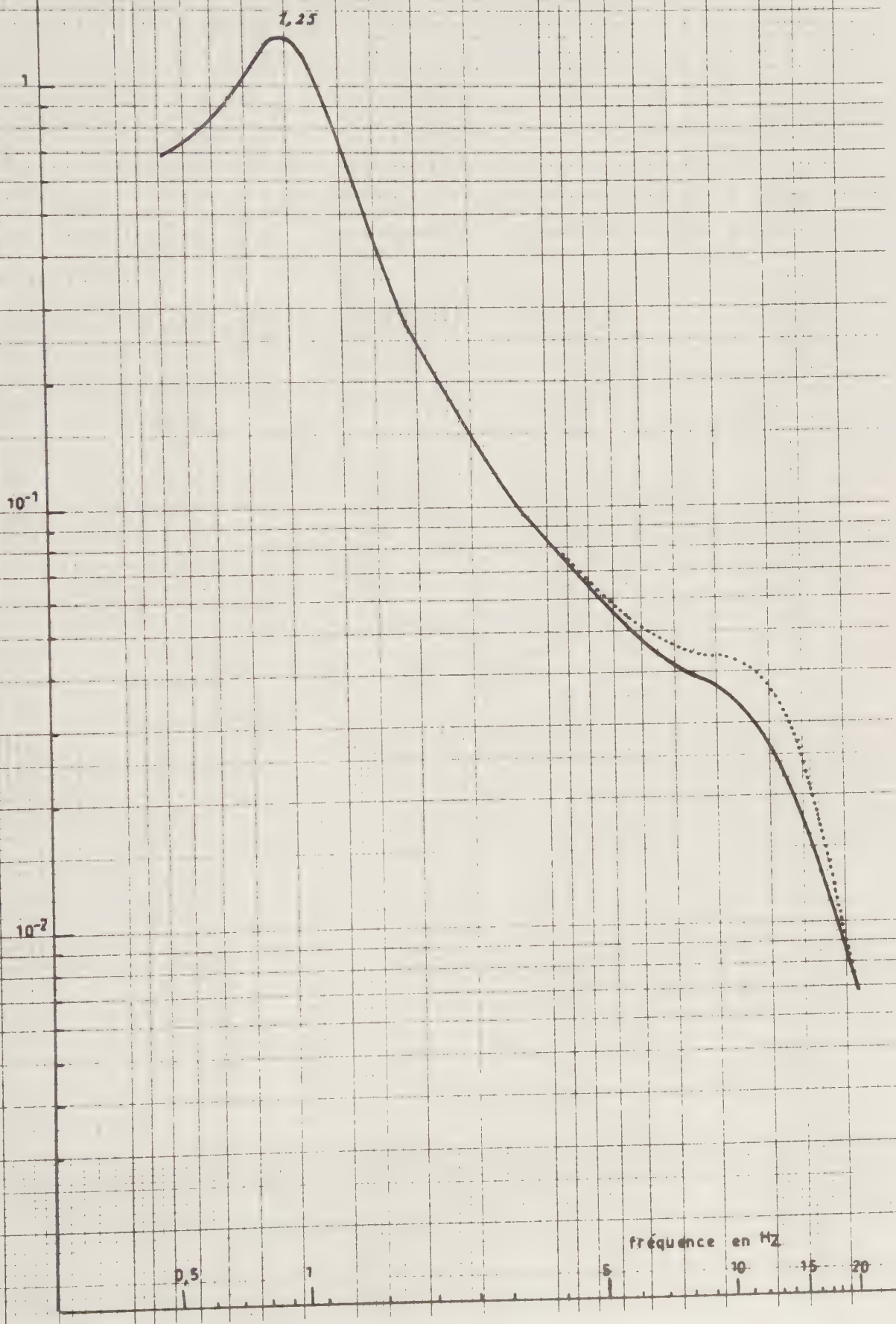


Figure 30-1

VEHICULE B ESSIEU AR.
FT H 21 MODULE
MODELE A ET C
" B ET D

10

1

 10^{-1}

0,5

1

5

10

15

20

fréquence en Hz

1,13

1,84

1,37

Figure 30-2

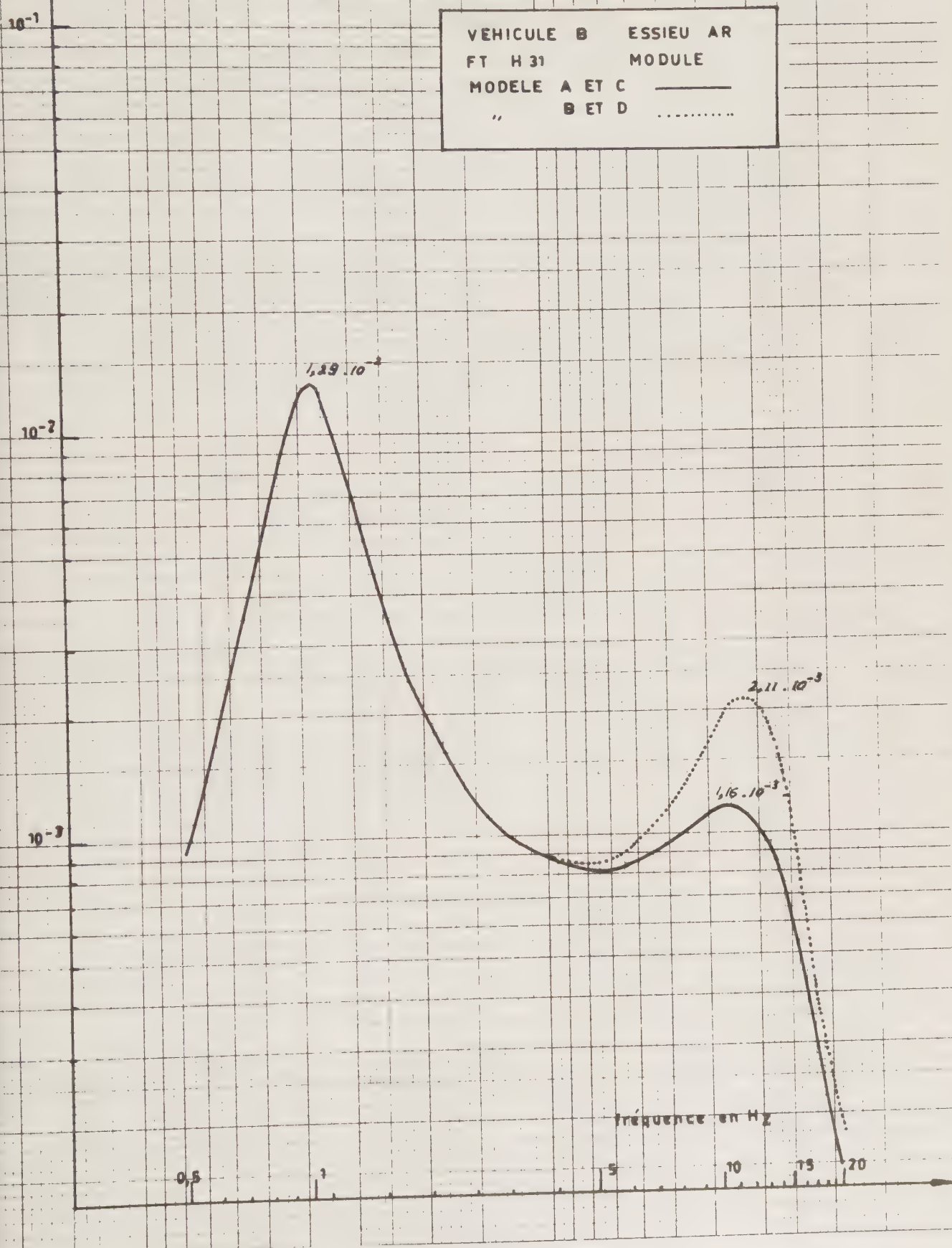


Figure 30-3

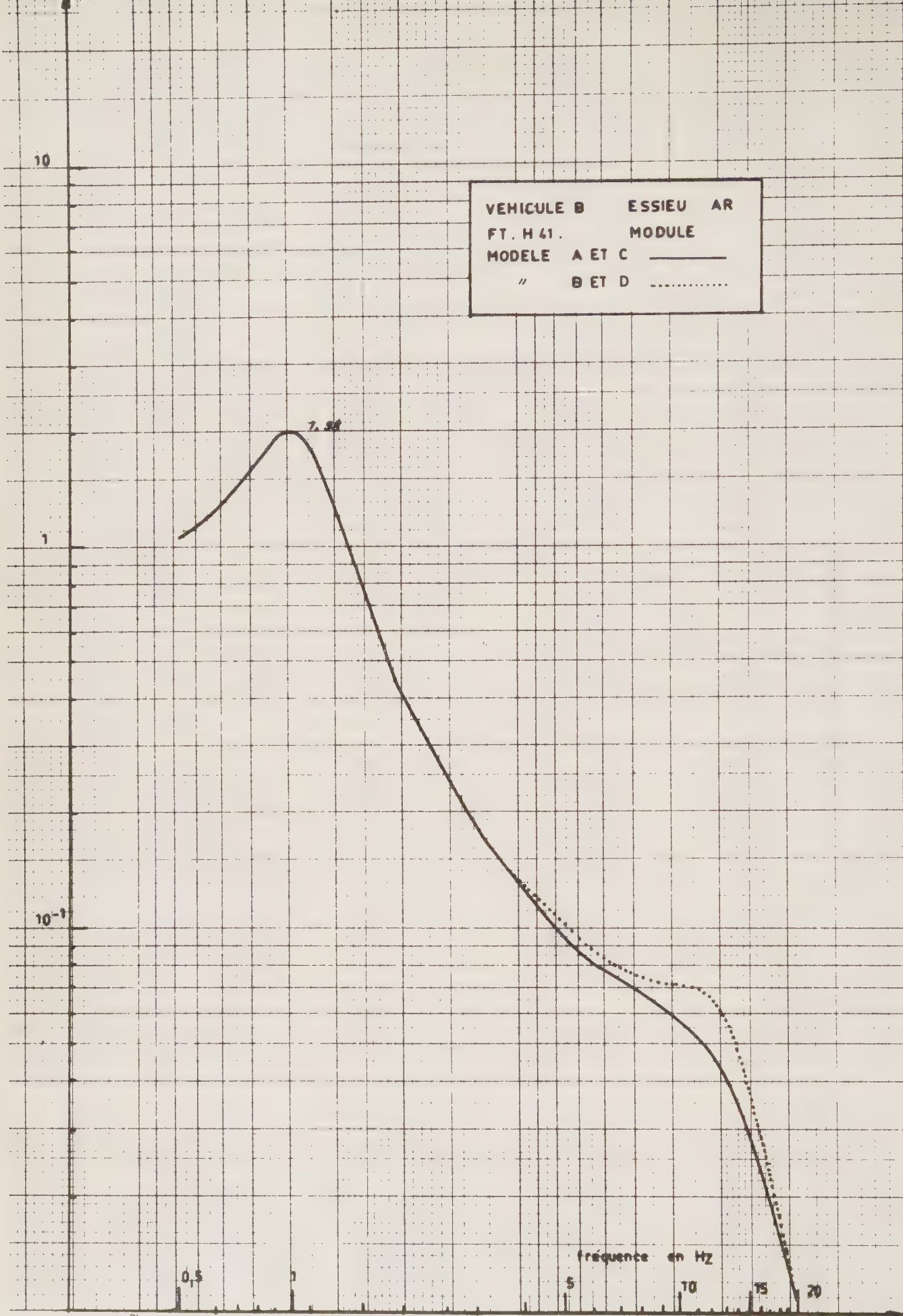


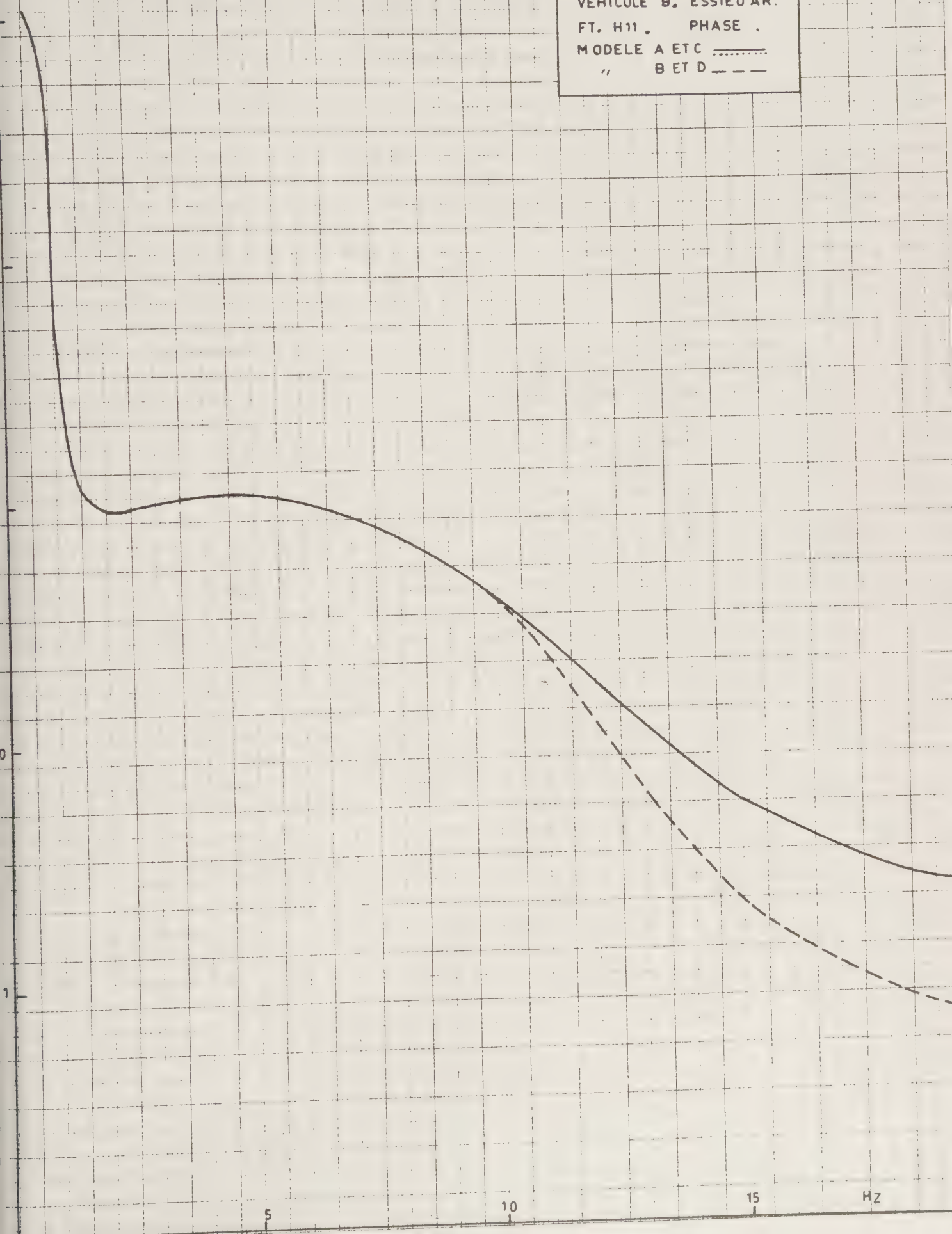
Figure 30-4

VEHICULE B, ESSIEU AR.

FT. H11. PHASE .

MODELE A ETC

" B ET D ---

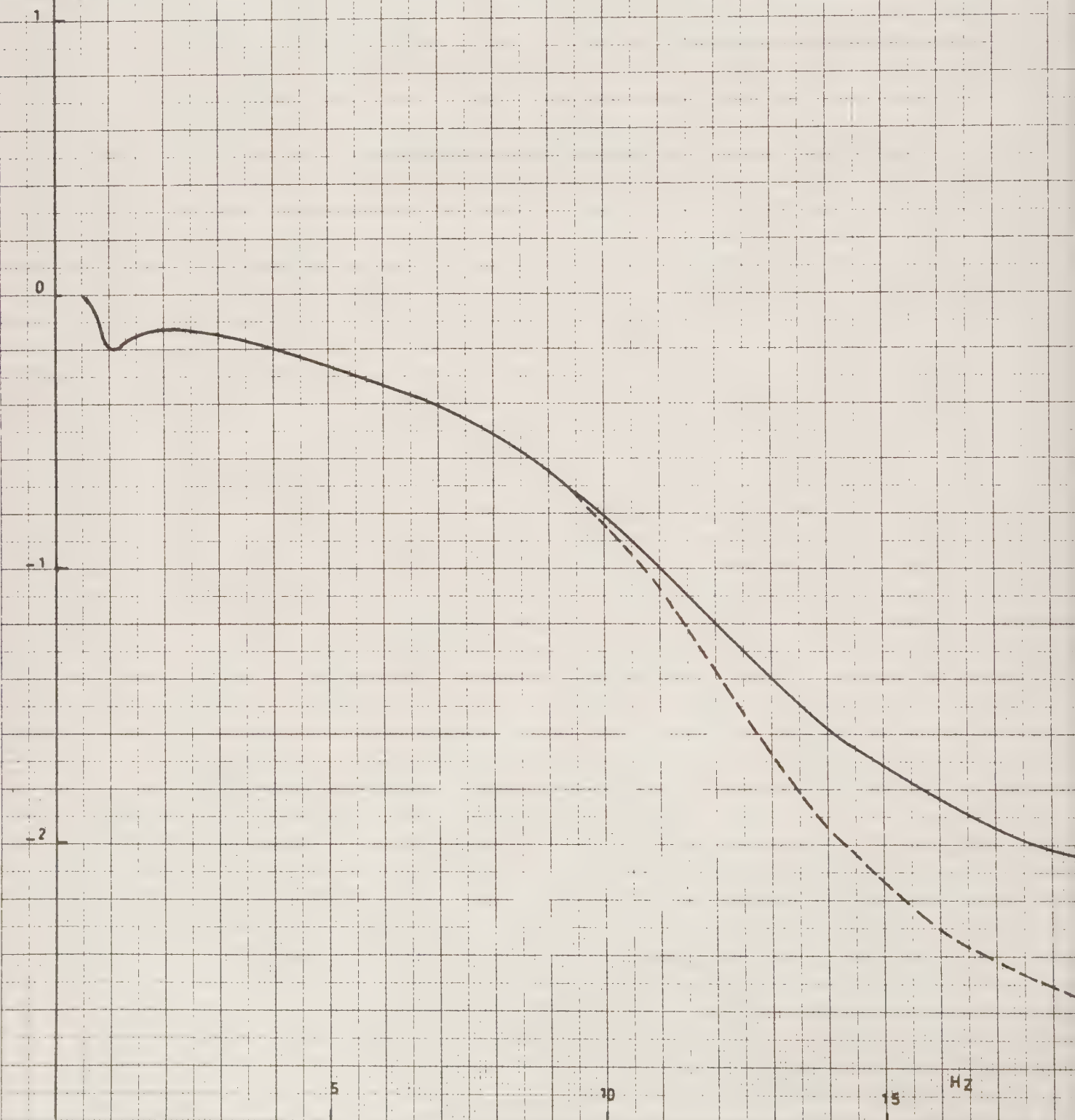


VEHICULE B. ESSIEU AR.

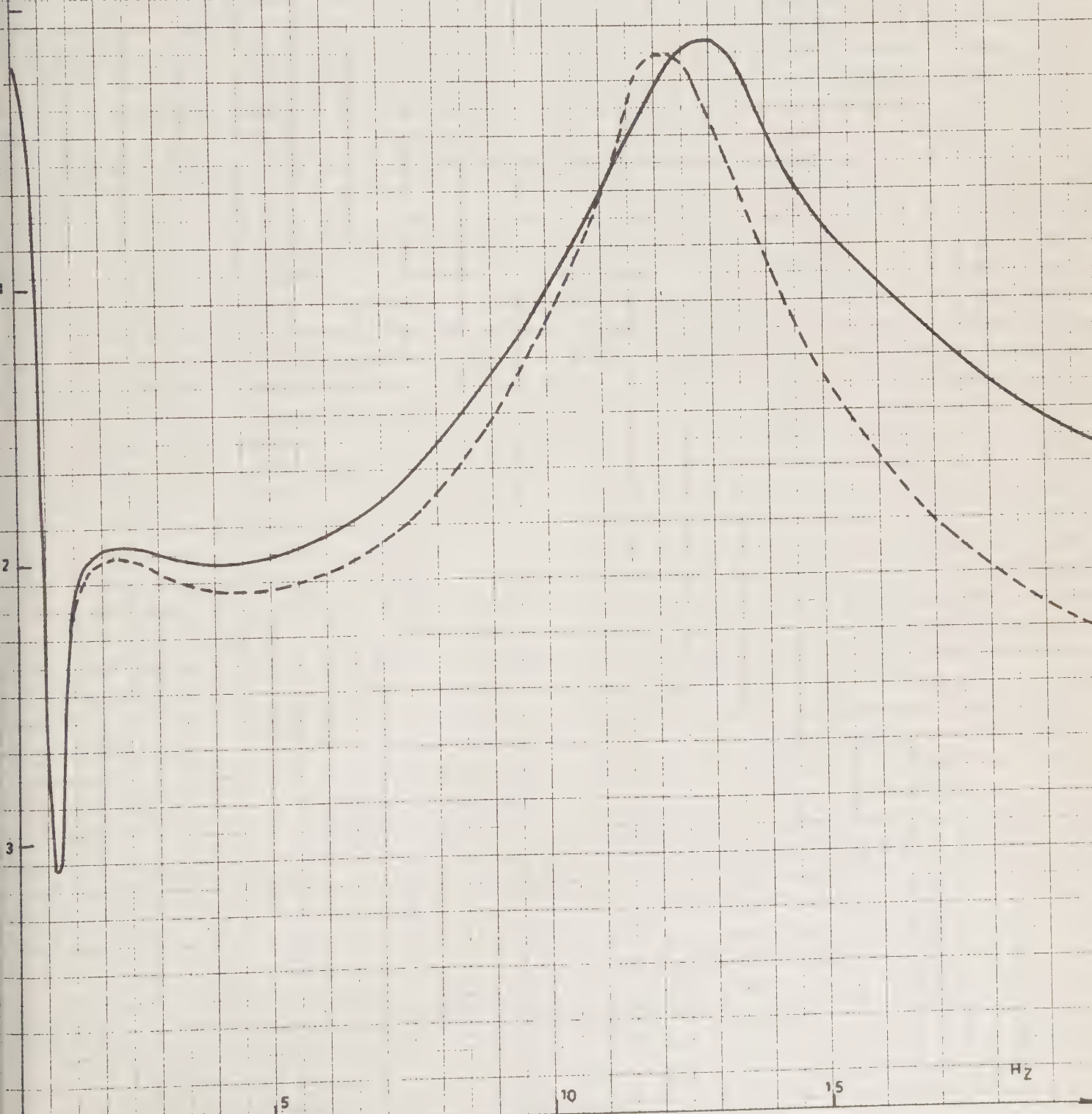
FT. H 21 . PHASE .

MODELE A ET C

" B ET D - - - -



VEHICULE B ESSIEU AR.
FT. H31. PHASE.
MODELE A ET C
 B ET D -----



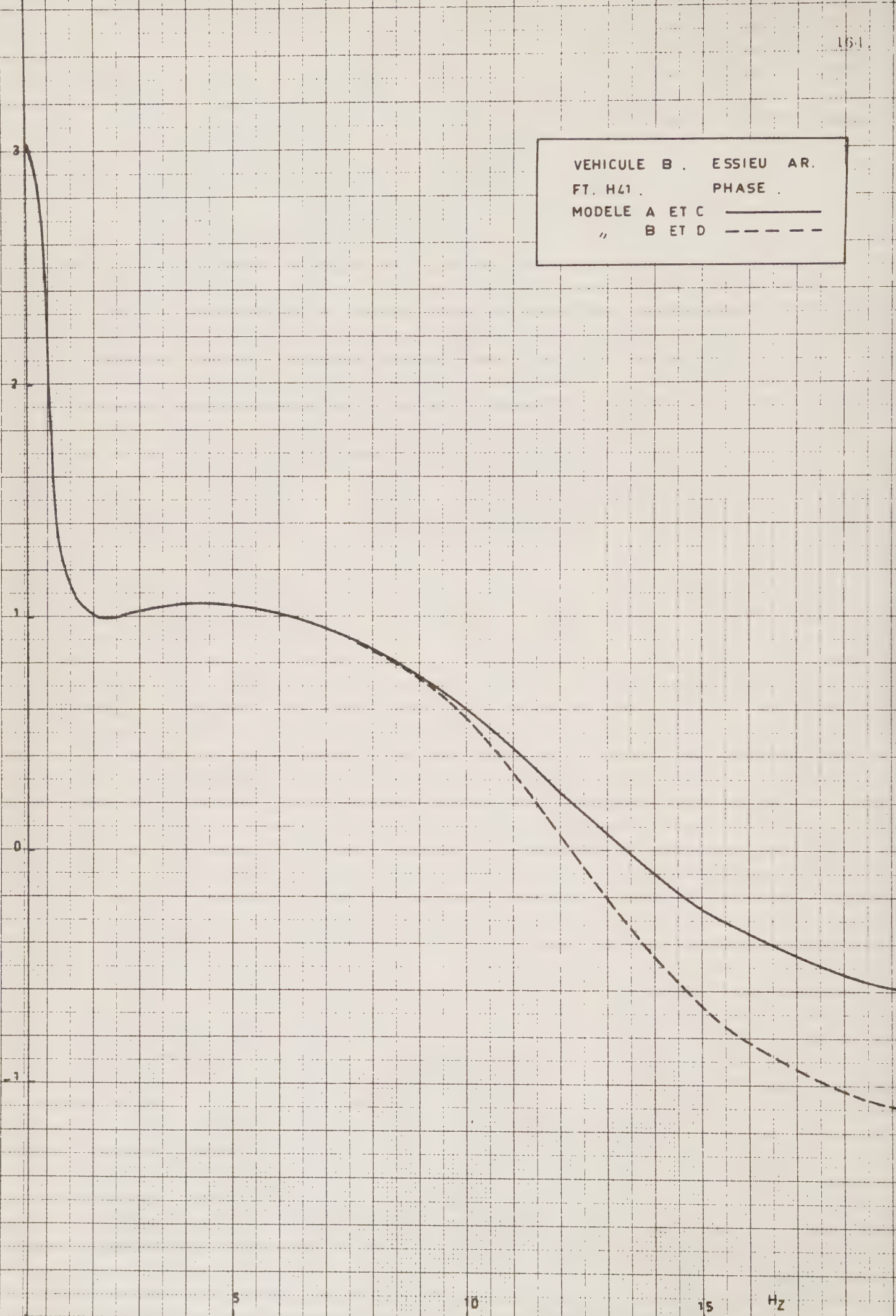


Figure 31-1

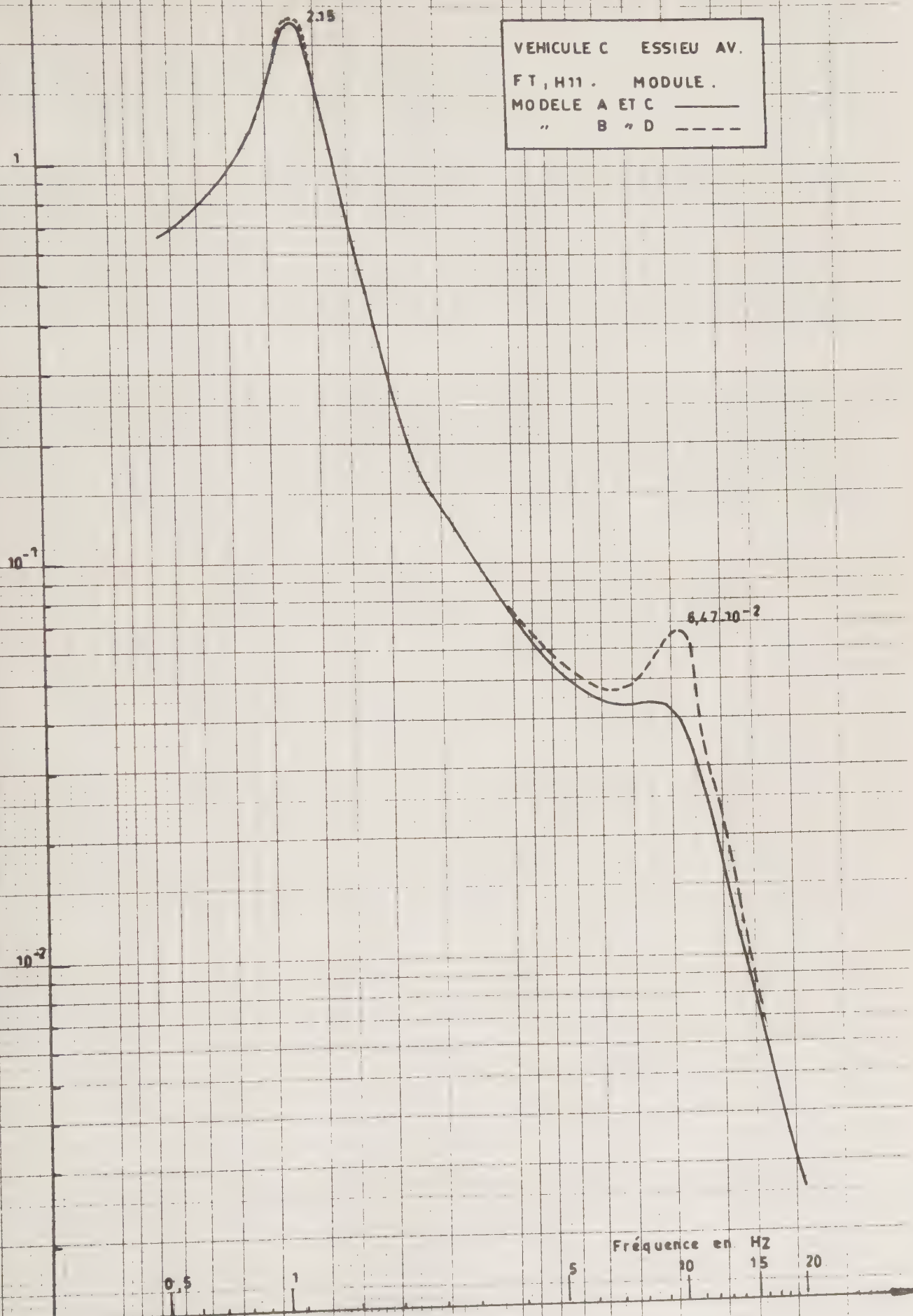


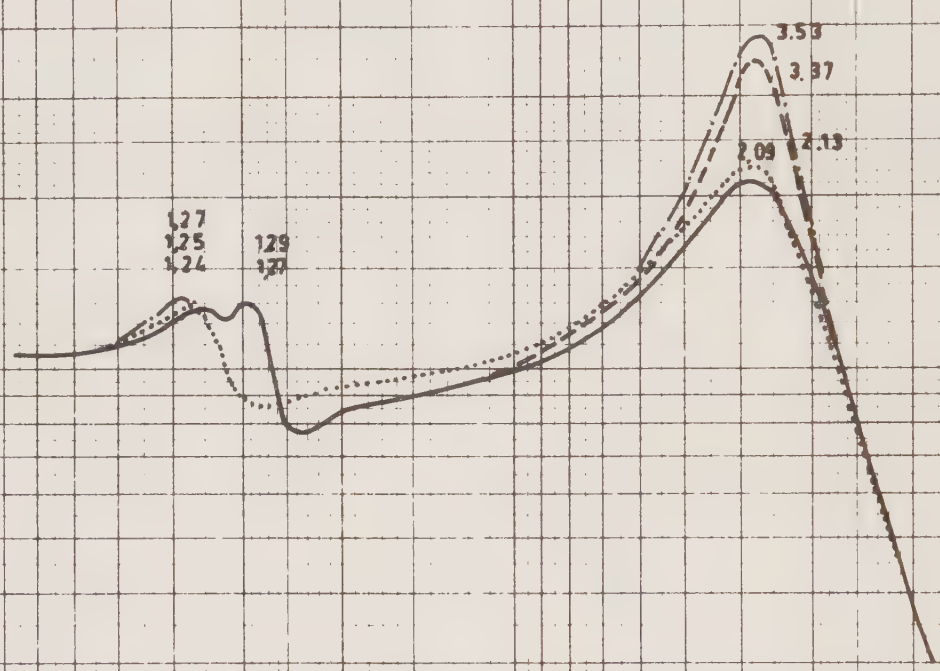
Figure 32-1

VEHICULE C. ESSIEU AV.
FT H 21. MODULE
MODELE A _____
" B _____
" C _____
" D _____

10

1

10⁻¹



Fréquence en HZ

0.5

1

5

10

15

20

Figure 32-2

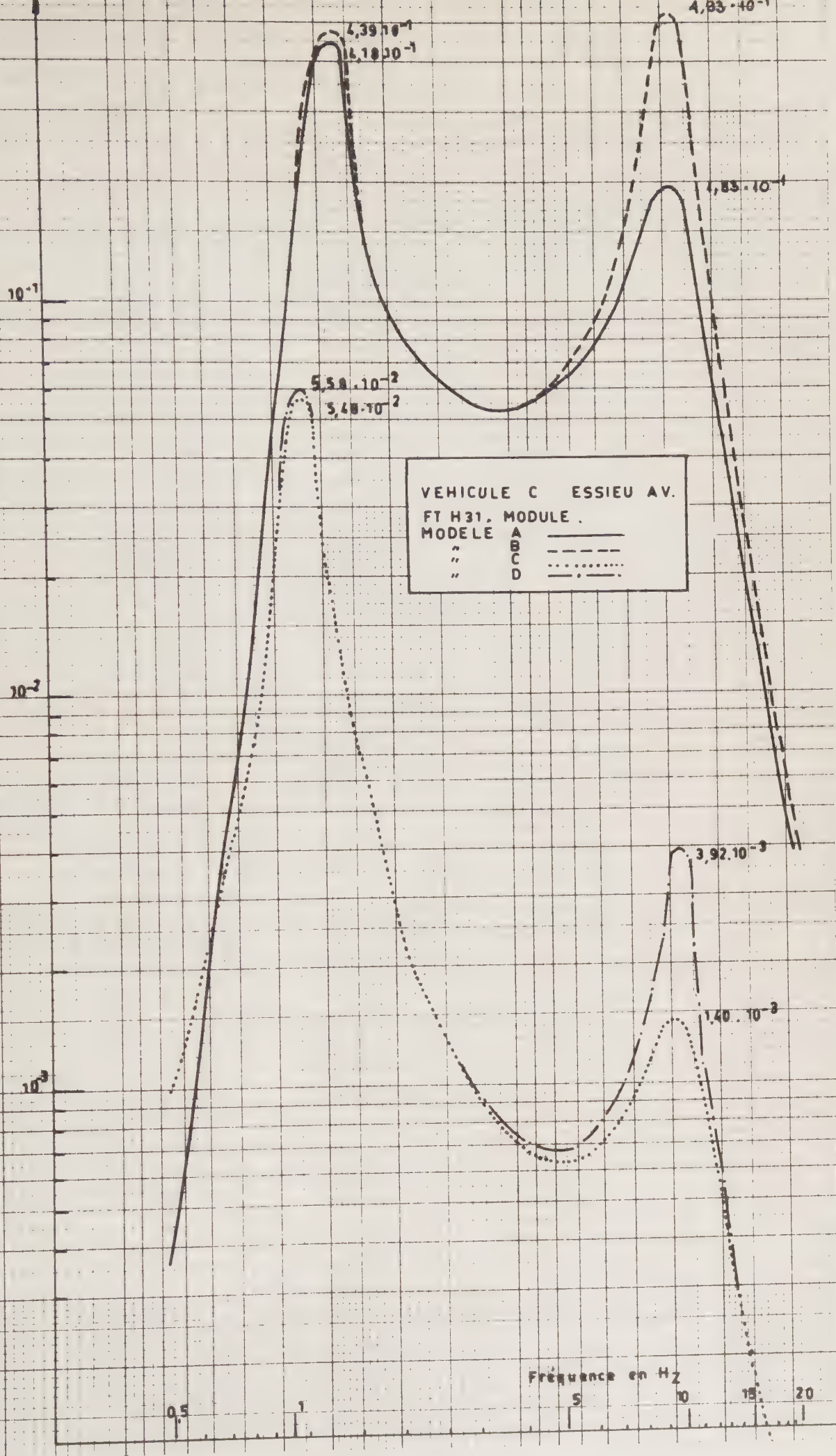


Figure 32-3

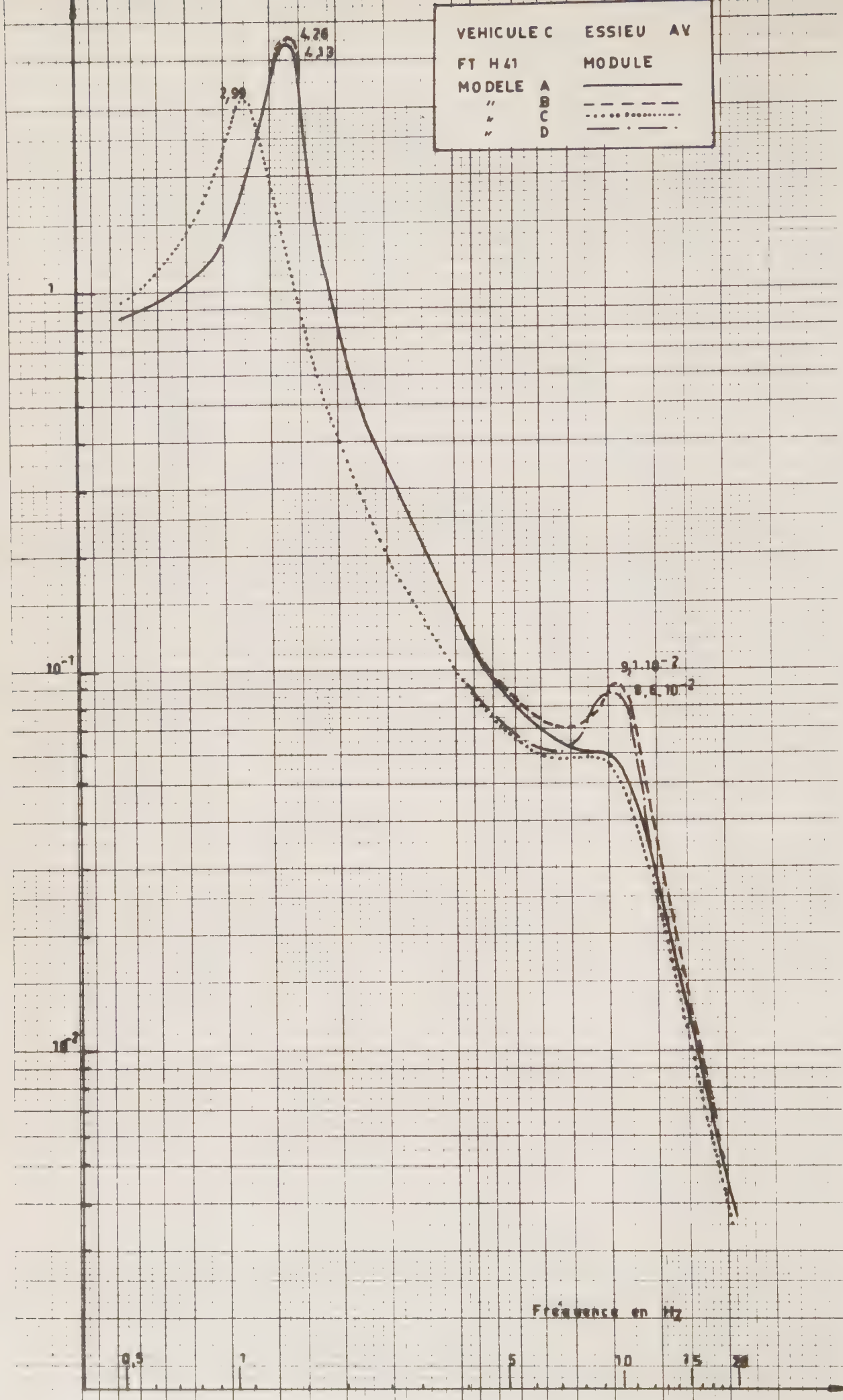
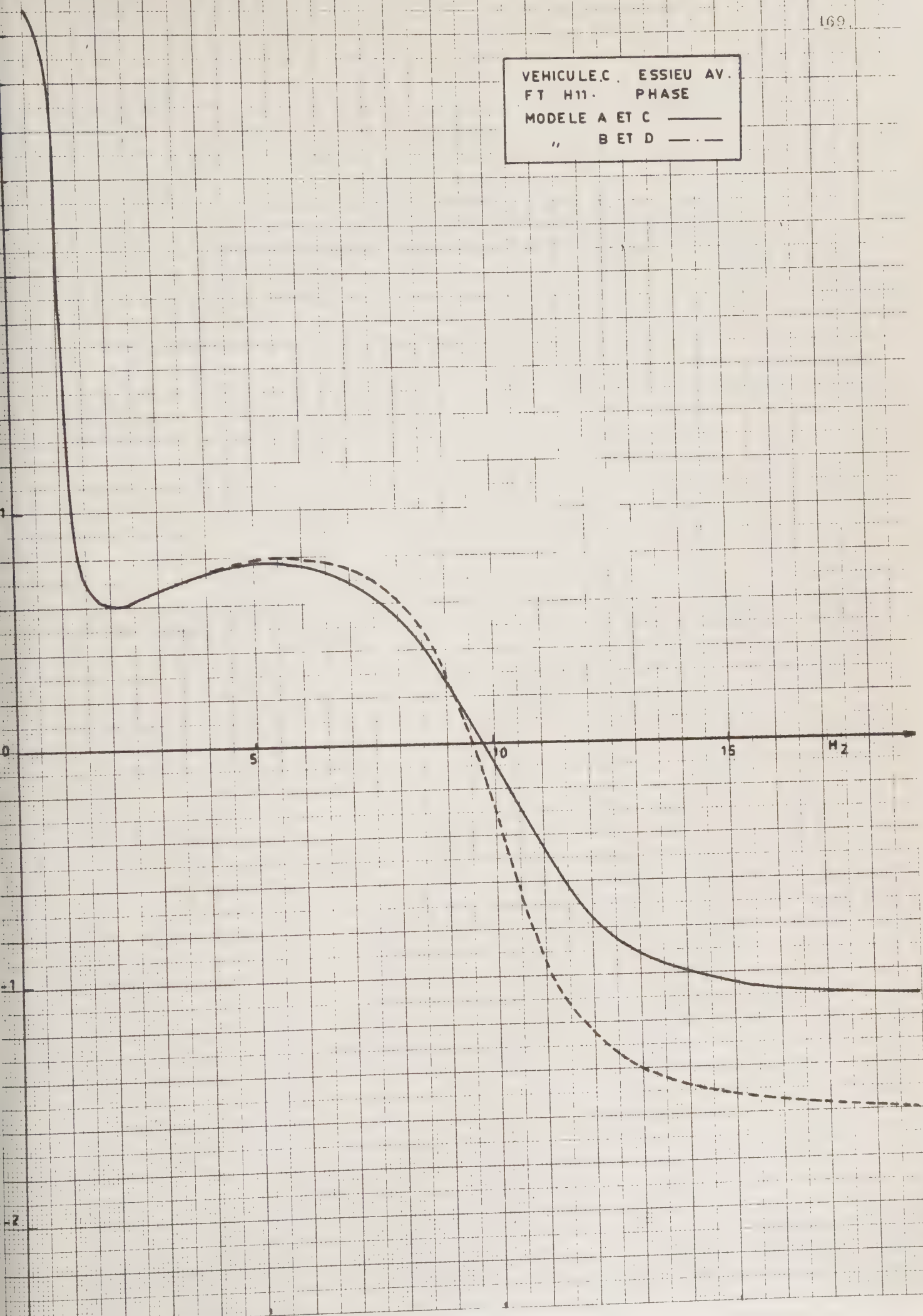


Figure 32-4

VEHICULE C. ESSIEU AV.
FT H11. PHASE
MODELE A ET C ———
" B ET D - - -



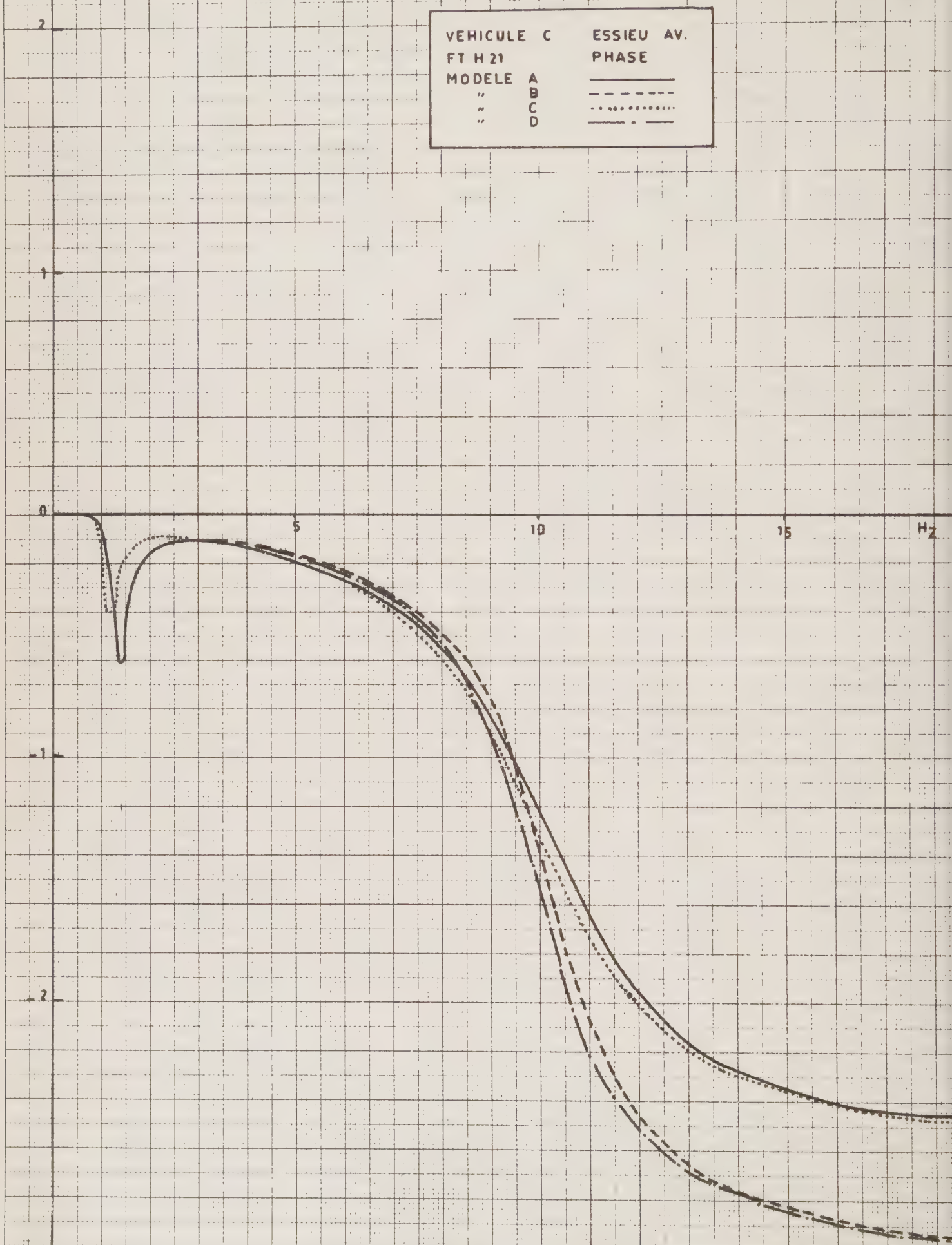
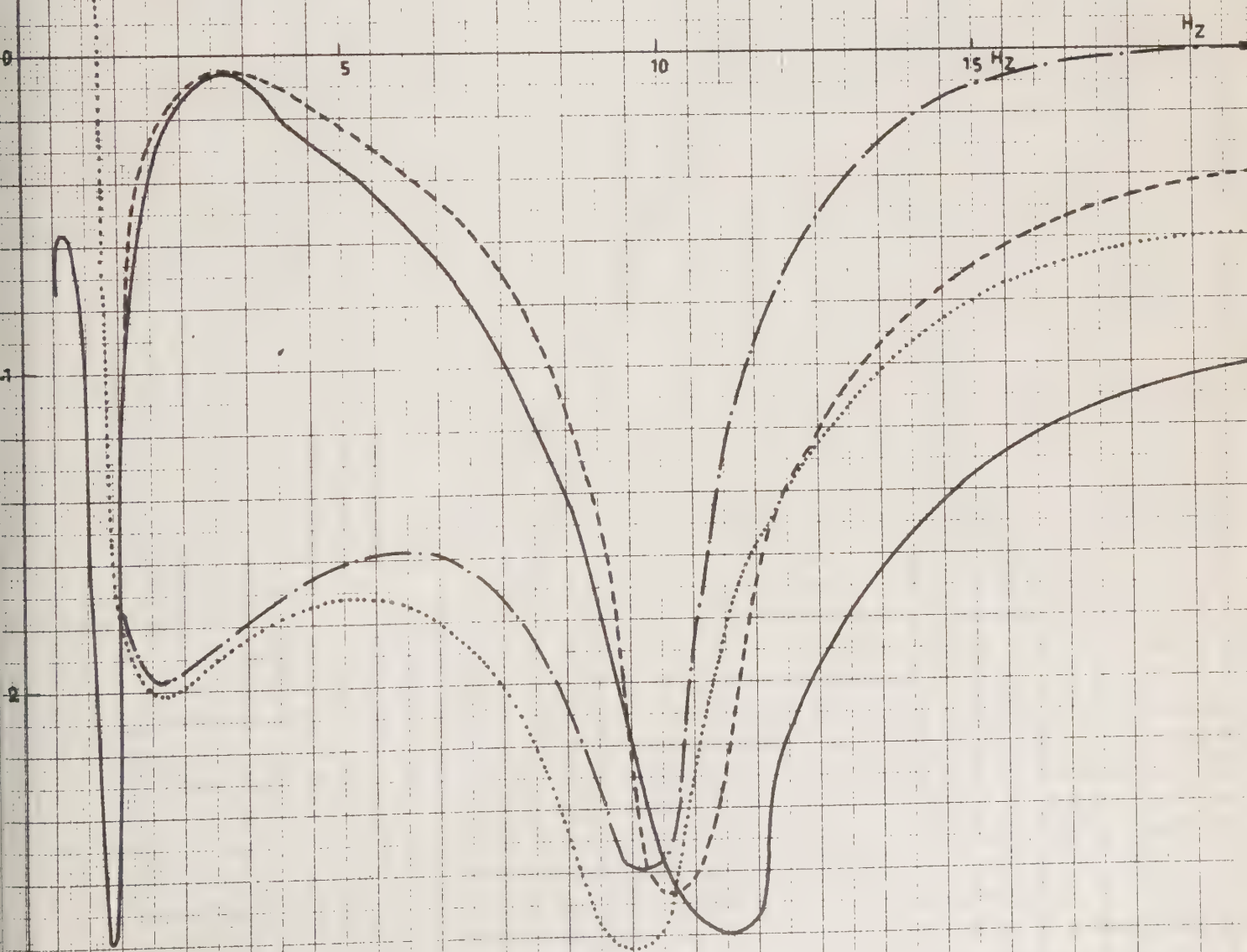


Figure 33-2

VEHICULE C	ESSIEU AV.
FT H 31	PHASE
MODELE A	—
" B	- - -
" C	
" D	— · — · —



VEHICULE C.	FT. H 41.	ESSEU	AV.
		PHASE	
MODELE	A	—	
"	B	---	
"	C		
"	D	- - -	

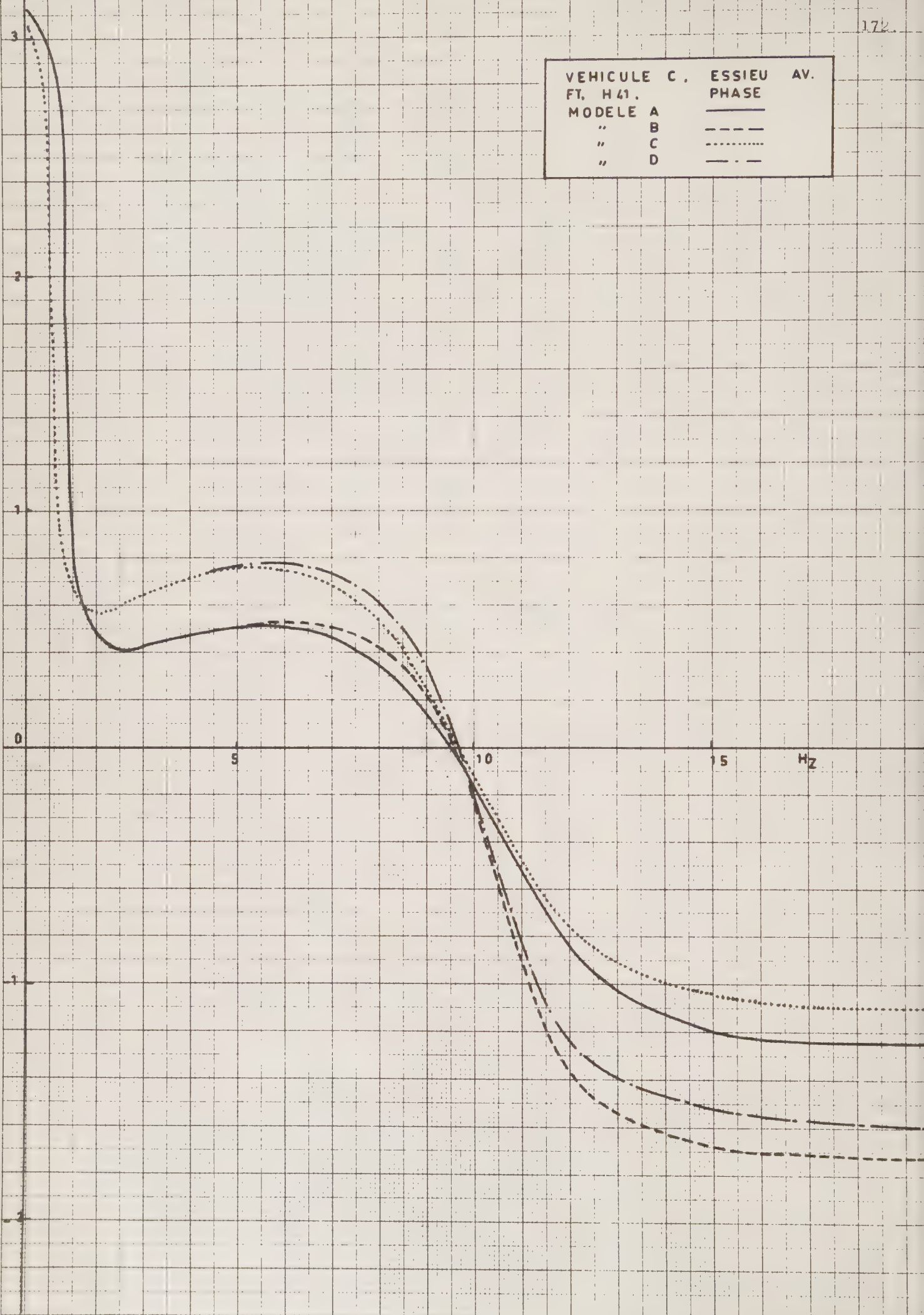


Figure 33-1

VEHICULE C	ESSIEU AR.
FT H 11	MODULE
MODELE A ET C	—
" B ET D	- - -

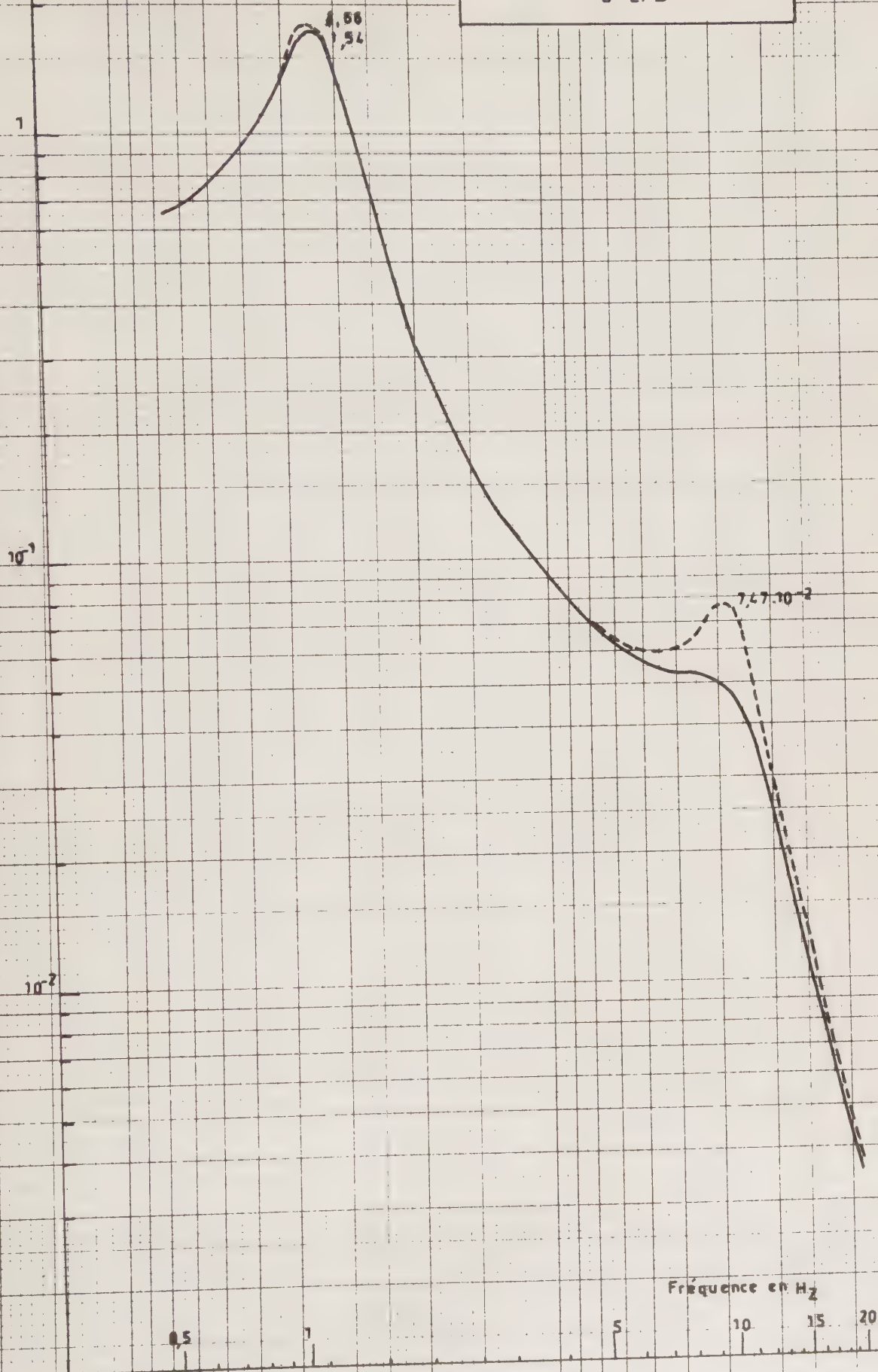


Figure 34-1

VEHICULE C ESSIEU AR.
FT. H 21. MODULE

MODELE A ET C ———

" B - - - - -

" D - . - - -

10

1

 10^{-1}

Fréquence en Hz

0.5

1

5

10

15

20

Figure 34-2

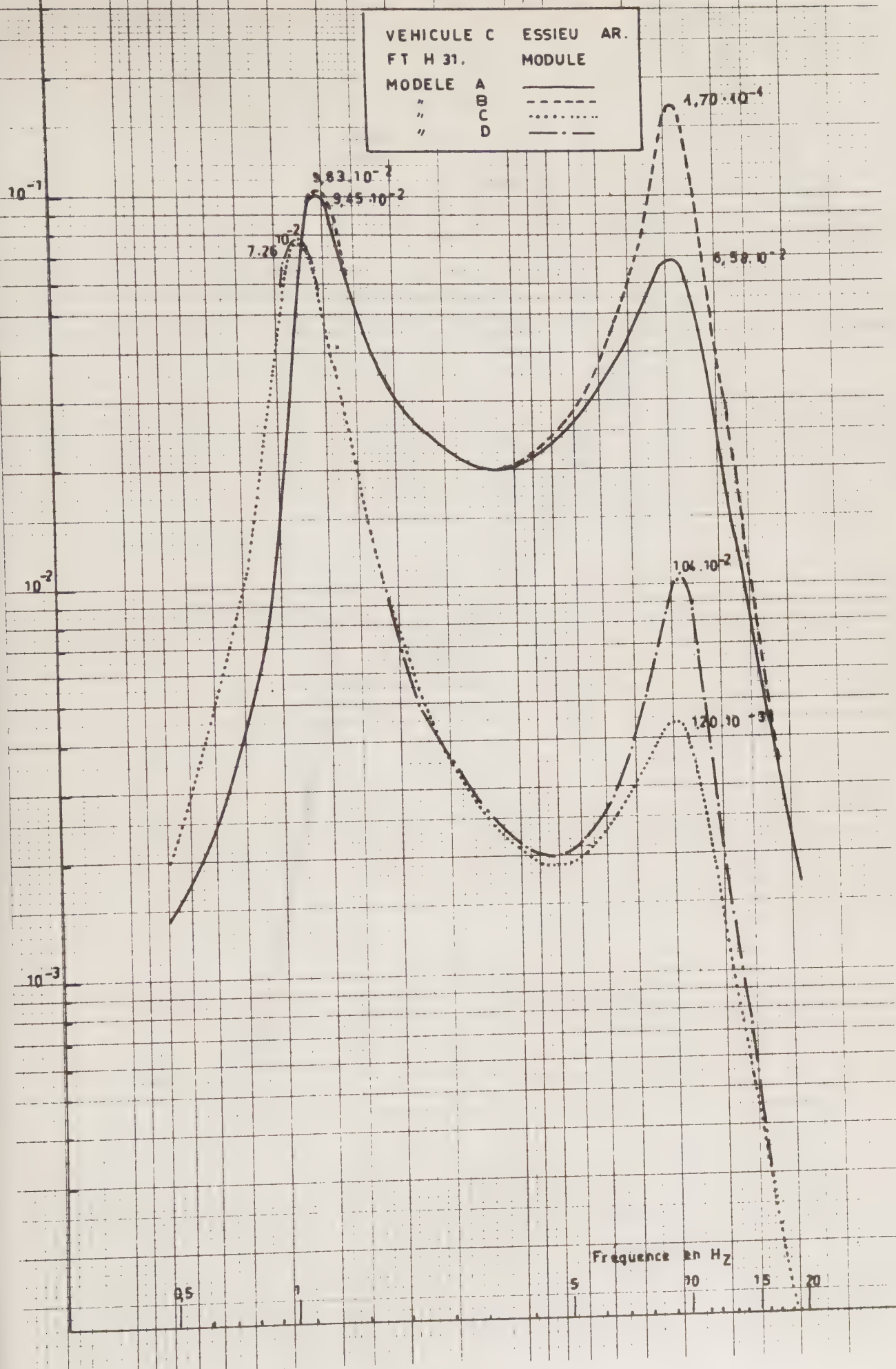


Figure 34-3

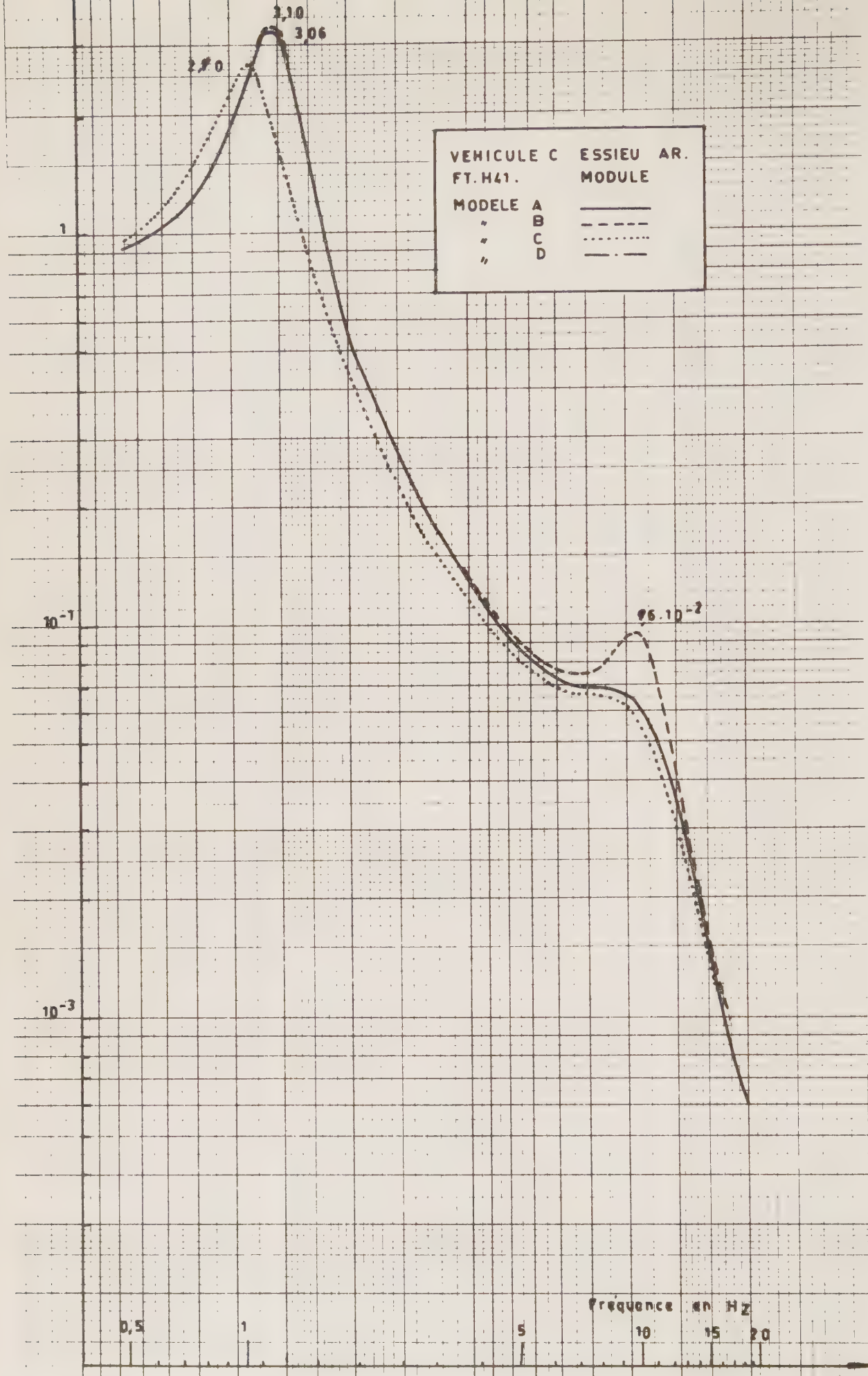


Figure 34-4

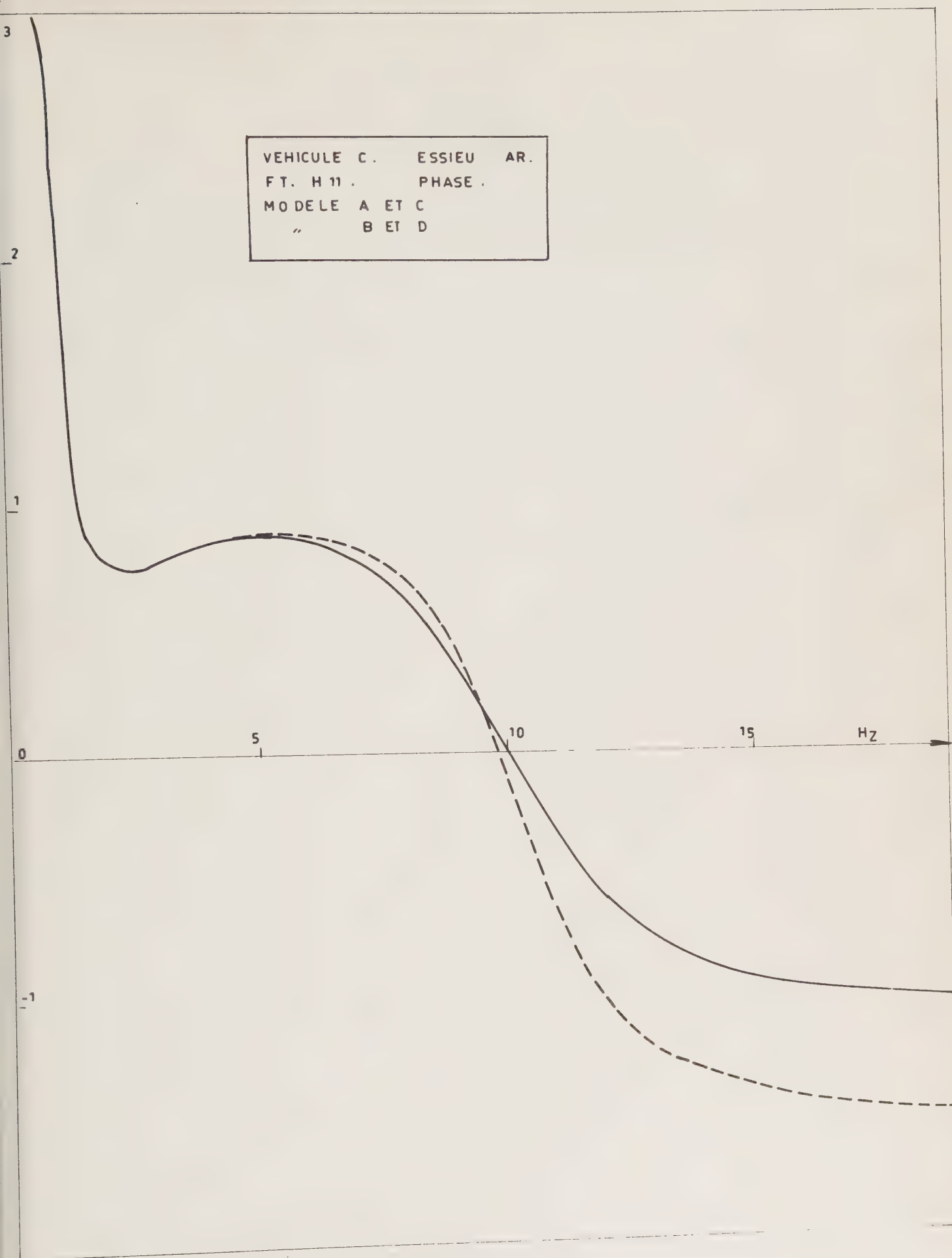


Figure 35-1

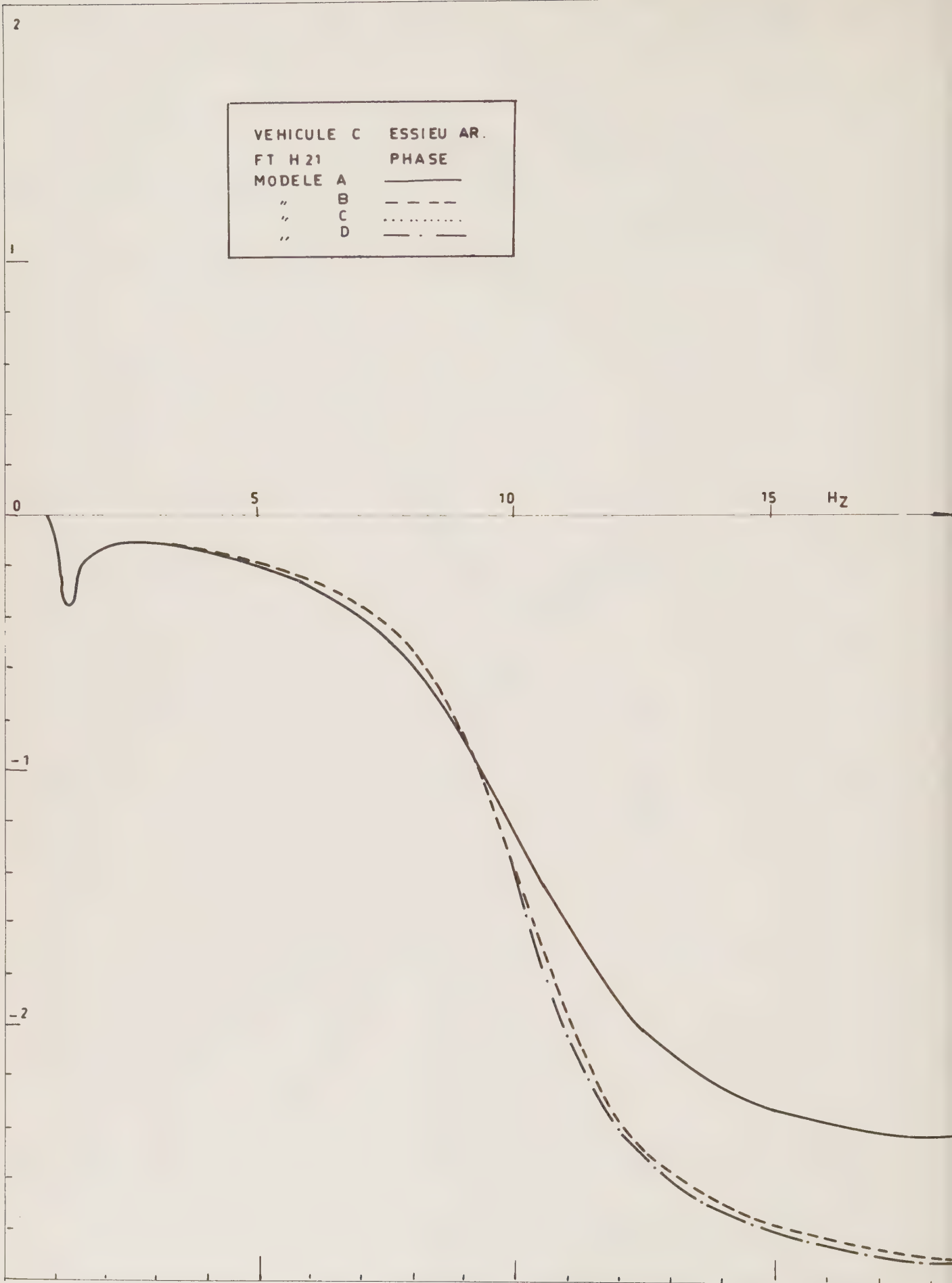
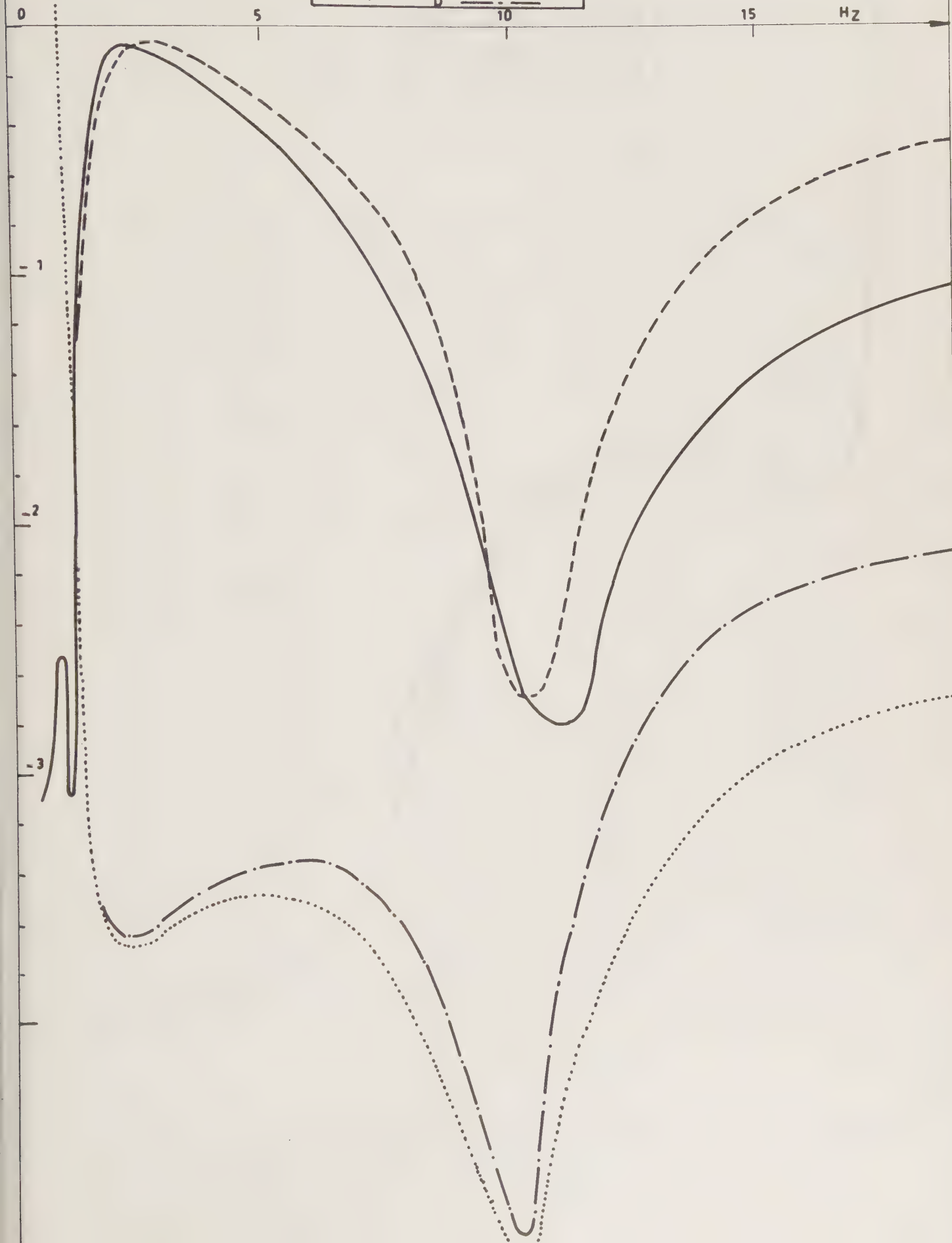


Figure 35-2

VEHICULE C		ESSIEU AR.
FT H31		PHASE
MODELE	A	_____
"	B	-----
"	C	
"	D	_____



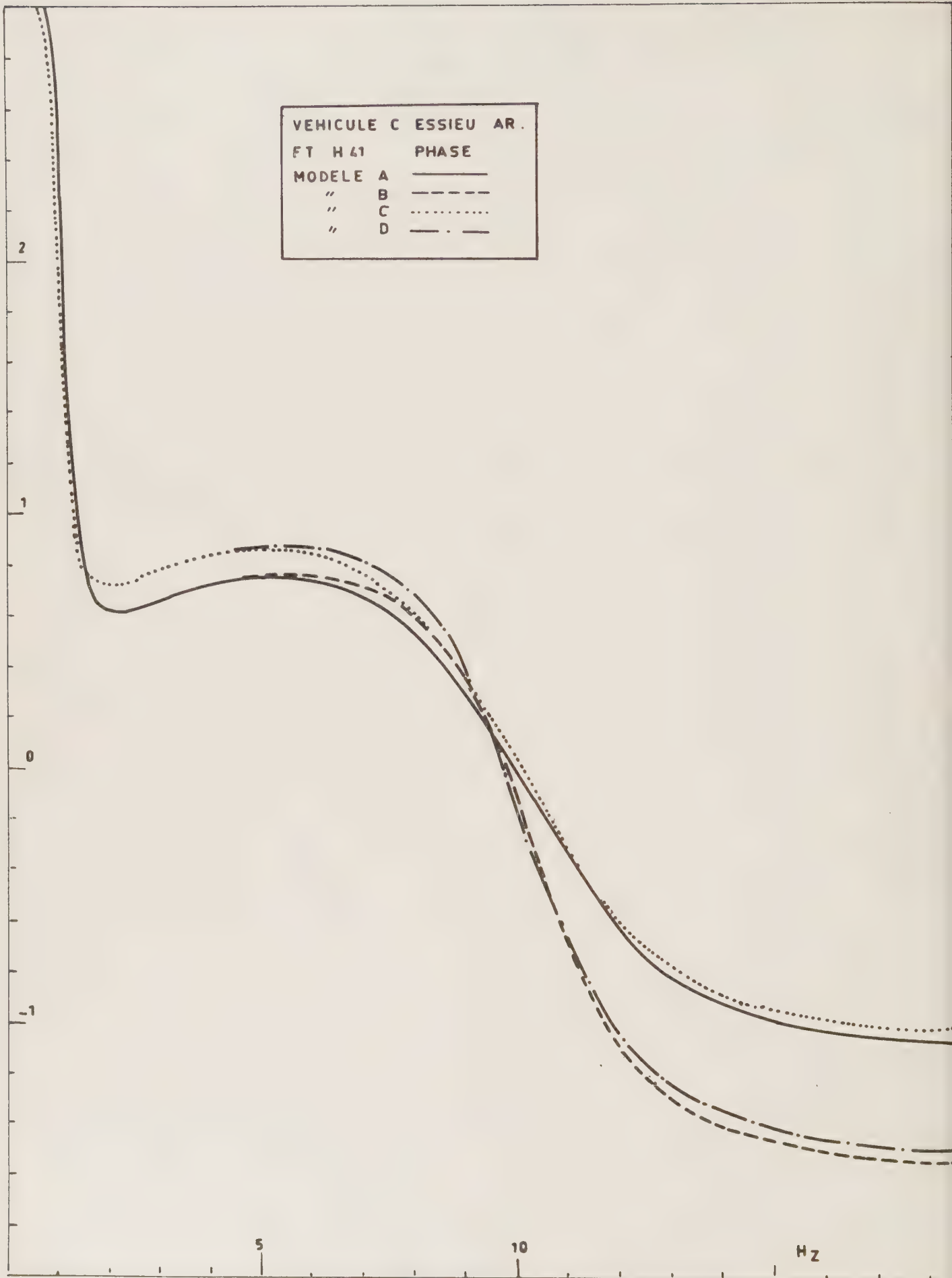
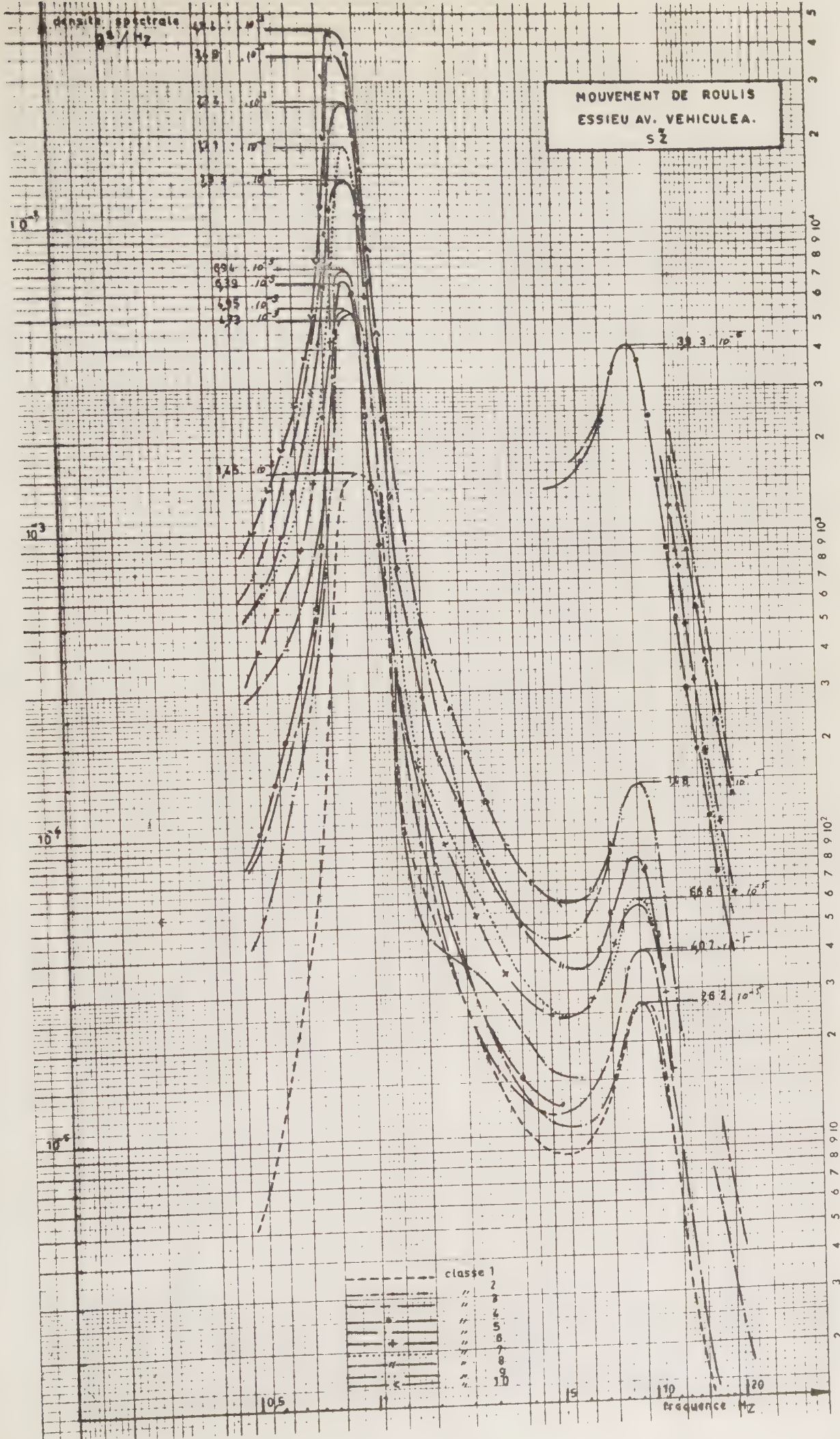


Figure 35-4

CLASSE DE ROUTE 2

F	SZ	ST	SZ (ACC.)	ST (ACC.)
0.5	4117E 00	6954E 00	4010E 02	6774E 02
0.6	3468E 00	5365E 00	7004E 02	1084E 03
0.7	3341E 00	4575E 00	1250E 03	1712E 03
0.8	3707E 00	4282E 00	2367E 03	2733E 03
0.9	4827E 00	4412E 00	4936E 03	4512E 03
1.0	7211E 00	5083E 00	1124E 04	7922E 03
1.1	8520E 00	6750E 00	1944E 04	1540E 04
1.2	4371E 00	1083E 01	1412E 04	3500E 04
1.3	1674E 00	1997E 01	7452E 03	8888E 04
1.4	7184E=01	1873E 01	4301E 03	1121E 05
1.5	3531E=01	6770E 00	2786E 03	5342E 04
1.6	1926E=01	2538E 00	1968E 03	2593E 04
1.7	1136E=01	1149E 00	1479E 03	1495E 04
1.8	7114E=02	5969E=01	1164E 03	9765E 03
1.9	4670E=02	3415E=01	9486E 02	6937E 03
2.0	3186E=02	2096E=01	7944E 02	5228E 03
3.0	1697E=03	6937E=03	2142E 02	8757E 02
4.0	3798E=04	1245E=03	1515E 02	4967E 02
5.0	1423E=04	3966E=04	1386E 02	3863E 02
6.0	7348E=05	1796E=04	1484E 02	3628E 02
7.0	4768E=05	1046E=04	1784E 02	3915E 02
8.0	3623E=05	7347E=05	2313E 02	4690E 02
9.0	2860E=05	5694E=05	2925E 02	5822E 02
10.0	1869E=05	4043E=05	2913E 02	6301E 02
11.0	8906E=06	2136E=05	2032E 02	4875E 02
12.0	3660E=06	8985E=06	1183E 02	2904E 02
13.0	1536E=06	3675E=06	6839E 01	1636E 02
14.0	6950E=07	1603E=06	4161E 01	9595E 01
15.0	3398E=07	7571E=07	2681E 01	5974E 01
16.0	1778E=07	3848E=07	1816E 01	3930E 01
17.0	9852E=08	2081E=07	1282E 01	2709E 01
18.0	5730E=08	1186E=07	9375E 00	1941E 01
19.0	3473E=08	7068E=08	7053E 00	1436E 01
20.0	2180E=08	4373E=08	5436E 00	1091E 01



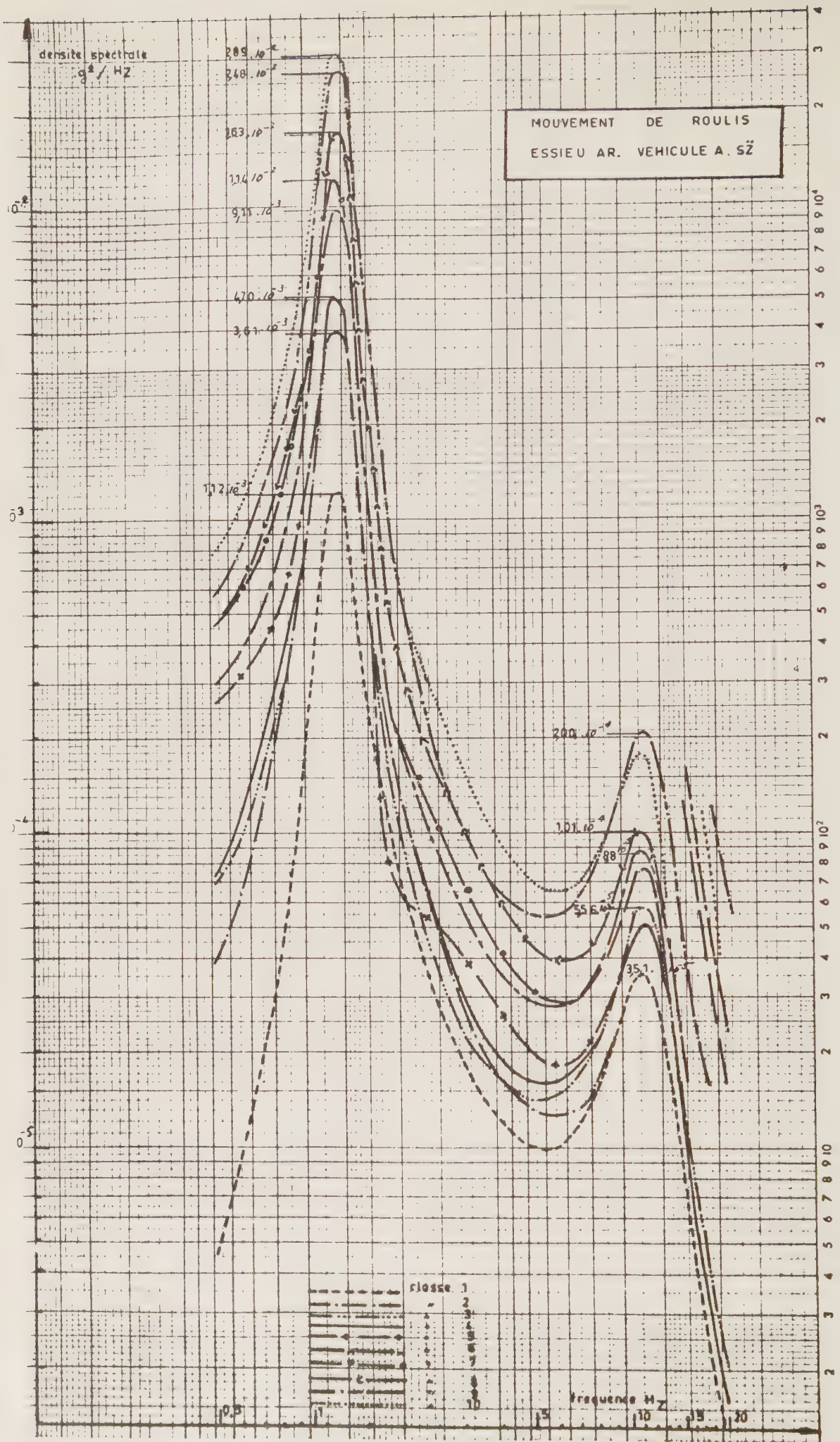


Fig. 37

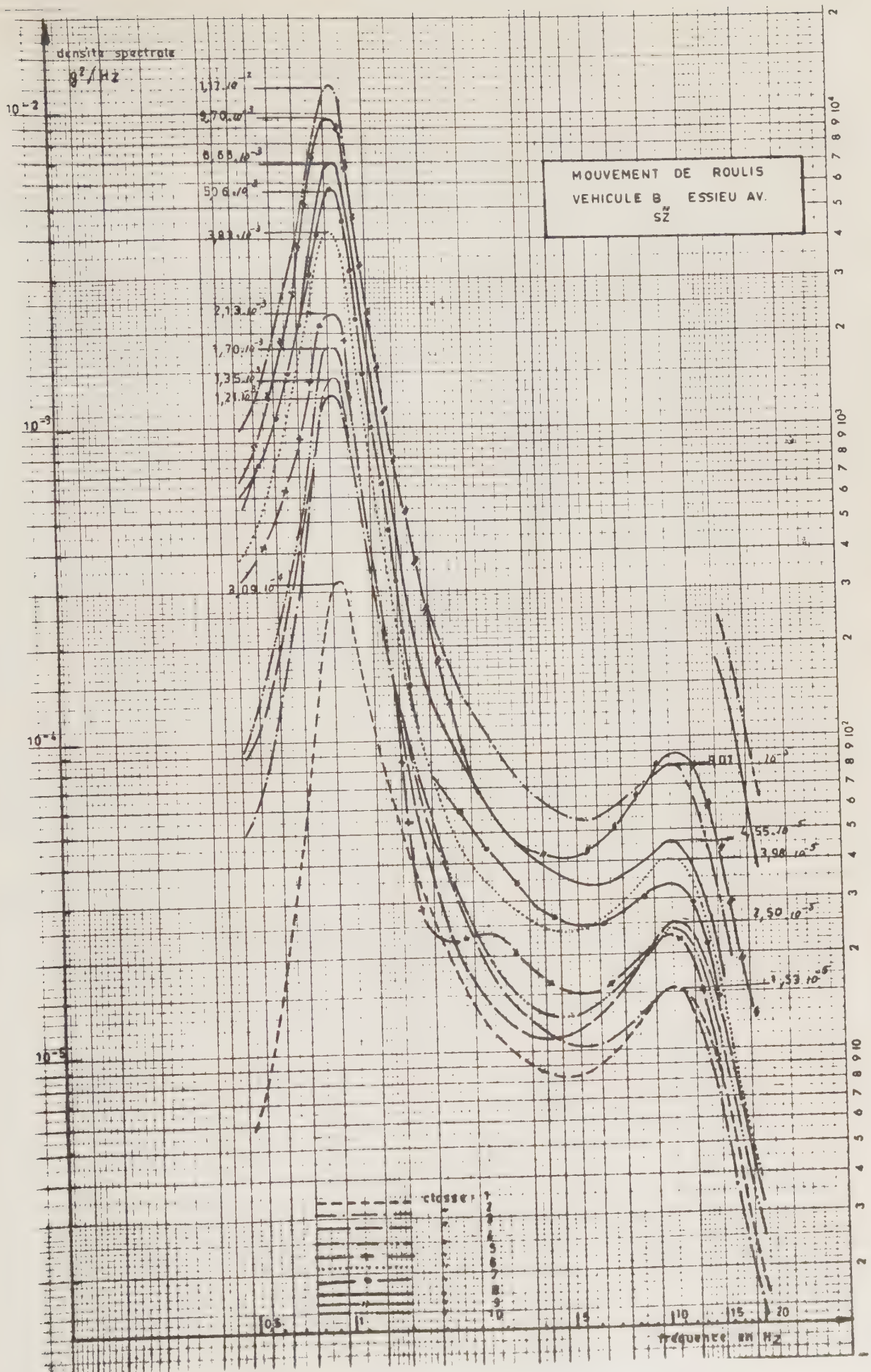


Fig. 38

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE Ø ESSIEU AR. S².

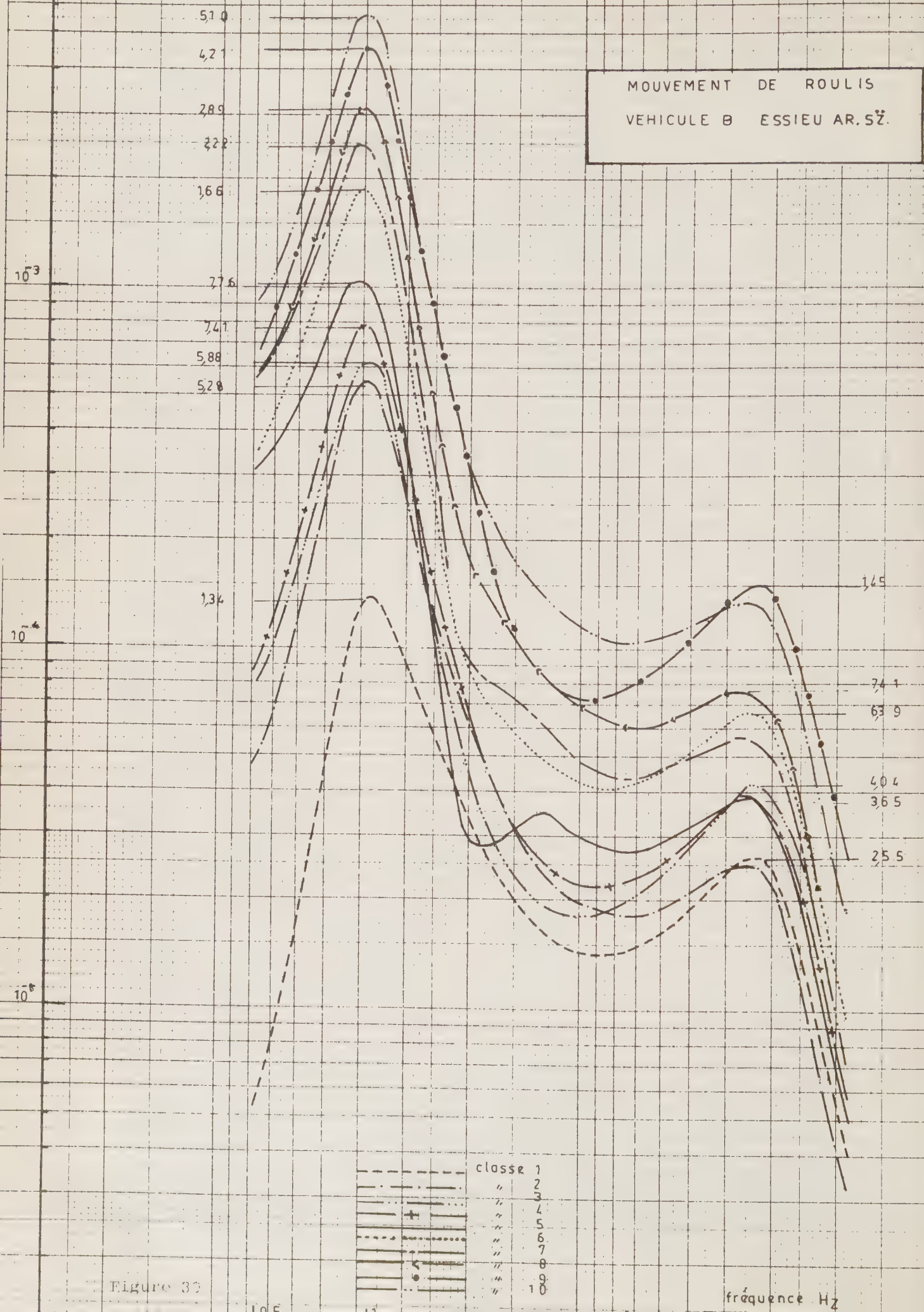
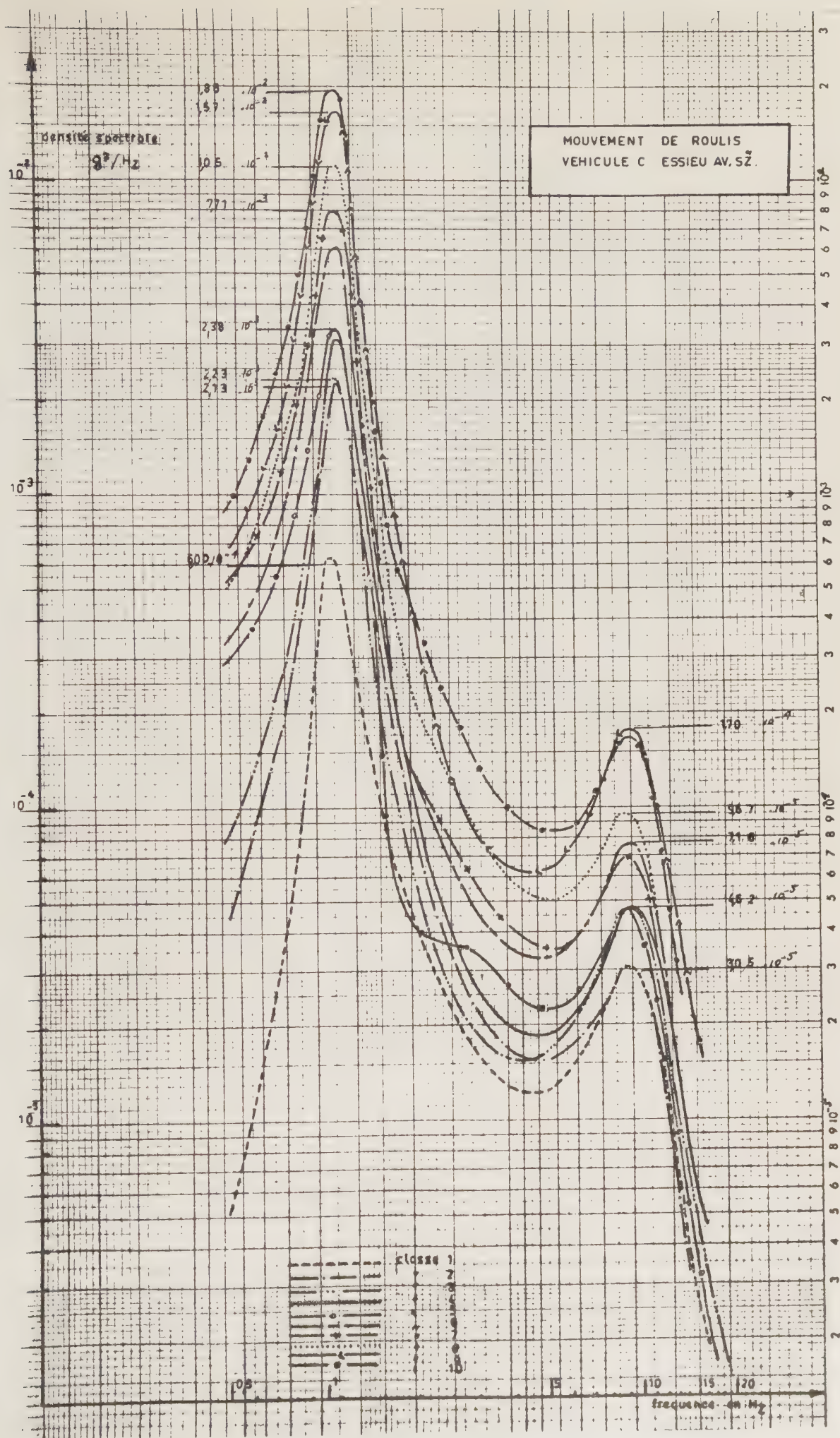


Figure 35

fréquence Hz



MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE C ESSIEU AR.SZ

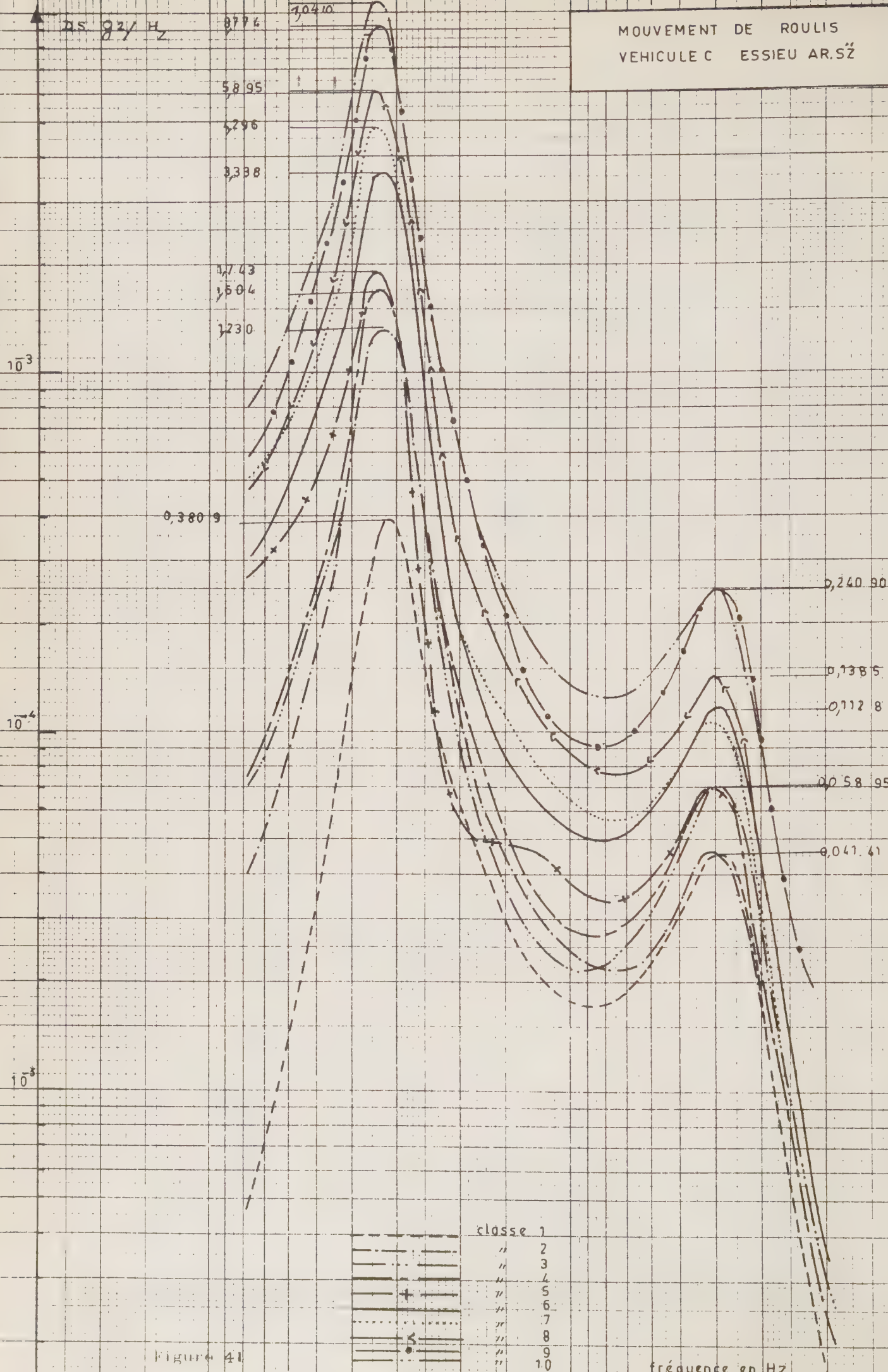
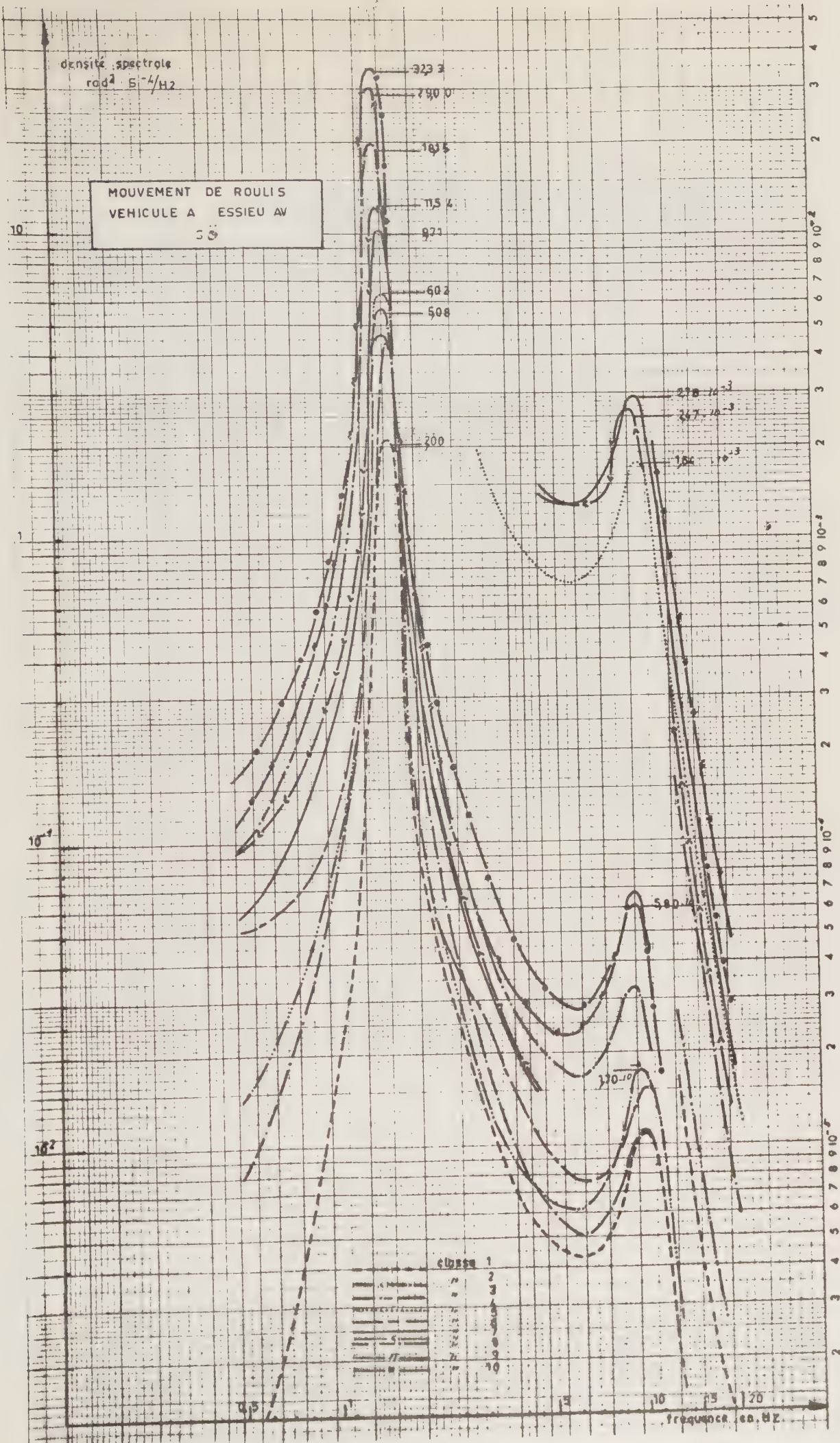


Figure 41



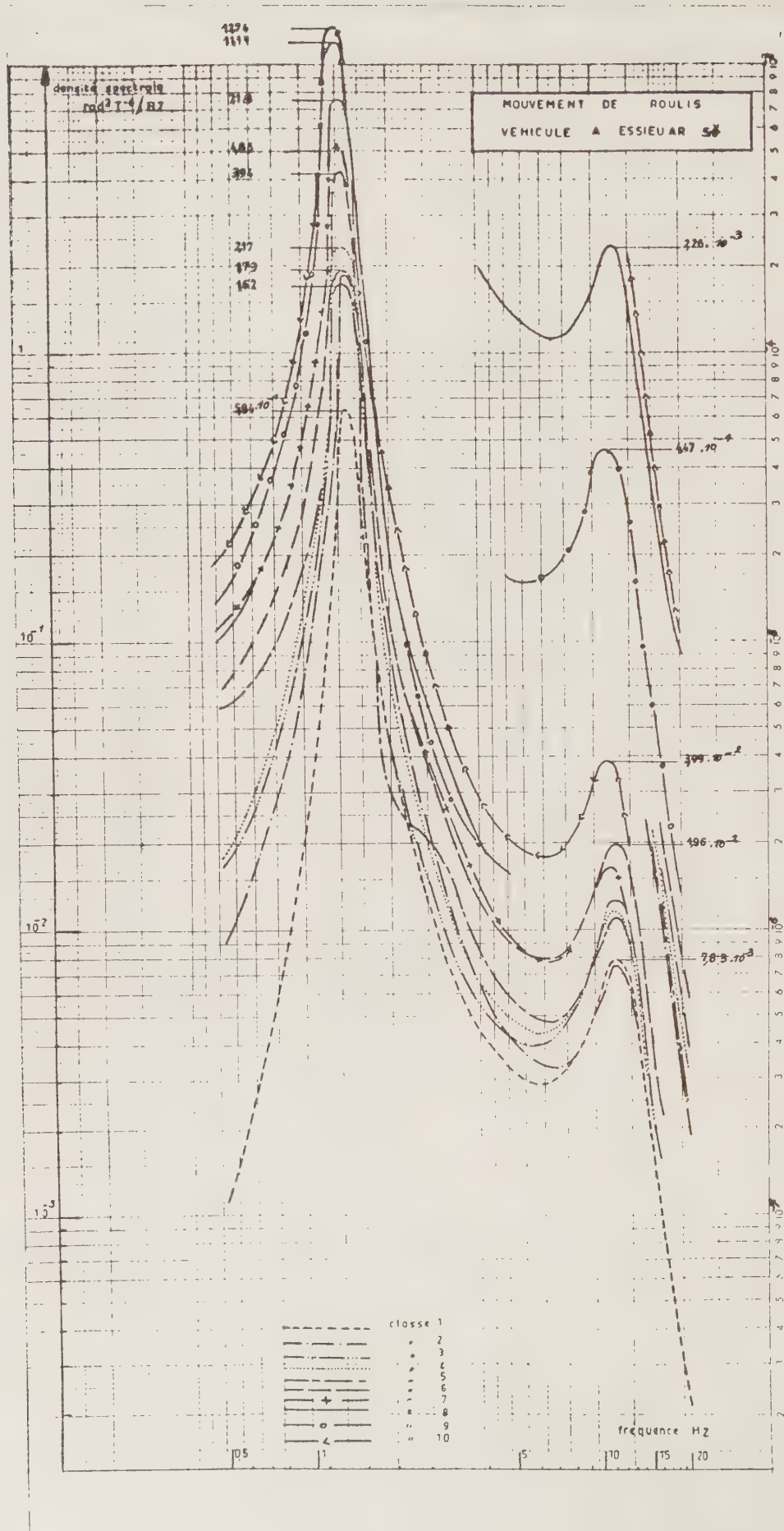
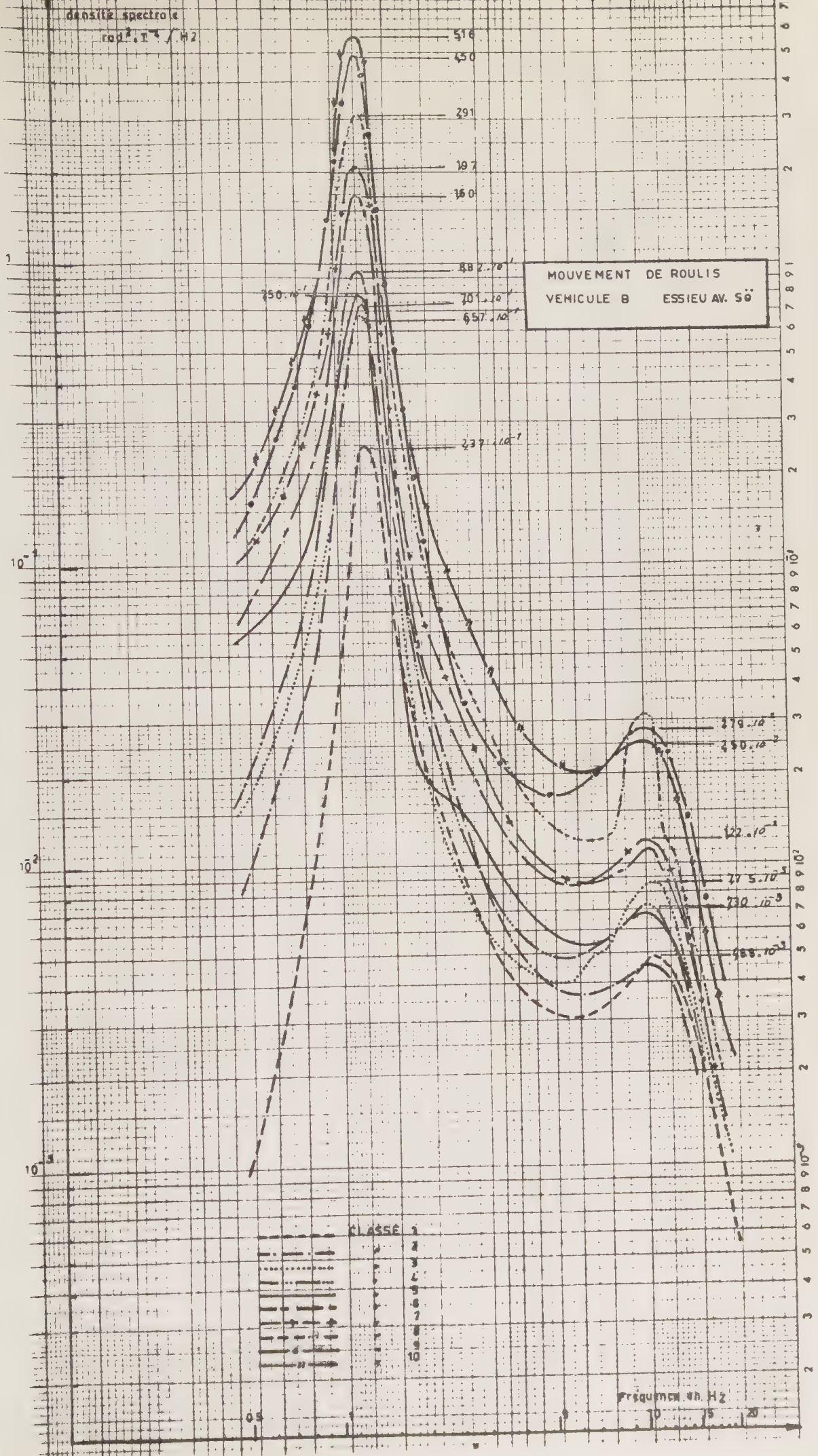


Fig. 43



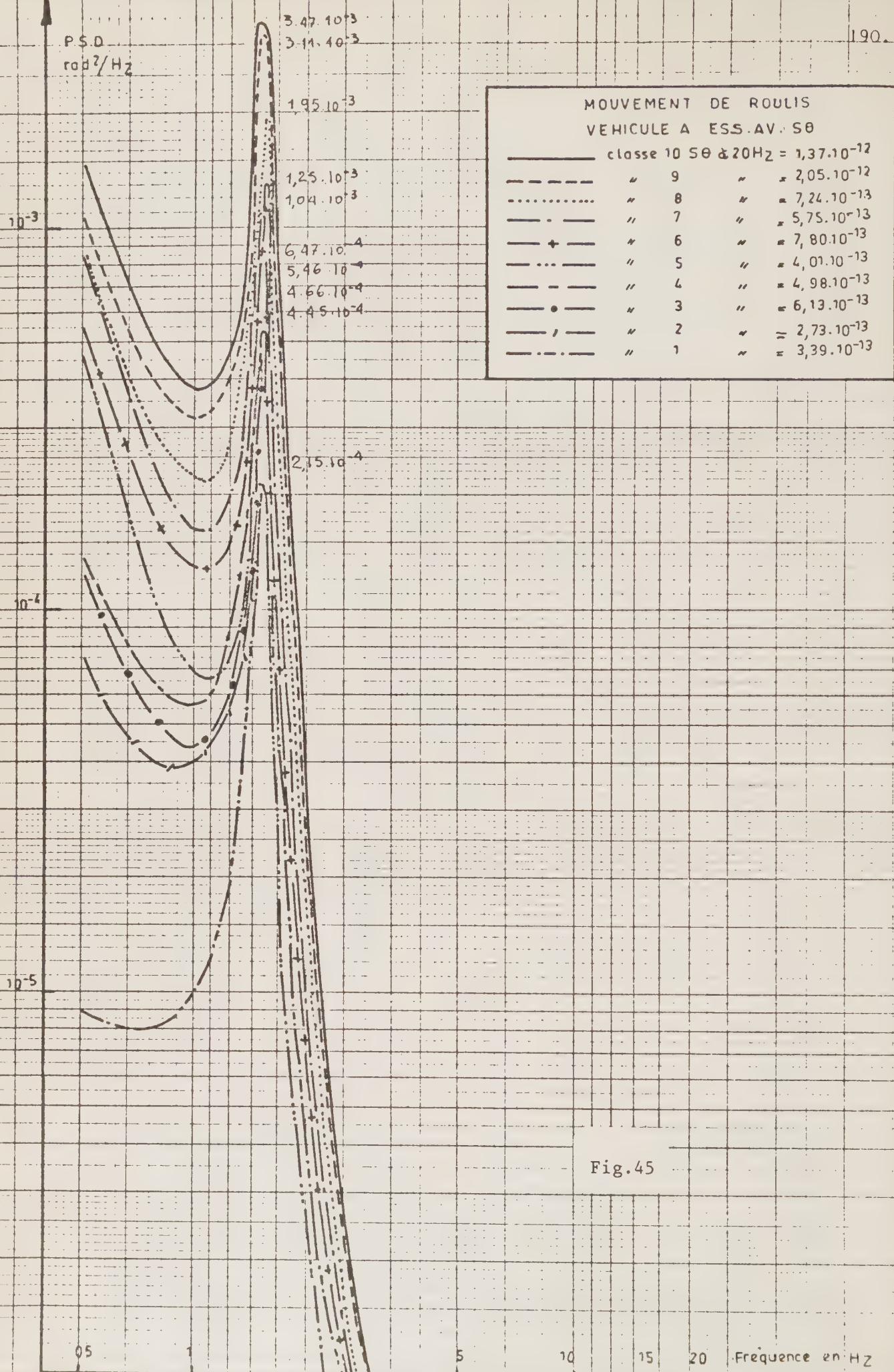


Fig.45

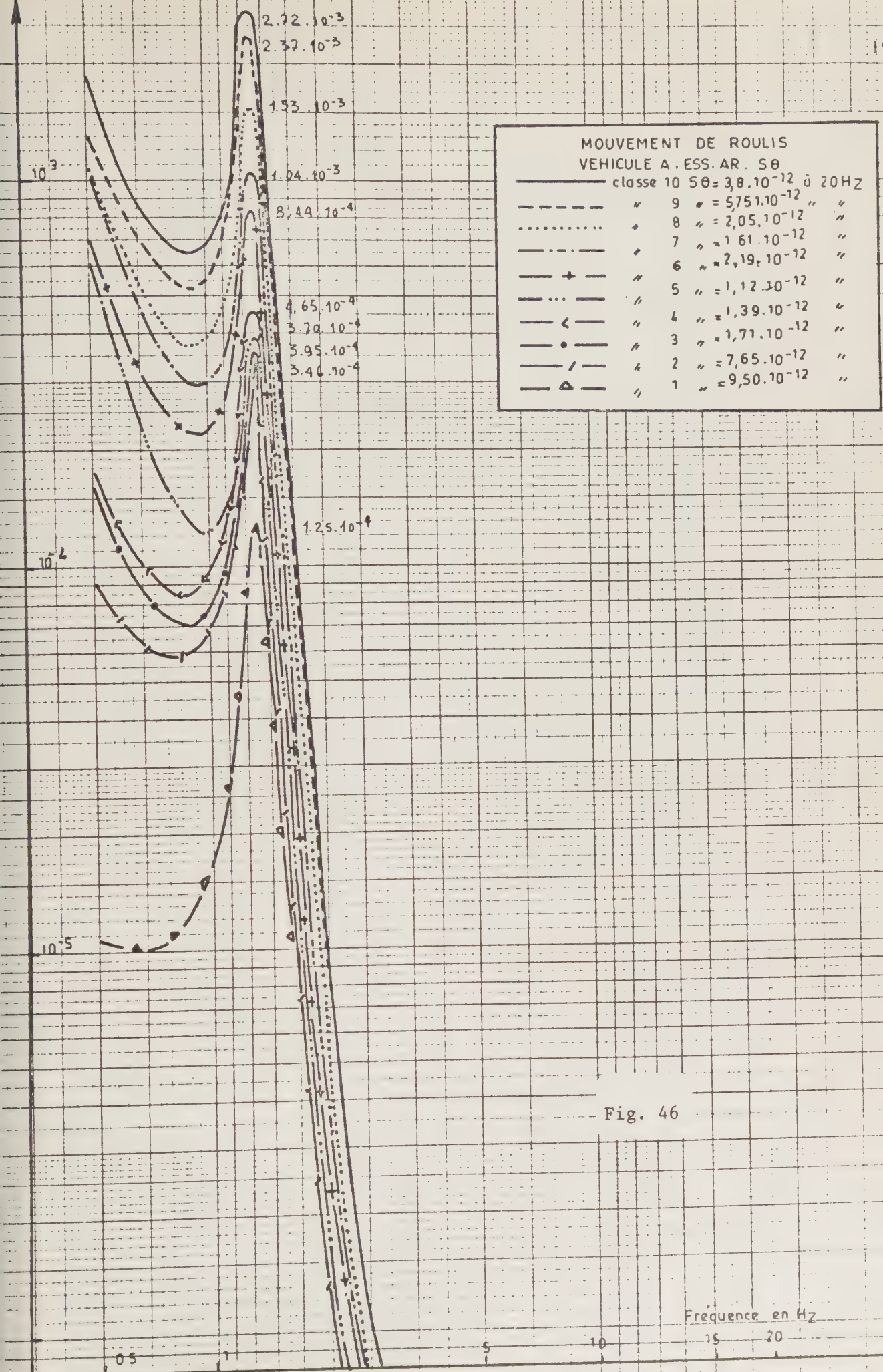
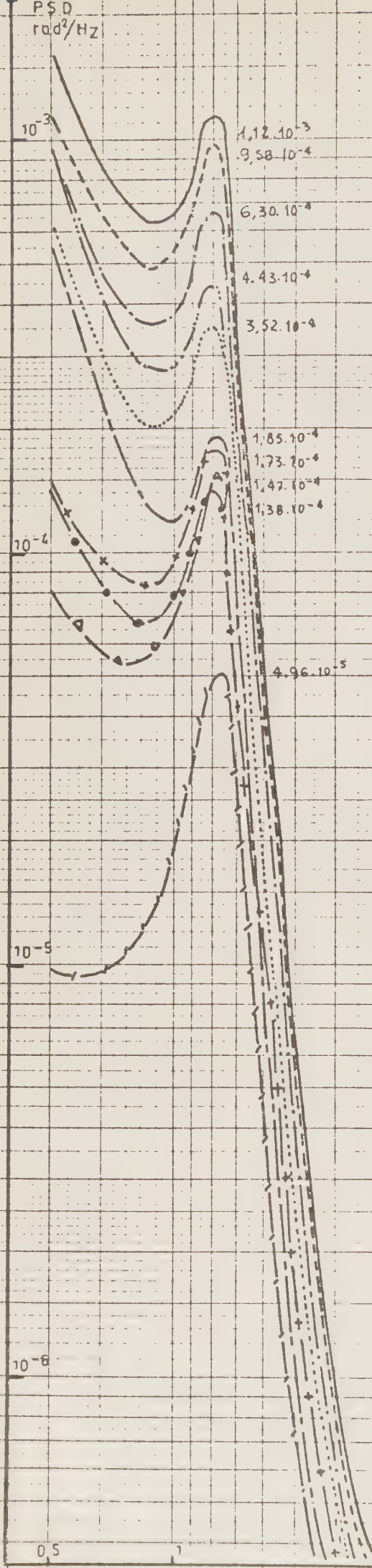


Fig. 46



MOUVEMENT DE ROULIS VEHICULE B. ESS AV. Sθ		
—	classe 10	Sθ = 9,75 . 10 ⁻¹²
- - -	" 9	" = 1,46 . 10 ⁻¹¹
- . -	" 8	" = 5,20 . 10 ⁻¹²
- . .	" 7	" = 4,10 . 10 ⁻¹²
.....	" 6	" = 5,57 . 10 ⁻¹²
- - -	" 5	" = 2,86 . 10 ⁻¹²
- + -	" 4	" = 3,54 . 10 ⁻¹²
- ● -	" 3	" = 4,37 . 10 ⁻¹²
- ▲ -	" 2	" = 1,95 . 10 ⁻¹²
- / -	" 1	" = 2,41 . 10 ⁻¹²

Fig. 47

Fréquence en Hz

MOUVEMENT DE ROULIS

VEHICULE A. ESSIEU AV. (SZ)

	classe de route	1 à 20Hz	
—	"	2	$3,39 \times 10^{-9}$
—○—	"	3	$2,73 \times 10^{-9}$
—+—	"	4	$1,98 \times 10^{-9}$
—△—	"	5	$1,61 \times 10^{-9}$
—•—	"	6	$1,30 \times 10^{-9}$
—	"	7	$2,59 \times 10^{-9}$
—	"	8	$1,66 \times 10^{-9}$
—	"	9	$2,38 \times 10^{-9}$
—	"	10	$6,66 \times 10^{-9}$
—●—	"	"	$4,43 \times 10^{-9}$

 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3}

Fig. 48

0,5

1

15

2

5 6 7 8 9 10

20

P.S.D
 cm^2/Hz

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE A. ESSIEU AR
SZ

— + —	classe 1	$\text{SZ} = 4,45 \cdot 10^{-9}$	à 20 Hz
— Δ —	" 2	$= 3,60 \cdot 10^{-9}$	" "
— • —	" 3	$= 8,06 \cdot 10^{-9}$	" "
— ◊ —	" 4	$= 6,54 \cdot 10^{-9}$	" "
— × —	" 5	$= 5,28 \cdot 10^{-9}$	" "
— — —	" 6	$= 1,03 \cdot 10^{-9}$	" "
— ··· —	" 7	$= 7,75 \cdot 10^{-9}$	" "
— — —	" 8	$= 9,65 \cdot 10^{-9}$	" "
— ··· —	" 9	$= 2,70 \cdot 10^{-9}$	" "
— — —	" 10	$= 1,80 \cdot 10^{-9}$	" "

1

10^{-1}

10^{-2}

0,5

1

3

5

10

15

20

Fréquence en Hz

Fig. 49

P.S.D
cm²/Hz

195.

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE B. ESSIEU AV.

S. Z.

classe 10	S	Z	=	3,01.10 ⁻⁸	d	20Hz
—	9		=	4,52.10 ⁻⁸	"	"
- - -	8		=	1,61.10 ⁻⁸	"	"
- . - .	7		=	1,26.10 ⁻⁸	"	"
.....	6		=	1,72.10 ⁻⁸	"	"
- + -	5		=	8,83.10 ⁻⁸	"	"
- - -	4		=	1,10.10 ⁻⁸	"	"
- / -	3		=	1,35.10 ⁻⁸	"	"
- - -	2		=	6,02.10 ⁻⁹	"	"
- . -	1		=	7,47.10 ⁻⁹	"	"

1

10⁻¹

10⁻²

Fig. 50

Fréquence en Hz

0,5

1

5

10

15

20

PSD
cm²/Hz

106.

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE B . ESSIEU AR.

—	classe 10, S Z	= 6,82.10 ⁻⁸ à 20 Hz
- - -	" 9	" = 1,02.10 ⁻⁸ "
- - -	" 8	" = 3,65.10 ⁻⁸ "
- + -	" 7	" = 2,86.10 ⁻⁸ "
- . .	" 6	" = 3,88.10 ⁻⁸ "
.....	" 5	" = 2,00.10 ⁻⁸ "
- < -	" 4	" = 2,48.10 ⁻⁸ "
- . -	" 3	" = 3,05.10 ⁻⁸ "
- • -	" 2	" = 1,36.10 ⁻⁸ "
- / -	" 1	" = 1,68.10 ⁻⁸ "

1

4,46.10⁻¹

10⁻¹

1,040.10⁻²

10⁻²

Fig. 51

Frequence en HZ

0,5

1

5

10

15

20

P.S.D
cm²/Hz

197.

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE C. ESSIEU AV.

S Z

—	classe 10	S Z = 1,09.10 ⁻⁸	à 20Hz
- - -	" 9	= 1,64.10 ⁻⁸	"
- . -	" 8	= 5,85.10 ⁻⁹	"
.....	" 7	= 4,58.10 ⁻⁹	"
- - -	" 6	= 6,23.10 ⁻⁹	"
- . .	" 5	= 3,20.10 ⁻⁹	"
- + -	" 4	= 3,97.10 ⁻⁹	"
- / -	" 3	= 4,88.10 ⁻⁹	"
- • -	" 2	= 2,18.10 ⁻⁹	"
- < -	" 1	= 2,70.10 ⁻⁹	"

1

10⁻¹

10⁻²

2,40.10⁻²

Fig. 52

Frequence en Hz

0,5

5

10

15

20

PS.D
cm²/Hz

198.

MOUVEMENT DE ROULIS
VEHICULE C - ESSIEU AR.

SZ

Classe 10.SZ = $2,68 \cdot 10^{-8}$ à 20 Hz

—	9	"	= $2,13 \cdot 10^{-8}$	"
- - -	8	"	= $1,12 \cdot 10^{-8}$	"
- . - .	7	"	= $8,75 \cdot 10^{-9}$	"
...	6	"	= $1,19 \cdot 10^{-8}$	"
- + -	5	"	= $6,10 \cdot 10^{-9}$	"
- . .	4	"	= $7,58 \cdot 10^{-9}$	"
- . .	3	"	= $9,35 \cdot 10^{-9}$	"
- . .	2	"	= $4,17 \cdot 10^{-9}$	"
- . .	1	"	= $5,17 \cdot 10^{-9}$	"

7

4,40

3,71

2,43

1,85

1,41

$2,50 \cdot 10^{-1}$

$6,78 \cdot 10^{-1}$

$5,25 \cdot 10^{-1}$

$5,03 \cdot 10^{-1}$

$1,42 \cdot 10^{-1}$

10^{-1}

10^{-2}

Fig. 53

Fréquence en Hz

0,5

1

3

5

6

10

15

20

3 - LE MOUVEMENT DE TANGAGE

1. Le modèle E

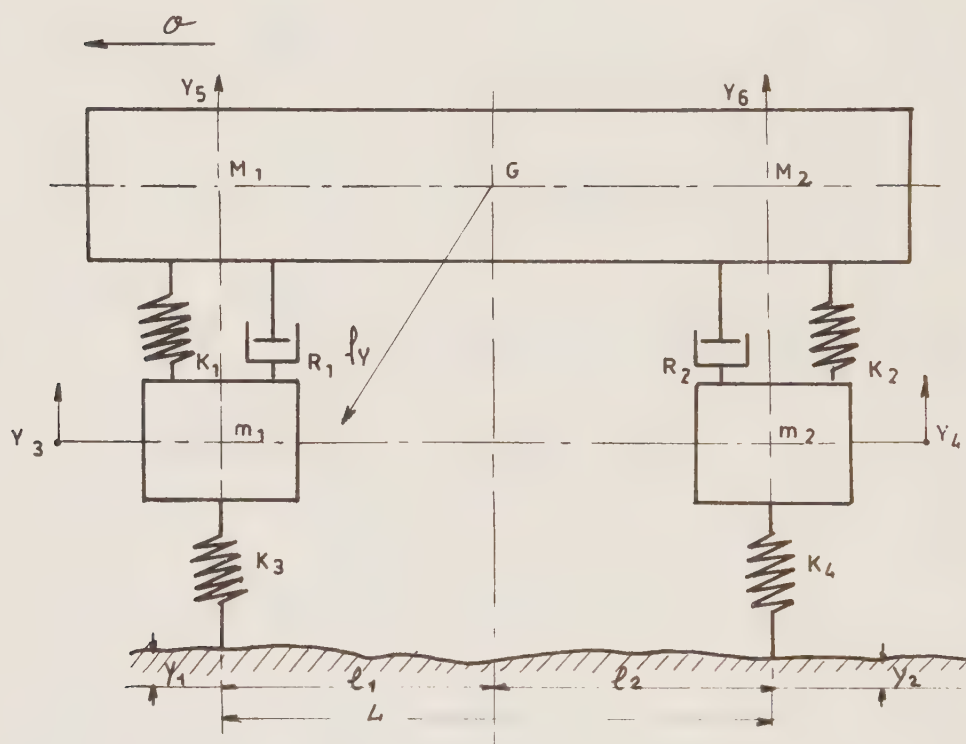
Le modèle "E" (figure 54) schématise un demi véhicule dans le sens longitudinal, il est relatif à la dynamique longitudinale du véhicule, il permet de considérer l'action d'une sollicitation sur l'essieu avant puis sur l'essieu arrière, mais il ne différencie pas les roues droite et gauche. Ce modèle supporte une masse suspendue "M" dont une partie M_1 est relative au demi-essieu avant et M_2 est relative au demi-essieu arrière, le rayon de giration longitudinal de la masse suspendue est ϕ_y . Ce modèle comporte 4 degrés de liberté :

- y_5 : mouvement de la masse suspendue avant,
- y_6 : mouvement de la masse suspendue arrière,
- y_3 : mouvement de la masse non suspendue avant,
- y_4 : mouvement de la masse non suspendue arrière.

Les équations d'équilibre du système considéré nécessitent la définition des termes suivants :

- I_y : moment d'inertie de galop du véhicule,
- M_1 : masse suspendue d'un demi-essieu avant,
- M_2 : masse suspendue d'un demi-essieu arrière,
- m_1 : masse non suspendue d'un demi-essieu avant,
- m_2 : masse non suspendue d'un demi-essieu arrière,
- K_1 : raideur verticale d'une suspension avant,
- K_2 : raideur verticale d'une suspension arrière,
- K_3 : raideur verticale d'un pneumatique avant,

- K_4 : raideur verticale d'un pneumatique arrière,
 R_1 : amortissement d'une suspension avant représenté par un amortisseur linéaire de viscosité R_1 ,
 R_2 : amortissement d'une suspension arrière représenté par un amortisseur linéaire de viscosité R_2 ,
 ℓ_1 : paramètre de centrage avant,
 ℓ_2 : paramètre de centrage arrière,
 L : longueur de la voiture (mesurée entre les deux essieu).



Modèle E

Fig. 54

Les équations d'équilibre du véhicule sont alors de la forme :

$$\text{I} \quad - M_1 \ddot{y}_5 + R_1 \dot{y}_5 + K_1 y_5 + M_2 \ddot{y}_6 + R_2 \dot{y}_6 + K_2 y_6 - R_1 \dot{y}_3 - K_1 y_3 - R_2 \dot{y}_4 - K_2 y_4 = 0$$

$$\text{II} \quad - \frac{I_y}{2L} \ddot{y}_5 - \frac{I_y}{2L} \ddot{y}_6 + R_1 \ell_1 \dot{y}_5 + K_1 \ell_1 y_5 - K_2 \ell_2 \dot{y}_6 - K_2 \ell_2 y_6 - R_1 \ell_1 \dot{y}_3 - K_1 \ell_1 y_3 + R_2 \ell_2 \dot{y}_4 + K_2 \ell_2 y_4 = 0$$

$$\text{III} \quad - m_1 \ddot{y}_3 + R_1 \dot{y}_3 + K_1 y_3 + K_3 y_3 - R_1 \dot{y}_5 - K_1 y_5 = K_3 y_1$$

$$\text{IV} \quad - m_2 \ddot{y}_4 + R_2 \dot{y}_4 + K_2 y_4 + K_4 y_4 - R_2 \dot{y}_6 - K_2 y_6 = K_4 y_2$$

Ces quatre équations représentent respectivement :

I - L'équilibre vertical du véhicule.

II - L'équilibre du véhicule au galop

III - L'équilibre de la masse non suspendue avant

IV - L'équilibre de la masse non suspendue arrière.

y_1 et y_2 sont de la forme :

$$y_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_1(w) e^{iwt} dw$$

$$y_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_2(w) e^{iwt} dw$$

Les solutions en régime forcé sont de la même forme :

$$y_5(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_5(w) e^{iwt} dw$$

$$y_6(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_6(w) e^{iwt} dw$$

$$y_4(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_4(w) e^{iwt} dw$$

$$y_3(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} Y_3(w) e^{iwt} dw$$

En remplaçant y_1 , y_2 , y_3 , y_4 , y_5 et y_6 par leurs valeurs,

y'_3 , y'_4 , y'_5 et y'_6 respectivement par :

$$iw Y_3, \quad iw Y_4, \quad iw Y_5 \quad \text{et} \quad iw Y_6$$

et y''_3 , y''_4 , y''_5 et y''_6 respectivement par :

$$-w^2 Y_3, \quad -w^2 Y_4, \quad -w^2 Y_5 \quad \text{et} \quad -w^2 Y_6$$

On trouve :

$$\begin{aligned} \text{I-1} \quad & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[(-M_1 w^2 + iwR_1 + K_1) Y_5(w) + (-M_2 w^2 + iwR_2 + \right. \\ & \left. + K_2) Y_6(w) - (R_1 iw + K_1) Y_3(w) - (R_2 iw + \right. \\ & \left. + K_2) Y_4(w) \right] e^{iwt} dw = 0 \end{aligned}$$

$$\text{II-1} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[\left(-\frac{Iy}{2L} w^2 + R_1 \ell_1 i w + K_1 \ell_1 \right) Y_5(w) + \left(\frac{Iy}{2L} w^2 - R_2 \ell_1 i w - K_2 \ell_2 \right) Y_6(w) - (R_1 \ell_1 i w + K_1 \ell_1) Y_3(w) + (R_2 \ell_2 i w + K_2 \ell_2) Y_4(w) \right] e^{iwt} dw = 0$$

$$\text{III-1} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[(-m_1 w^2 + R_1 i w + K_1 + K_3) Y_3(w) - (R_1 i w + K_1) Y_5(w) \right] e^{iwt} dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} K_3 Y_1(w) e^{iwt} dw$$

$$\text{IV-1} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \left[(-m_2 w^2 + R_2 i w + K_2 + K_4) Y_4(w) - (R_2 i w + K_1) Y_6(w) \right] e^{iwt} dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} K_4 Y_2(w) e^{iwt} dw$$

Le système se met en écriture opérationnelle sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} Y_5 \\ Y_6 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} A & B & C & D \\ E & G & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ C & 0 & N & 0 \\ 0 & D & 0 & Q \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ K_3 Y_1 \\ K_4 Y_2 \end{pmatrix}$$

où :

$$-M_1 w^2 + i w R_1 + K_1 = A(w)$$

$$- M_2 w^2 + i w R_2 + K_2 = B(w)$$

$$- (R_1 i w + K_1) = C(w)$$

$$- (R_2 i w + K_2) = D(w)$$

$$- \frac{I_y}{2L} w^2 + R_1 l_1 i w + K_1 l_1 = E(w)$$

$$\frac{I_y}{2L} w^2 - R_2 l_2 i w - K_2 l_2 = G(w)$$

$$- m_1 w^2 + R_1 i w + K_1 + K_3 = N(w)$$

$$- m_2 w^2 + R_2 i w + K_2 + K_4 = Q(w)$$

On trouve :

$$\text{I-2} \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} [A(w) Y_5(w) + B(w) Y_6(w) + C(w) Y_3(w) + D(w) Y_4(w)] e^{i w t} dw = 0$$

$$\text{II-2} \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} [E(w) Y_5(w) + G(w) Y_6(w) + l_1 C(w) Y_3(w) - l_2 D(w) Y_4(w)] e^{i w t} dw = 0$$

$$\text{III-2} \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} [C(w) Y_5(w) + N(w) Y_3(w)] e^{i w t} dw = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} K_3 Y_1(w) e^{i w t} dw$$

$$\text{IV-2} \quad \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} [D(w) Y_6(w) + Q(w) Y_4(w)] e^{i w t} dw = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\alpha}^{+\alpha} K_4 Y_2(w) e^{i w t} dw$$

où :

$$\begin{pmatrix} Y_5 \\ Y_6 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{pmatrix} \Delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ K_2 Y_1 \\ K_4 Y_2 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$Y_5 = \frac{\Delta_5}{\Delta}$$

$$Y_6 = \frac{\Delta_6}{\Delta}$$

$$Y_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$Y_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta}$$

On commence par le calcul du déterminant principal Δ , puis des déterminants Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 et Δ_4 .

1°) Calcul de Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & C & D \\ E & G & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ C & O & N & O \\ O & D & O & Q \end{vmatrix}$$

$$= A \begin{vmatrix} G & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ O & N & O \\ D & O & Q \end{vmatrix}$$

$$- B \begin{vmatrix} E & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ C & N & O \\ O & O & Q \end{vmatrix}$$

$$+ C \begin{vmatrix} E & G & -\ell_2 D \\ C & O & O \\ O & D & Q \end{vmatrix}$$

$$- D \begin{vmatrix} E & G & +\ell_1 C \\ C & O & N \\ O & D & O \end{vmatrix}$$

$$\Delta = AGNQ + \ell_2 D^2 AN - BENQ + \ell_1 BC^2 Q - C^2 GQ - \ell_2 D^2 C^2 + D^2 EN - D^2 \ell_1 C^2$$

$$\Delta = AN (GQ + \ell_2 D^2) + BQ (\ell_1 C^2 - EN) - C^2 (\ell_2 D^2 + GQ) - D^2 (\ell_1 C^2 - EN)$$

$$\Delta = (AN - C^2) (\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2) (\ell_1 C^2 - EN)$$

2°) Calcul de Δ_3 :

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} A & B & 0 & D \\ E & G & 0 & -\ell_2 D \\ C & 0 & K_3 Y_1 & 0 \\ 0 & D & K_4 Y_2 & Q \end{vmatrix}$$

$$= A \begin{vmatrix} G & 0 & -\ell_2 D \\ 0 & K_3 Y_1 & 0 \\ D & K_4 Y_2 & Q \end{vmatrix} - B \begin{vmatrix} E & 0 & -\ell_2 D \\ C & K_3 Y_1 & 0 \\ 0 & K_4 Y_2 & Q \end{vmatrix}$$

$$- D \begin{vmatrix} E & G & 0 \\ C & 0 & K_3 Y_1 \\ 0 & D & K_4 Y_2 \end{vmatrix}$$

$$= AG(K_3 Q Y_1) + A \ell_2 D^2 K_3 Y_1 - BEQ K_3 Y_1 + BD \ell_2 C K_4 Y_2 \\ + D^2 E K_3 Y_1 + GDCK_4 Y_2$$

$$\Delta_3 = [A(GQ + \ell_2 D^2) - E(BQ - D^2)] K_3 Y_1 + [DC(B\ell_2 + G)] K_4 Y_2$$

3°) Calcul de Δ_4 :

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} A & B & C & O \\ E & G & \ell_1 C & O \\ C & O & N & K_3 Y_1 \\ O & D & O & K_4 Y_2 \end{vmatrix}$$

$$= A \begin{vmatrix} G & \ell_1 C & O \\ O & N & K_3 Y_1 \\ D & O & K_4 Y_2 \end{vmatrix} - B \begin{vmatrix} E & \ell_1 C & O \\ C & N & K_3 Y_1 \\ O & O & K_4 Y_3 \end{vmatrix}$$

$$+ C \begin{vmatrix} E & G & O \\ C & O & K_3 Y_1 \\ O & D & K_4 Y_2 \end{vmatrix}$$

$$= AGNK_4 Y_2 + A \ell_1 CDK_3 Y_1 - BENK_4 Y_2 + B \ell_1 C^2 K_4 Y_2 \\ - CEDK_3 Y_1 - C^2 GK_4 Y_2$$

$$\Delta_4 = [G (AN - C^2) + B (C^2 \ell_1 - EN)] K_4 Y_2 + [CD (A \ell_1 - E)] K_3 Y_1$$

4°) Calcul de Δ_5 :

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} O & B & C & D \\ O & G & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ K_3 Y_1 & O & N & O \\ K_4 Y_2 & D & O & Q \end{vmatrix}$$

$$= -B \begin{vmatrix} O & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ K_3 Y_1 & N & O \\ K_4 Y_2 & O & Q \end{vmatrix} + C \begin{vmatrix} O & G & -\ell_2 D \\ K_3 Y_1 & O & O \\ K_4 Y_2 & D & Q \end{vmatrix}$$

$$- D \begin{vmatrix} O & G & \ell_1 C \\ K_3 Y_1 & O & N \\ K_4 Y_2 & D & O \end{vmatrix}$$

$$= B\ell_1 C Q Y_1 K_3 - B\ell_2 D N K_4 Y_2 - C G Q K_3 Y_1 - C\ell_2 D^2 K_3 Y_1$$

$$- D G N K_4 Y_2 - D^2 \ell_1 C K_3 Y_1$$

$$\Delta_5 = \left\{ C \left[\ell_1 (BQ - D^2) - (GQ + \ell_2 D^2) \right] \right\} K_3 Y_1 - \left[D N (B\ell_2 + G) \right] K_4 Y_2$$

5°) Calcul de Δ_6 :

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} A & O & C & D \\ E & O & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ C & K_3 Y_1 & N & O \\ O & K_4 Y_2 & O & Q \end{vmatrix}$$

$$= A \begin{vmatrix} O & \ell_1 C & -\ell_2 D \\ K_3 Y_1 & N & O \\ K_4 Y_2 & O & Q \end{vmatrix} + C \begin{vmatrix} E & O & -\ell_2 D \\ C & K_3 Y_1 & O \\ O & K_4 Y_2 & Q \end{vmatrix}$$

$$- D \begin{vmatrix} E & O & \ell_1 C \\ C & K_3 Y_1 & N \\ O & K_4 Y_2 & O \end{vmatrix}$$

$$= - A \ell_1 C Q K_3 Y_1 + A \ell_2 D N K_4 Y_2 + C E Q K_3 Y_1$$
$$- \ell_2 D C^2 K_4 Y_2 + D E N K_4 Y_2 - D \ell_1 C^2 K_4 Y_2$$

$$\Delta_6 = \left\{ D \left[\ell_2 (A N - C^2) - (C^2 \ell_1 - E N) \right] \right\} K_4 Y_2 + \left[C Q (E - A \ell_1) \right] K_3 Y_1$$

La méthode de calcul

Comme nous l'avons expliqué dans le cas du roulis, le spectre de la réponse d'un point y_i du système aura pour expression :

$$\begin{aligned} S_{y_j}(f) = & H^*_{j_1} H_{j_1} S_1(f) + H^*_{j_2} H_{j_2} S_2(f) + \\ & + H^*_{j_1} H_{j_2} S_{12}(f) + H_{j_1} H^*_{j_2} S_{21}(f). \end{aligned}$$

H_{j_1} , $H^*_{j_1}$, H_{j_2} , $H^*_{j_2}$, $S_1(f)$, $S_2(f)$, $S_{12}(f)$ et $S_{21}(f)$ ayant les mêmes définitions que dans le cas de roulis (voir 2.1.1.).

Nous calculerons H_{j_1} et H_{j_2} pour chaque point étudié du système, nous commencerons par le calcul des déterminants : Δ_{31} , Δ_{32} , Δ_{41} , Δ_{42} , Δ_{51} , Δ_{52} , Δ_{61} et Δ_{62} qui représentent les déterminants Δ_3 , Δ_4 , Δ_5 et Δ_6 en supposant pour chacune d'eux $Y_2 = 0$ puis $Y_1 = 0$ successivement.

On a :

$$H_{j_1} = \frac{\Delta_{j_1}}{\Delta}$$

$$H_{j_2} = \frac{\Delta_{j_2}}{\Delta}$$

$$H_{j_1} = \frac{Y_j}{Y_1} \quad (Y_2 = 0)$$

$$H_{j_2} = \frac{Y_j}{Y_2} \quad (Y_1 = 0)$$

a - Calcul de H_{31} et H_{32} :

$$H_{31} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta}$$

$$H_{32} = \frac{\Delta_{32}}{\Delta}$$

On a :

$$\Delta_{31} = \left[A(GQ + \ell_2 D^2) - E(BQ - D^2) \right] K_3 Y_1 \quad (Y_2 = 0)$$

$$\Delta_{32} = \left[DC(B\ell_2 + G) \right] K_4 Y_2 \quad (Y_1 = 0)$$

d'où :

$$H_{31} = \frac{Y_3}{Y_1} = \frac{\Delta_{31}}{Y_1 \Delta} = K_3 \frac{A(GQ + \ell_2 D^2) - E(BQ - D^2)}{(AN - C^2)(\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2)(\ell_1 C^2 - EN)}$$

$$H_{32} = \frac{Y_3}{Y_2} = \frac{\Delta_{32}}{Y_2 \Delta} = K_4 \frac{DC(B\ell_2 + G)}{(AN - C^2)(\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2)(\ell_1 C^2 - EN)}$$

b - Calcul de H_{41} et H_{42} :

$$H_{41} = \frac{\Delta_{41}}{\Delta}$$

$$H_{42} = \frac{\Delta_{42}}{\Delta}$$

On a :

$$\Delta_{42} = \left[G(AN - C^2) + B(C^2 \ell_1 - EN) \right] K_4 Y_2 \quad (Y_1 = 0)$$

$$\Delta_{41} = \left[CD(A\ell_1 - E) \right] K_3 Y_1 \quad (Y_2 = 0)$$

d'où :

$$H_{41} = \frac{Y_4}{Y_1} = \frac{\Delta_{41}}{Y_1 \Delta} = K_3 \frac{CD (A\ell_1 - E)}{(AN - C^2) (\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2) (\ell_1 C^2 - EN)}$$

$$H_{42} = \frac{Y_4}{Y_2} = \frac{\Delta_{42}}{Y_2 \Delta} = K_4 \frac{G(AN - C^2) + B (\ell_1 C^2 - EN)}{(AN - C^2) (\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2) (\ell_1 C^2 - EN)}$$

c - Calcul de H_{51} et H_{52} :

$$H_{51} = \frac{\Delta_{51}}{\Delta}$$

$$H_{52} = \frac{\Delta_{52}}{\Delta}$$

On a :

$$\Delta_{51} = \{C[\ell_1(BQ - D^2) - (GQ + \ell_2 D^2)]\} K_3 Y_1 \quad (Y_2 = 0)$$

$$\Delta_{52} = -[DN(B\ell_2 + G)] K_4 Y_2 \quad (Y_1 = 0)$$

d'où :

$$H_{51} = \frac{Y_5}{Y_1} = \frac{\Delta_{51}}{Y_1 \Delta} = K_3 C \frac{\ell_1(BQ - D^2) - (GQ + \ell_2 D^2)}{(AN - C^2) (\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2) (\ell_1 C^2 - EN)}$$

$$H_{52} = \frac{Y_5}{Y_2} = \frac{\Delta_{52}}{Y_2 \Delta} = -K_4 DN \frac{B\ell_2 + G}{(AN - C^2) (\ell_2 D^2 + GQ) + (BQ - D^2) (\ell_1 C^2 - EN)}$$

d - Calcul de H_{61} et H_{62} :

$$H_{61} = \frac{\Delta_{61}}{\Delta}$$

$$H_{62} = \frac{\Delta_{62}}{\Delta}$$

On a :

$$\Delta_{62} = \{D[\lambda_2(AN-C^2) - (C^2\lambda_1-EN)]\} K_4 Y_2 \quad (Y_1 = 0)$$

$$\Delta_{61} = [CQ(E-A\lambda_1)] K_3 Y_1 \quad (Y_2 = 0)$$

d'où :

$$H_{61} = \frac{Y_6}{Y_1} = \frac{\Delta_{61}}{Y_1 \Delta} = K_3 CQ \frac{E - A\lambda_1}{(AN-C^2)(\lambda_2 D^2 + GQ) + (BQ-D^2)(\lambda_1 C^2 - EN)}$$

$$H_{62} = \frac{Y_6}{Y_2} = \frac{\Delta_{62}}{Y_2 \Delta} = K_4 D \frac{\lambda_2 (AN-C^2) - (C^2\lambda_1-EN)}{(AN-C^2)(\lambda_2 D^2 + GQ) + (BQ-D^2)(\lambda_1 C^2 - EN)}$$

2. Conclusion

Nous résumons dans le tableau 26, les fonctions de transfert ainsi obtenues :

$$Hj_1 = \frac{\Delta j_1}{Y_1 \Delta} = \frac{Y_j}{Y_1} \quad ; \quad Hj_2 = \frac{\Delta j_2}{Y_2 \Delta} = \frac{Y_j}{Y_2}$$

Δ	$=$	$(AN-C^2) (GQ+D^2 \ell_2) + (BQ-D^2) (\ell_1 C^2-EN)$	
$\frac{1}{Y_1} \Delta_{31}$	$=$	$K_3 \cdot [A(GQ+\ell_2 D^2) - E(BQ-D^2)]$	
$\frac{1}{Y_2} \Delta_{32}$	$=$	$K_4 \cdot [DC(B\ell_2+G)]$	
$\frac{1}{Y_1} \Delta_{41}$	$=$	$K_3 \cdot [DC(A\ell_1-E)]$	
$\frac{1}{Y_2} \Delta_{42}$	$=$	$K_4 \cdot [G(AN-C^2) + B(C^2 \ell_1-EN)]$	
$\frac{1}{Y_1} \Delta_{51}$	$=$	$K_3 C \cdot [\ell_1 (BQ-D^2) - (GQ+\ell_2 D^2)]$	
$\frac{1}{Y_2} \Delta_{52}$	$=$	$-K_4 \cdot [DN(B\ell_2+G)]$	
$\frac{1}{Y_1} \Delta_{61}$	$=$	$K_3 \cdot [CQ(E-A\ell_1)]$	
$\frac{1}{Y_2} \Delta_{62}$	$=$	$K_4 D \cdot [\ell_2 (AN-C^2) - (\ell_1 C^2-EN)]$	
$A(w) =$	$- M_1 w^2 + iwR_1 + K_1$	$E(w) =$	$-\frac{1}{2L} w^2 + iwR_1 \ell_1 + K_1 \ell_1$
$B(w) =$	$- M_2 w^2 + iwR_2 + K_2$	$G(w) =$	$\frac{1}{2L} w^2 - iwR_2 \ell_2 - K_2 \ell_2$
$C(w) =$	$-(iwR_1 + K_1)$	$N(w) =$	$-m_1 w^2 + iwR_1 + (K_1 + K_3)$
$D(w) =$	$-(iwR_2 + K_2)$	$Q(w) =$	$-m_2 w^2 + iwR_2 + (K_2 + K_4)$

Tableau 26

3. Application de la Méthode de Calcul

Le spectre excitateur est le même pour les deux paires de roue, mais les roues arrière passent avec un retard de L/V_0 sur la dénivellation déjà franchie par les roues avant. Les deux spectres intercorrélés sont des imaginaires conjugués, de plus $Sy_1(f) = Sy_2(f)$, puisque nous supposons que le véhicule se déplace en ligne droite, on a dans ce cas :

$$Sy_j(f) = [H_{j1}^* H_{j1} + e^{-i\omega t_0} H_{j1}^* H_{j2} + e^{i\omega t_0} H_{j1} H_{j2}^* + H_{j2} H_{j2}^*] Sy_1(f)$$

avec : $v_0 = 20 \text{ m/sec.}$

$$t_0 = \frac{L(m)}{20}$$

on a :

$$H_{j1} = a+ib, \quad H_{j1}^* = a-ib$$

$$H_{j2} = c+id, \quad H_{j2}^* = c-id$$

d'où :

$$H_{j1} \cdot H_{j1}^* = (a+ib)(a-ib) = a^2+b^2$$

$$H_{j2} \cdot H_{j2}^* = (c+id)(c-id) = c^2+d^2$$

$$H_{j1}^* \cdot H_{j2} = (a-ib)(c+id) = (ac+bd) + i(ad-bc)$$

$$H_{j1} \cdot H_{j2}^* = (a+ib)(c-id) = (ac+bd) - i(ad-bc)$$

d'autre part, on a :

$$e^{-i\omega t_0} = \cos \omega t_0 - i \sin \omega t_0$$

$$e^{i\omega t_0} = \cos \omega t_0 + i \sin \omega t_0$$

d'où :

$$e^{-i\omega t_0} H^*_{j_1} \cdot H_{j_2} = [(ac+bd) + i(ad-bc)] (\cos \omega t_0 - i \sin \omega t_0)$$

$$\begin{aligned} e^{-i\omega t_0} \cdot H^*_{j_1} \cdot H_{j_2} &= (ac+bd) \cos \omega t_0 + (ad-bc) \\ &\quad \sin \omega t_0 + i(ad-bc) \cos \omega t_0 \\ &\quad - i(ac+bd) \sin \omega t_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{i\omega t_0} \cdot H_{j_1} \cdot H^*_{j_2} &= [(ac+bd) - i(ad-bc)] \\ &\quad (\cos \omega t_0 + i \sin \omega t_0) \\ &= (ac+bd) \cos \omega t_0 + (ad-bc) \\ &\quad \sin \omega t_0 + i(ac+bd) \sin \omega t_0 \\ &\quad - i(ad-bc) \cos \omega t_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-i\omega t_0} H^*_{j_1} \cdot H_{j_2} + e^{i\omega t_0} H_{j_1} \cdot H^*_{j_2} &= 2(ac+bd) \cos \omega t_0 + \\ &\quad 2(ad-bc) \sin \omega t_0 \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} S_{y_j}(f) &= [a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac+bd) \cos \omega t_0 + \\ &\quad 2(ad-bc) \sin \omega t_0] S_{y_1}(f). \end{aligned}$$

4. Le spectre de route

Le spectre S_{y_1} est celui qu'on a donné sous la forme :

$$S_{y_1} = \frac{\phi_o^A}{v_o} \left[\frac{f}{f_o} \right]^{-A} \quad \text{pour les fréquences comprises entre 0.5 Hz et 2 Hz.}$$

$$S_{y_1} = \frac{\phi_o^B}{v_o} \left[\frac{f}{f_o} \right]^{-B} \quad \text{pour les fréquences comprises entre 2 Hz et 20 Hz.}$$

Les valeurs de A, B, ϕ_o^A et ϕ_o^B sont données dans les tableaux correspondants utilisés lors de l'étude du mouvement de roulis (voir 2.6).

5. Les paramètres des véhicules étudiés

Les mêmes considérations adoptées lors de l'étude du mouvement de roulis sont appliquées, nous avons choisi également trois véhicules :

Voiture A d'un confort limité.

Voiture B d'un confort moyen.

Voiture C d'un bon confort.

Nous portons dans les tableaux 27 à 29, les valeurs fondamentales correspondantes à ces trois voitures pour le mouvement de tangage.

6. Interprétation des calculs

a - Comme dans le cas de roulis, nous n'avons pas cherché les transformées inverses de Fourier pour trouver les fonctions de transfert.

b - D'autre part, nous n'avons pas cherché les fonctions de transfert : H_{51} , H_{52} , H_{61} , H_{62} , ...etc, mais nous avons calculé la fonction "entre crochets" :

$$\begin{aligned} &[a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac+bd) \cos w\tau_0 + \\ &2(ad-bc) \sin w\tau_0] \end{aligned}$$

pour les quatre points étudiés du véhicule, c'est-à-dire pour les quatre paramètres : Y_5 , Y_6 , Y_3 et Y_4 .

Nous avons posé pour chaque paramètre :

$$H_{j1} = a+ib$$

$$H_{j2} = c+id$$

puis nous avons calculé la fonction "entre crochets" qui représente pratiquement le carré de la fonction de transfert du système à un point donné.

Les tableaux 30 à 32 représentent les fonctions indiquées (C_5 , C_6 , C_3 et C_4) avec les densités spectrales d'accélération :

$\ddot{SY}_5$, $\ddot{SY}_6$, $\ddot{SY}_3$ et $\ddot{SY}_4$ correspondants à la classe de route "1".

On note qu'on a obtenu les densités spectrales d'accélération à partir de la relation :

$$\ddot{SY}_j = w^4 \cdot SY_j$$

avec : $w = 2\pi f$.

MOUVEMENT DE "TANGAGE"

Paramètres de véhicule

VEHICULE : A

ETAT : CHARGE (4p. + 40 Kg)

SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION	SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION
M ₁	266	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu avant.	M ₂	196	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
R ₁	330	N/m/sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension avant.	R ₂	700	N/m/sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension arrière.
K ₁	15.270	N/m	Rigidité d'une suspension avant.	K ₂	12.250	N/m	Rigidité d'une suspension arrière.
K ₃	153.850	N/m	Rigidité d'un pneumatique avant.	K ₄	160.000	N/m	Rigidité d'un pneumatique arrière.
m ₁	42	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu avant.	m ₂	32	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
ℓ ₁	1,100	m	Paramètre de Centrage avant.	ℓ ₂	1,495	m	Paramètre de Centrage arrière.
C ₁	250	N	Frottement de Coulomb avant d'un 1/2 essieu.	C ₂	250	N	Frottement de Coulomb arrière d'un 1/2 essieu.
I _y	1.260	Kg.m ²	Moment d'inertie du galop				
L	2,595	m	Longueur du véhicule entre les deux essieux				

ETAT : CHARGE (4p. + 40 Kg)

VEHICULE : B

SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION	SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION
M ₁	360	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu avant.	M ₂	360	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
R ₁	780	N/m/Sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension avant.	R ₂	1.160	N/m/Sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension arrière.
K ₁	15.150	N/m	Rigidité d'une suspension avant.	K ₂	14.620	N/m	Rigidité d'une suspension arrière.
K ₃	142.850	N/m	Rigidité d'un pneumatique avant.	K ₄	166.666	N/m	Rigidité d'un pneumatique arrière.
m ₁	26	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu avant.	m ₂	26	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
ℓ ₁	1,20	m	Paramètre de Centrage avant.	ℓ ₂	1,45	m	Paramètre de Centrage arrière.
C ₁	250	N	Frottement de Coulomb avant d'un 1/2 essieu.	C ₂	250	N	Frottement de Coulomb arrière d'un 1/2 essieu.
I _y	1.680	Kg.m ²	Moment d'inertie du galop				
L	2,65	m	Longueur du véhicule entre les deux essieux				

MOUVEMENT DE "TANGAGE"

Paramètres de véhicule

VEHICULE : C

ETAT : CHARGE (4p. + 40 Kg)

SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION	SYMB.	VALEUR	UNITE	SIGNIFICATION
M ₁	333	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu avant.	M ₂	290	Kg	Masse suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
R ₁	700	N/m/sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension avant.	R ₂	820	N/m/sec.	Coefficient d'amortissement d'une suspension arrière.
K ₁	18.000	N/m	Rigidité d'une suspension avant.	K ₂	16.650	N/m	Rigidité d'une suspension arrière.
K ₃	160.000	N/m	Rigidité d'un pneumatique avant.	K ₄	166.666	N/m	Rigidité d'un pneumatique arrière.
m ₁	44	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu avant.	m ₂	44	Kg	Masse non suspendue d'un 1/2 essieu arrière.
ℓ ₁	1,43	m	Paramètre de Centrage avant.	ℓ ₂	1,32	m	Paramètre de Centrage arrière.
C ₁	250	N	Frottement de Coulomb avant d'un 1/2 essieu	C ₂	250	N	Frottement de Coulomb arrière d'un 1/2 essieu.
I _y	2.000	Kg.m ²	Moment d'inertie du galop.				
L	2,75	m	Longueur du véhicule entre les deux essieux				

*** VEHICULE A ***

MOUVEMENT DE TANGAGE - FONCTIONS DE TRANSFERT

*** ACCELERATIONS ***									
F	C3	C4	C5	C6	SY5	SY6			
5	.1021E 01	.3135E 01	.1014E 01	.3112E 01	.1215E 01	.3729E 01	.1115E 01	.3424E 01	
6	.1074E 01	.5574E 01	.1047E 01	.5434E 01	.1934E 01	.1004E 02	.1593E 01	.8269E 01	
7	.1176E 01	.9517E 01	.1114E 01	.9016E 01	.3548E 01	.2370E 02	.2823E 01	.2284E 02	
8	.1300E 01	.1549E 02	.1218E 01	.1447E 02	.6193E 01	.7360E 02	.5274E 01	.6268E 02	
9	.1298E 01	.2166E 02	.1353E 01	.2257E 02	.8909E 01	.1486E 01	.9379E 01	.1565E 03	
10	.8512E 00	.1924E 02	.1410E 01	.3188E 02	.5476E 01	.1237E 03	.1099E 02	.2484E 03	
11	.8588E 00	.2664E 02	.1148E 01	.4661E 01	.1386E 01	.1386E 01	.3058E 01	.9092E 02	
12	.1125E 01	.4247E 02	.3701E 02	.2329E 01	.8597E 02	.1737E 03	.8131E 00	.3106E 02	
13	.1104E 01	.5311E 02	.4118E 02	.3611E 01	.1373E 03	.1690E 03	.7296E 00	.3510E 02	
14	.9457E 00	.5632E 02	.4724E 02	.3173E 01	.1917E 01	.1393E 03	.5930E 00	.3332E 02	
15	.7929E 00	.5760E 02	.5828E 02	.1917E 01	.1690E 03	.6709E 02	.3736E 00	.2715E 02	
16	.7390E 00	.6463E 02	.7713E 02	.7659E 00	.3275E 02	.3505E 00	.3505E 00	.3067E 02	
17	.5101E 00	.8441E 02	.1037E 03	.3144E 00	.6400E 00	.7360E 02	.6574E 00	.6849E 02	
18	.9616E 00	.1181E 03	.1337E 03	.1088E 01	.1364E 01	.1357E 03	.1168E 01	.1434E 03	
19	.1105E 01	.1586E 03	.1601E 03	.1364E 01	.1917E 01	.3189E 03	.1574E 01	.2258E 03	
20	.1160E 01	.1929E 03	.1775E 03	.1917E 01	.3402E 03	.3402E 03	.1590E 01	.2643E 03	
30	.9982E 00	.3225E 03	.3283E 03	.1176E 01	.4700E 00	.2395E 03	.6216E 00	.4517E 03	
40	.1213E 01	.7471E 03	.1347E 01	.8295E 03	.4700E 00	.2862E 04	.7338E 00	.3126E 04	
50	.2014E 01	.2055E 04	.2886E 04	.2819E 01	.2819E 01	.2862E 04	.3079E 01	.2513E 04	
60	.1802E 01	.2287E 04	.3493E 04	.1696E 01	.1696E 01	.2591E 04	.1643E 01	.5816E 03	
70	.2944E 01	.2328E 04	.5022E 04	.1435E 00	.1435E 00	.3095E 03	.2697E 00	.6391E 04	
80	.7688E 01	.2237E 05	.1207E 05	.1941E 01	.1941E 01	.5647E 04	.2197E 01	.1272E 05	
90	.1317E 02	.8212E 01	.3110E 05	.3258E 01	.3258E 01	.7125E 04	.3357E 01	.6791E 04	
100	.3438E 02	.1649E 06	.1133E 02	.1486E 01	.1486E 01	.9343E 03	.1416E 01	.2035E 04	
110	.1768E 02	.1050E 06	.9587E 01	.5432E 05	.5432E 05	.5223E 04	.3427E 00	.6926E 04	
120	.2980E 01	.2150E 05	.6265E 01	.8216E 00	.8216E 00	.2700E 04	.9593E 00	.3154E 04	
130	.1848E 01	.1596E 05	.4051E 01	.3128E 00	.3128E 00	.6674E 03	.3654E 00	.9940E 03	
140	.1015E 01	.2159E 04	.2159E 01	.8365E 01	.8365E 01	.9554E 03	.9753E 01	.1188E 04	
150	.4881E 00	.5806E 04	.1158E 01	.4520E 05	.4520E 05	.6213E 03	.9988E 01	.7195E 03	
160	.3487E 00	.7679E 00	.1055E 05	.4520E 05	.4520E 05	.1575E 03	.5235E 01	.2346E 03	
170	.2554E 00	.4022E 04	.8402E 04	.1064E 01	.1064E 01	.1735E 03	.1564E 01	.3173E 03	
180	.1648E 00	.2950E 04	.6390E 04	.1426E 01	.1426E 01	.2551E 03	.1773E 01	.2866E 03	
190	.1221E 00	.2537E 00	.5226E 04	.1244E 01	.1244E 01	.2512E 03	.1429E 01	.3173E 03	
200	.9910E 01	.2245E 04	.4543E 04	.3571E 02	.3571E 02	.8091E 02	.4843E 02	.1097E 03	

TABEAU 30

*** VEHICULE B ***
MOUVEMENT DE TANGAGE - FONCTIONS DE TRANSFERT

*** ACCELERATIONS ***									
F	C3	SY3	C4	SY4	C5	SY5	C6	SY6	
5	1077E 01	3307E 01	1054E 01	3236E 01	1261E 01	5714E 01	1681E 01	5161E 01	*
6	1128E 01	5855E 01	1089E 01	5650E 01	2532E 01	1314E 02	2172E 01	1127E 02	*
7	1204E 01	9742E 01	1142E 01	9241E 01	3737E 01	3023E 02	3007E 01	2433E 02	*
8	1307E 01	1553E 02	1224E 01	1455E 02	5528E 01	7043E 02	4462E 01	5303E 02	*
9	1348E 01	2243E 02	1316E 01	2195E 02	8972E 01	1497E 03	6552E 01	1093E 03	*
10	1083E 01	2447E 02	1291E 01	2918E 02	8490E 01	1919E 03	7105E 01	1506E 03	*
11	8300E 00	2375E 02	1158E 01	3472E 02	3736E 01	1111E 03	5354E 01	1592E 03	*
12	7750E 00	2361E 02	1082E 01	4132E 02	1131E 01	4321E 02	4008E 01	1531E 03	*
13	8412E 00	3951E 02	1014E 01	4879E 02	4689E 00	2256E 02	3000E 01	1443E 03	*
14	8513E 00	5070E 02	9645E 00	5744E 02	3653E 00	2175E 02	2160E 01	1287E 03	*
15	8642E 00	6275E 02	9346E 00	6789E 02	3378E 00	2454E 02	1545E 01	1123E 03	*
16	8692E 00	7611E 02	9190E 00	8040E 02	3066E 00	2682E 02	1128E 01	9868E 02	*
17	8736E 00	9101E 02	9191E 00	9502E 02	2716E 00	2830E 02	8475E 00	8829E 02	*
18	8770E 00	1077E 03	9101E 00	1113E 03	2384E 00	2328E 02	6558E 00	8055E 02	*
19	8807E 00	1264E 03	9111E 00	1303E 03	2092E 00	3002E 02	5213E 00	7481E 02	*
20	8848E 00	1472E 03	9138E 00	1520E 03	1844E 00	3068E 02	4241E 00	7055E 02	*
30	9440E 00	9739E 03	9739E 00	3149E 03	7295E 01	2359E 02	1139E 00	3683E 02	*
40	1034E 01	1571E 03	1522E 01	6543E 03	3859E 01	2377E 02	5464E 01	3365E 02	*
50	1170E 01	1187E 04	1181E 01	1199E 04	2038E 01	2069E 02	3130E 01	3178E 02	*
60	1379E 01	3106E 04	1340E 01	2047E 04	9395E 02	1435E 02	1950E 01	2078E 02	*
70	1716E 01	3702E 04	1558E 01	3622E 04	3637E 02	8277E 01	1371E 01	2958E 02	*
80	2271E 01	5607E 04	1851E 01	5415E 04	3034E 02	8329E 01	1193E 01	3488E 02	*
90	3180E 01	1205E 05	2274E 01	8412E 04	6037E 02	2287E 02	1303E 01	4936E 02	*
100	4532E 01	2174E 05	2785E 01	1336E 05	1095E 01	5252E 02	1524E 01	7309E 02	*
110	5845E 01	3470E 05	3262E 01	1937E 05	1422E 01	8446E 02	1633E 01	9695E 02	*
120	5613E 01	4050E 05	3401E 01	2454E 05	1203E 01	8682E 02	1420E 01	1024E 03	*
130	3907E 01	3372E 05	2998E 01	2288E 05	6342E 02	5475E 02	9536E 02	8232E 02	*
140	2392E 01	2435E 05	2281E 01	2325E 05	2143E 02	2184E 02	5295E 02	5396E 02	*
150	1462E 01	1739E 05	1604E 01	1903E 05	4971E 03	5913E 01	2855E 02	3396E 02	*
160	9232E 00	1269E 05	1105E 01	1518E 05	2316E 03	3183E 01	1736E 02	2386E 02	*
170	6073E 00	9561E 04	7691E 00	1211E 05	3300E 03	5195E 01	1206E 02	1898E 02	*
180	4171E 00	7464E 04	5483E 00	9811E 04	3741E 03	6694E 01	8722E 03	1561E 02	*
190	2986E 00	6032E 04	4013E 00	8105E 04	3045E 03	6151E 01	6076E 03	1227E 02	*
200	2217E 00	5022E 04	3011E 00	6821E 04	1851E 03	4194E 01	3960E 03	8973E 01	*

TABLEAU 31

*** VEHICULE C ***
MOUVEMENT DE TANGAGE - FONCTIONS DE TRANSFERT

*** ACCELERATIONS ***									
F	C3	SY3	C4	SY4	C5	SY5	C6	SY6	
5	1066E 01	3272E 01	1070E 01	3285E 01	1662E 01	5101E 01	1320E 01	5586E 01	
6	1107E 01	3745E 01	1118E 01	5802E 01	2148E 01	1115E 02	2489E 01	1292E 02	
7	1170E 01	9465E 01	1198E 01	9691E 01	3001E 01	2428E 02	3800E 01	3075E 02	
8	1264E 01	1503E 02	1343E 01	1596E 02	4595E 01	5461E 02	6739E 01	8009E 02	
9	1355E 01	2261E 02	1592E 01	2656E 02	7262E 01	1212E 03	1387E 02	2314E 03	
10	1160E 01	2622E 02	1624E 01	3670E 02	7036E 01	1590E 03	2240E 02	5062E 03	
11	9359E 00	2783E 02	1152E 01	3426E 02	2360E 01	7019E 02	1663E 02	4945E 03	
12	1007E 01	3847E 02	8632E 00	3298E 02	2145E 01	8196E 02	1037E 02	3962E 03	
13	9316E 00	4723E 02	7243E 00	3485E 02	2830E 01	1361E 03	5862E 01	2820E 03	
14	8938E 00	5323E 02	7064E 00	4207E 02	2249E 01	1139E 03	3561E 01	1823E 03	
15	8471E 00	6154E 02	7294E 00	5299E 02	1542E 01	1120E 03	1732E 01	1258E 03	
16	8311E 00	7271E 02	7559E 00	6614E 02	1063E 01	9300E 02	1088E 01	9521E 02	
17	8291E 00	8637E 02	7793E 00	8119E 02	7609E 00	7927E 02	7424E 00	7734E 02	
18	8332E 00	1023E 03	7995E 00	9819E 02	5660E 00	6952E 02	5380E 00	6608E 02	
19	8401E 00	1206E 03	8171E 00	1173E 03	4354E 00	6248E 02	4079E 00	5854E 02	
20	8484E 00	1411E 03	8331E 00	1385E 03	3445E 00	5731E 02	3202E 00	5326E 02	
30	9357E 00	3092E 03	9709E 00	3139E 03	7831E 01	2532E 02	7260E 01	2347E 02	
40	1115E 01	5867E 03	1143E 01	7042E 03	3395E 01	2091E 02	3171E 01	1953E 02	
50	1374E 01	1395E 04	1404E 01	1425E 04	1769E 01	1796E 02	1667E 01	1693E 02	
60	1325E 01	3787E 04	1828E 01	2792E 04	9599E 02	1521E 02	9589E 02	1465E 02	
70	2689E 01	3801E 04	2584E 01	5574E 04	7038E 02	1518E 02	6978E 02	1505E 02	
80	4549E 01	1324E 05	4061E 01	1181E 05	8928E 02	2598E 02	8631E 02	2511E 02	
90	8724E 01	3305E 05	6938E 01	2628E 05	1759E 01	6662E 02	1567E 01	5937E 02	
100	1250E 02	5994E 05	9593E 01	4601E 05	2505E 01	1202E 03	2226E 01	1068E 03	
110	7059E 01	4191E 05	6581E 01	3907E 05	1320E 01	7840E 02	1342E 01	7971E 02	
120	3058E 01	2207E 05	3186E 01	2299E 05	4441E 02	3204E 02	4863E 02	3509E 02	
130	1500E 01	1295E 05	1616E 01	1395E 05	1366E 02	1173E 02	1600E 02	1382E 02	
140	8346E 00	3506E 04	9095E 00	9269E 04	4404E 03	4489E 01	5740E 03	5850E 01	
150	5093E 00	6058E 04	5574E 00	6633E 04	2087E 03	2483E 01	2887E 03	3434E 01	
160	3326E 00	4572E 04	3646E 00	5011E 04	1634E 03	2245E 01	2114E 03	2905E 01	
170	2289E 00	3604E 04	2508E 00	3949E 04	1411E 03	2221E 01	1696E 03	2669E 01	
180	1642E 00	2937E 04	1797E 00	3216E 04	1069E 03	1912E 01	1239E 03	2317E 01	
190	1217E 00	2458E 04	1331E 00	2688E 04	6758E 04	1365E 01	7827E 04	1581E 01	
200	9258E 01	2098E 04	1012E 00	2293E 04	3570E 04	8089E 00	4303E 04	9750E 00	

TABLEAU 32

c - Nous avons accordé à f des valeurs entre 0.5 et 20 Hz, c'est-à-dire qu'on a fait varier la fréquence dans le domaine qui nous intéresse et on a obtenu ainsi les densités spectrales d'accélération des quatre points étudiés ainsi que les fonctions de transfert correspondants.

Le calcul des fonctions C_3 , C_4 , C_5 et C_6 pour les fréquences comprises entre 0.5 et 20 Hz, nous permettra de calculer la réponse en fréquence du système par rapport à n'importe quelle entrée : impulsion, échelon et fonction harmonique, pour les trois voitures étudiées. Mais comme dans le cas du roulis, nous nous sommes limité à l'entrée route étant donné que notre point de vue est toujours celui de l'ingénieur routier.

d - Un programme sur l'ordinateur C11 10070 nous a permis d'obtenir les valeurs de C_i et des densités spectrales d'accélération en fonction de la fréquence.

Nous avons présenté dans les figures (55 à 66) les fonctions de transfert " C_i " des véhicules correspondants aux quatre points étudiés (Y_3 , Y_4 , Y_5 , Y_6).

Les figures (67 à 72) montrent les densités spectrales d'accélération des points 5 et 6, ces deux points correspondent aux projections des deux centres de gravité de l'essieu avant et arrière sur le châssis du véhicule réel.

--÷--÷--÷--÷--÷--

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE A.
FONCTION DE TRANSFERT C_3 .

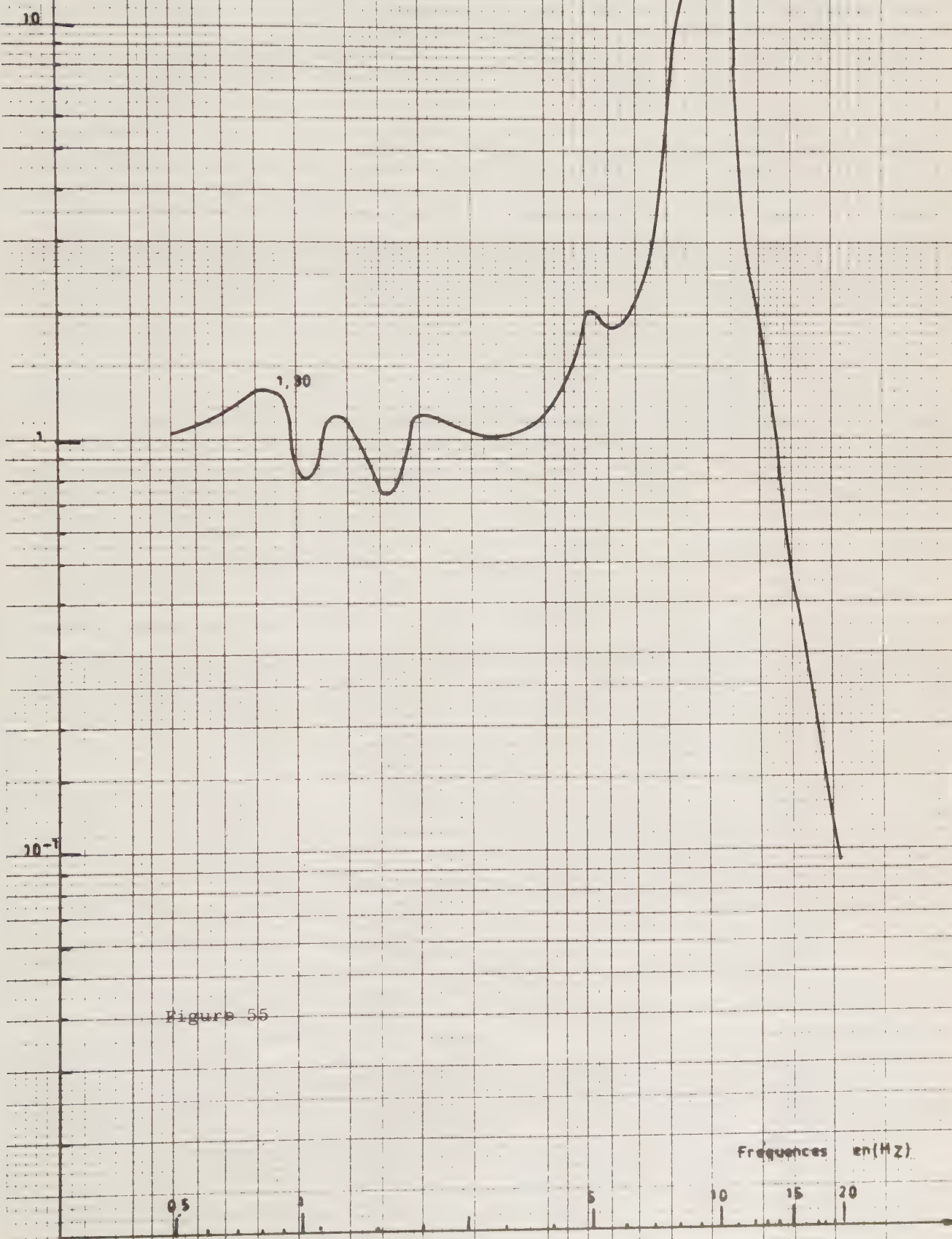


Figure 55

Frequencies en(HZ)

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE A
FONCTION DE TRANSFERT C 4

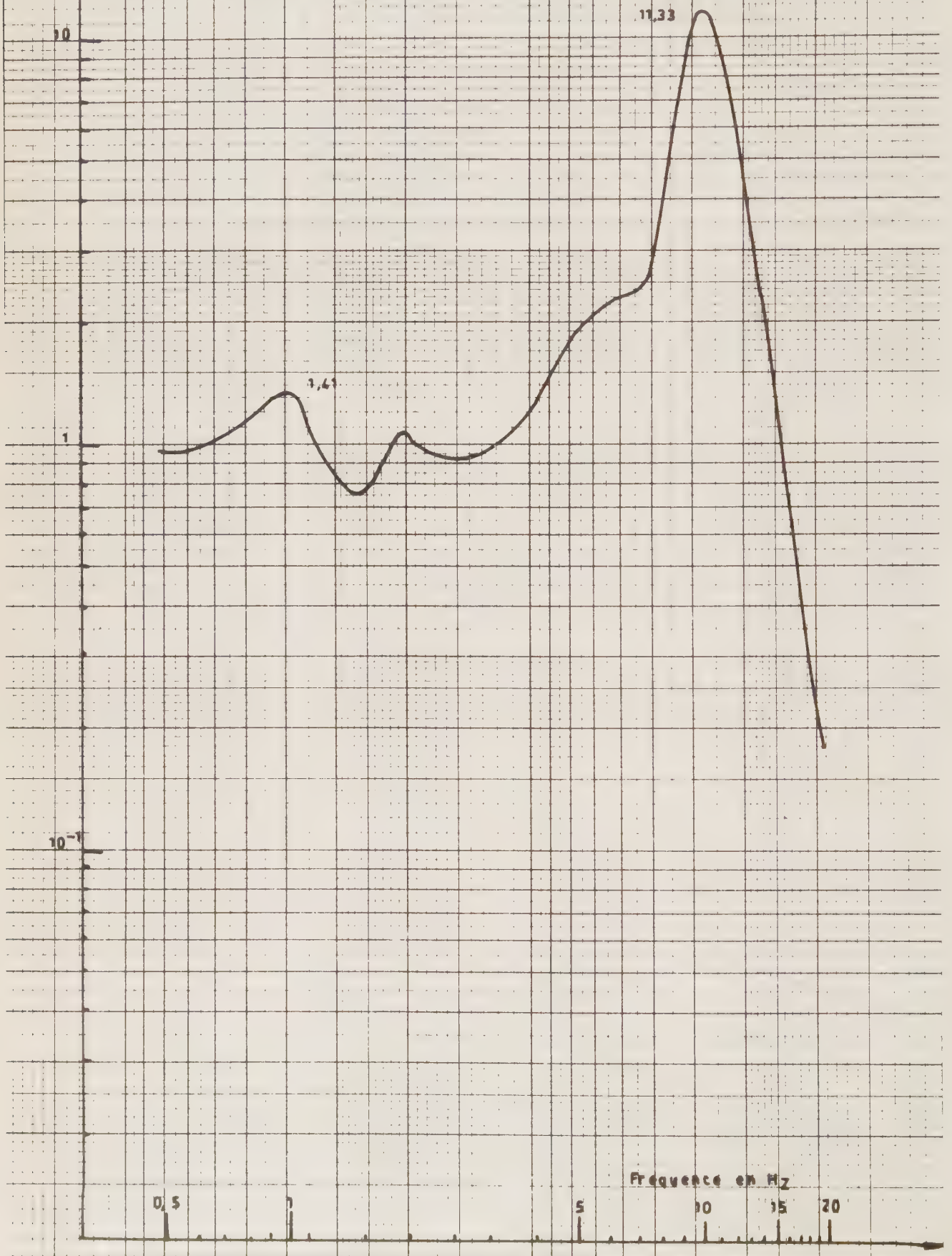


Figure 56

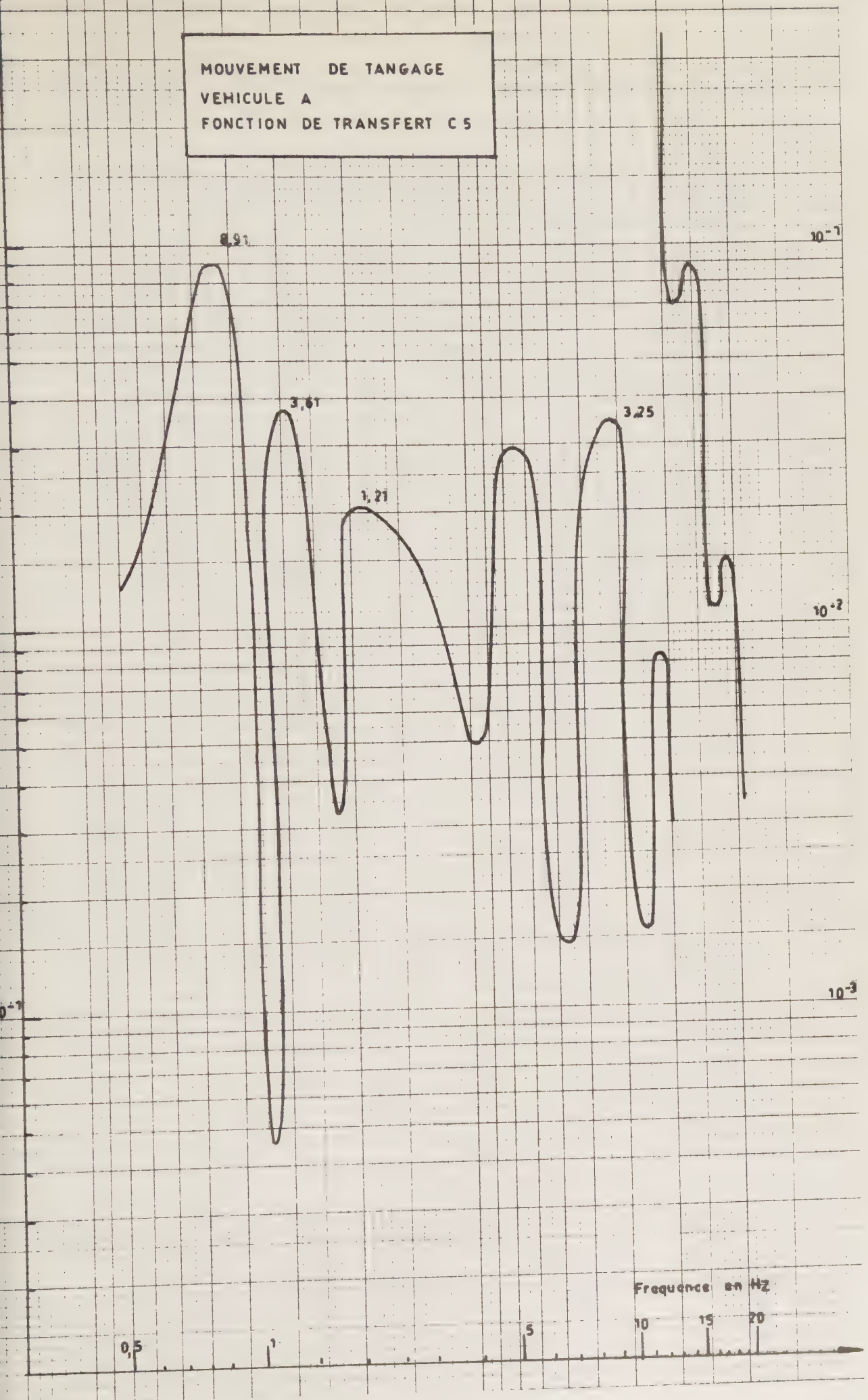


Figure 57

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE A
FONCTION DE TRANSFERT C6

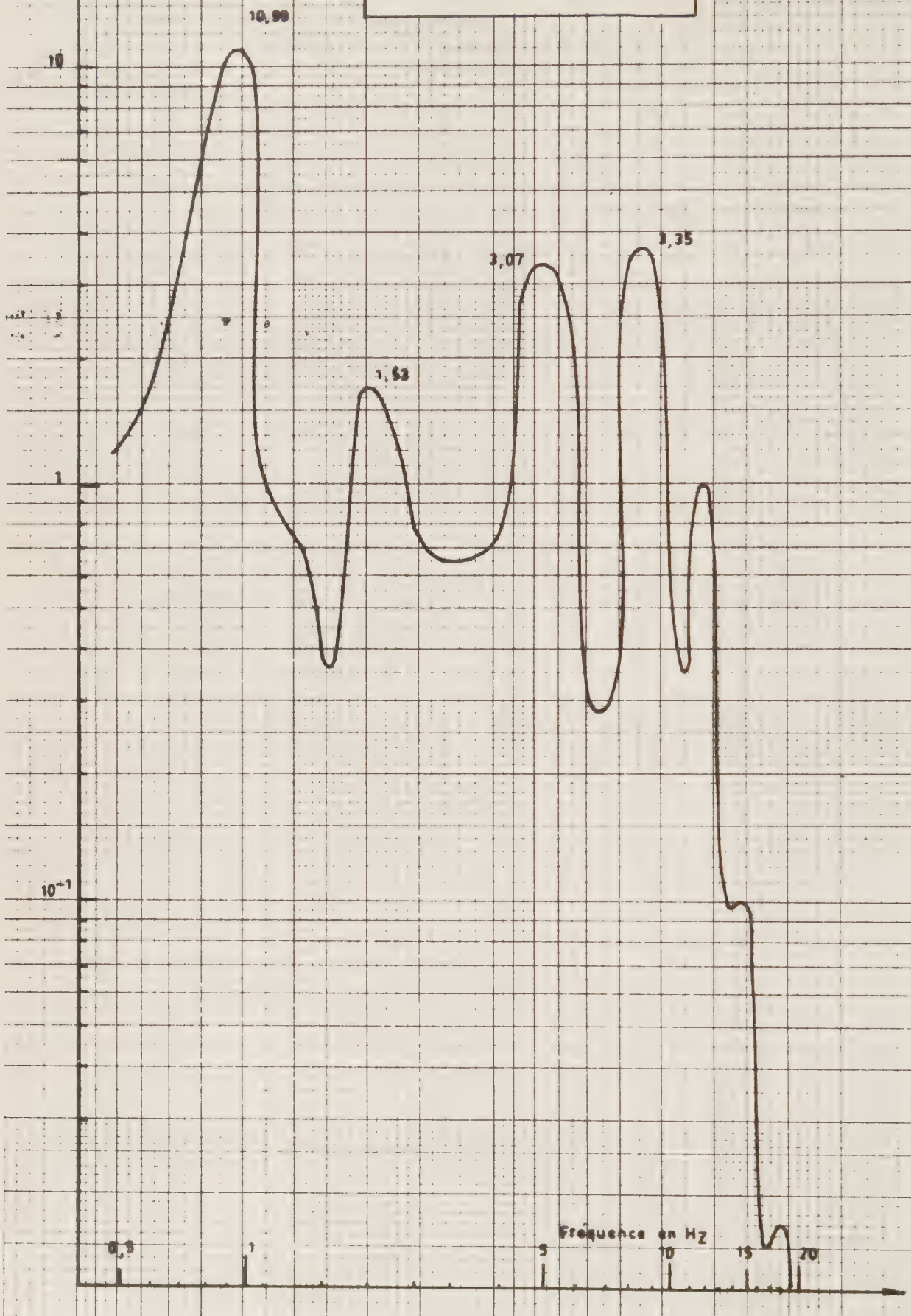


Figure 58

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE B
FONCTION DE TRANSFERT C3

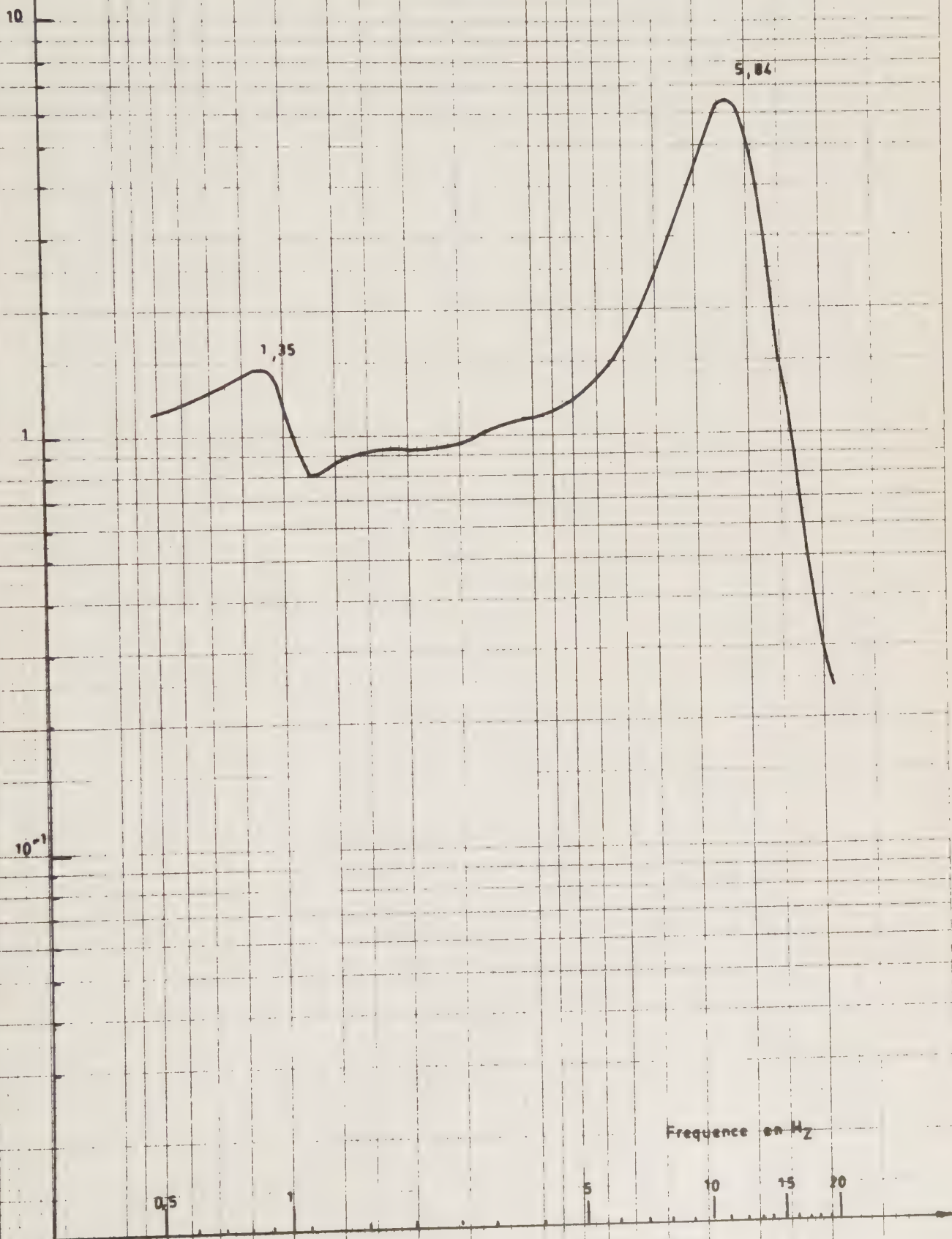
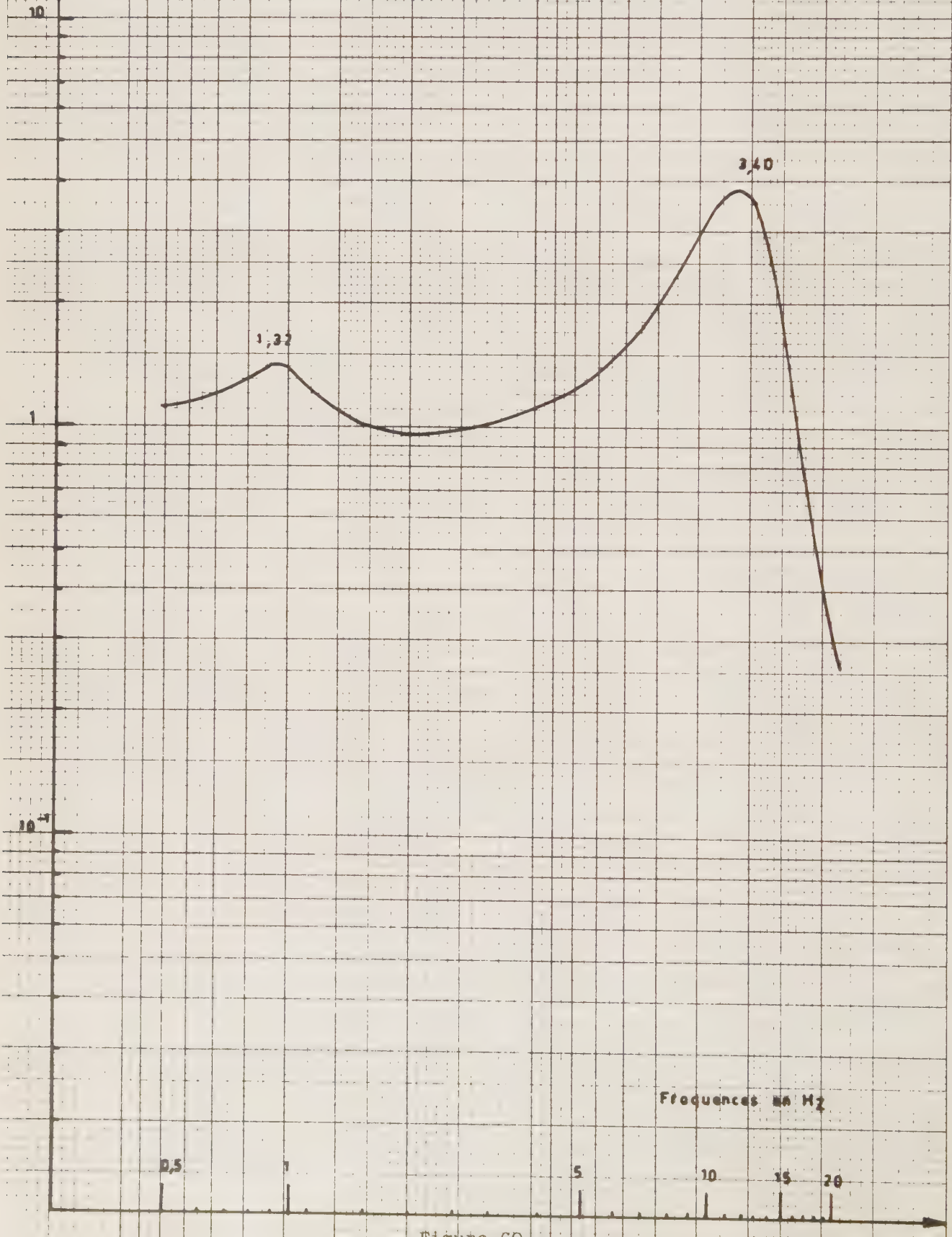


Figure 59

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE B
FONCTION DE TRANSFERT C_4



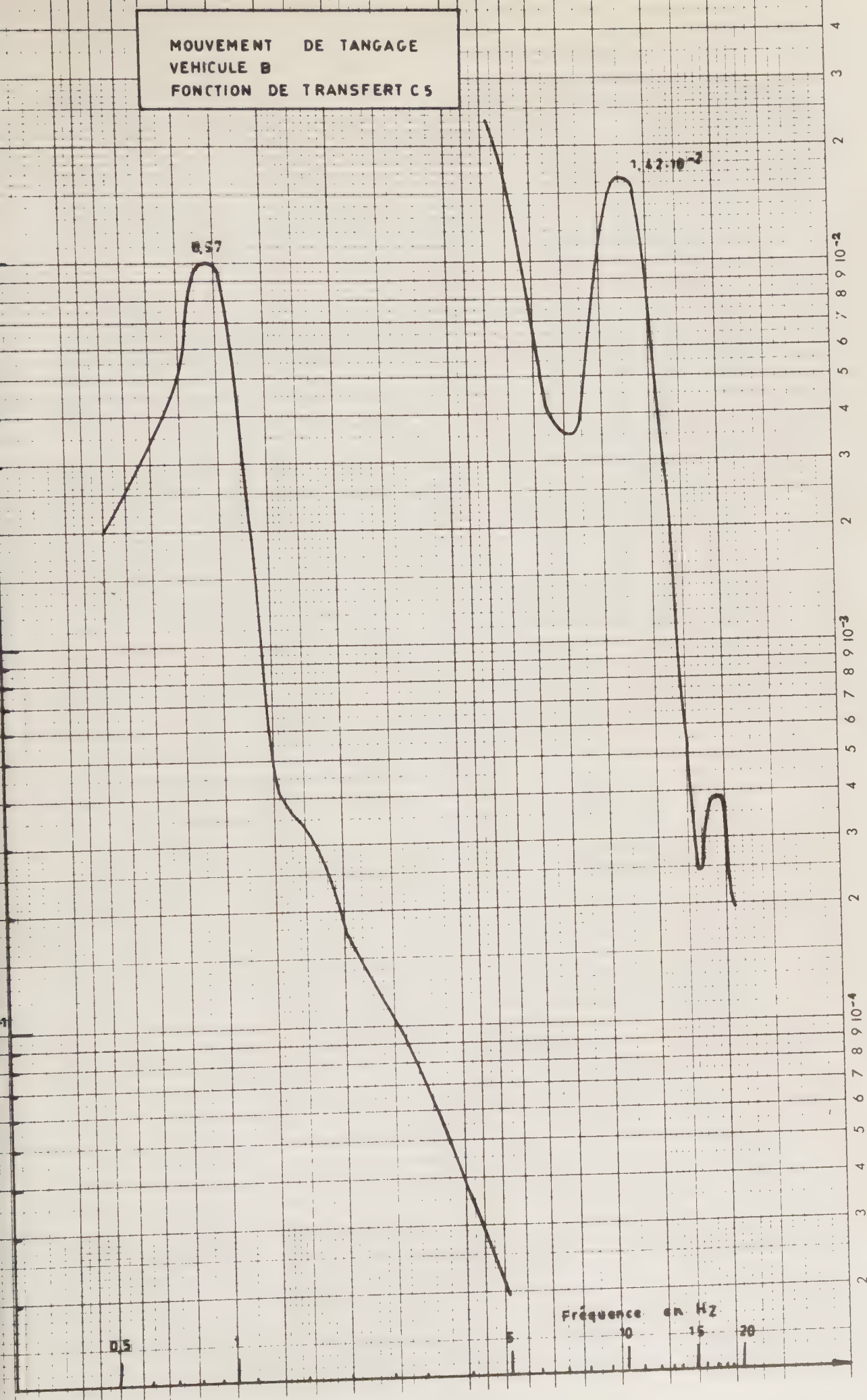


Figure 61

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE B.
FONCTION DE TRANSFERT C_6

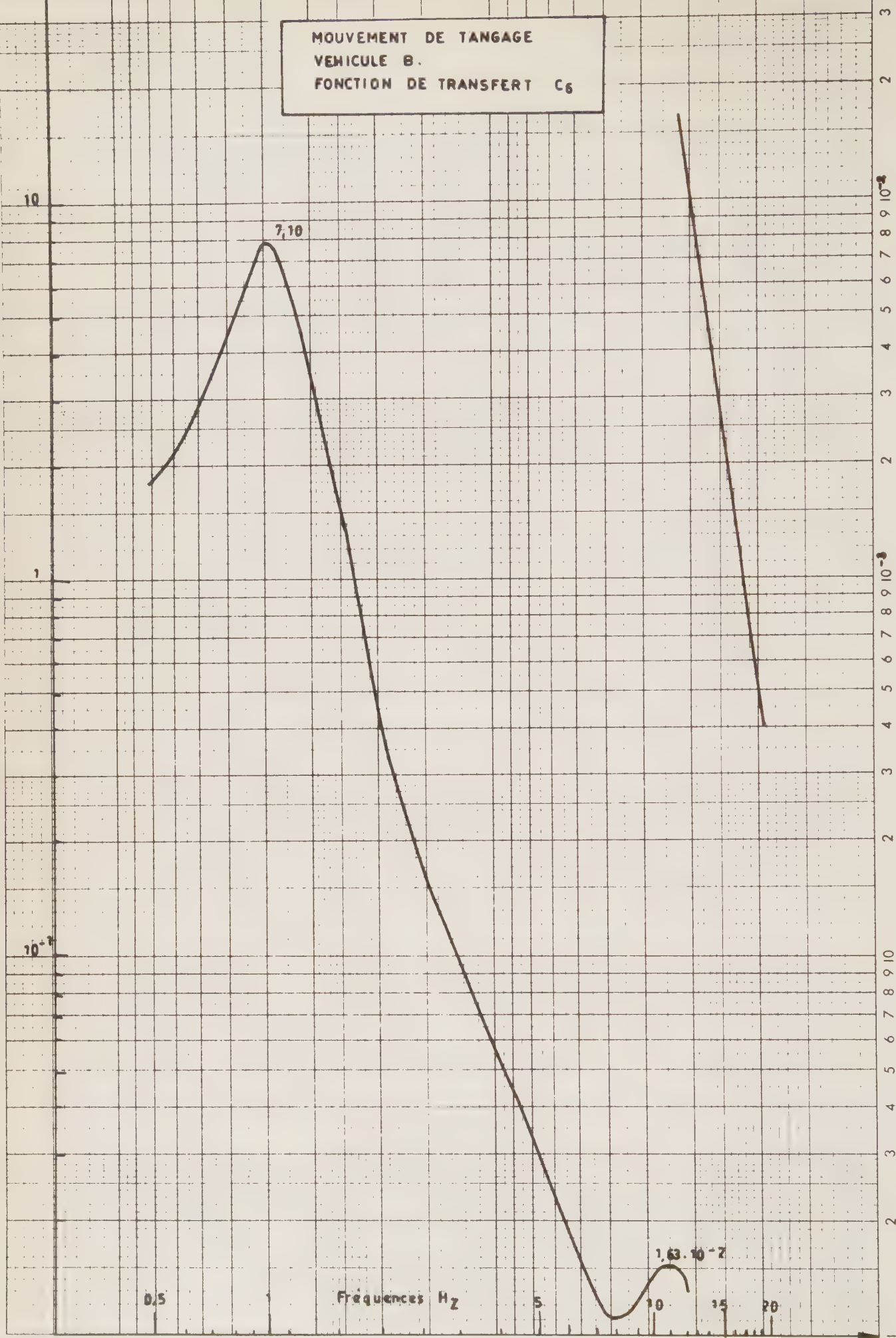


Figure 62

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE C
FONCTION DE TRANSFERT C_3

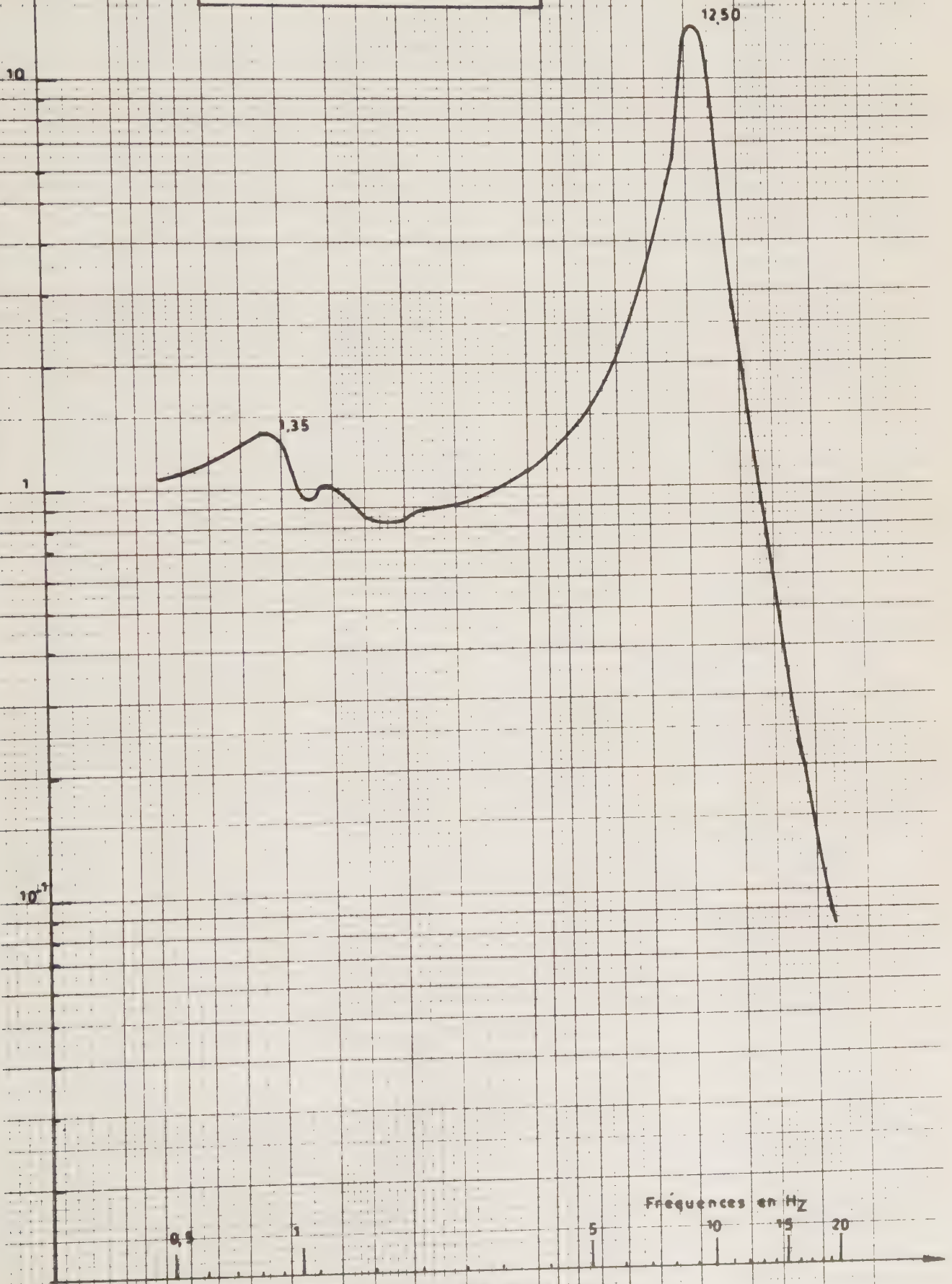
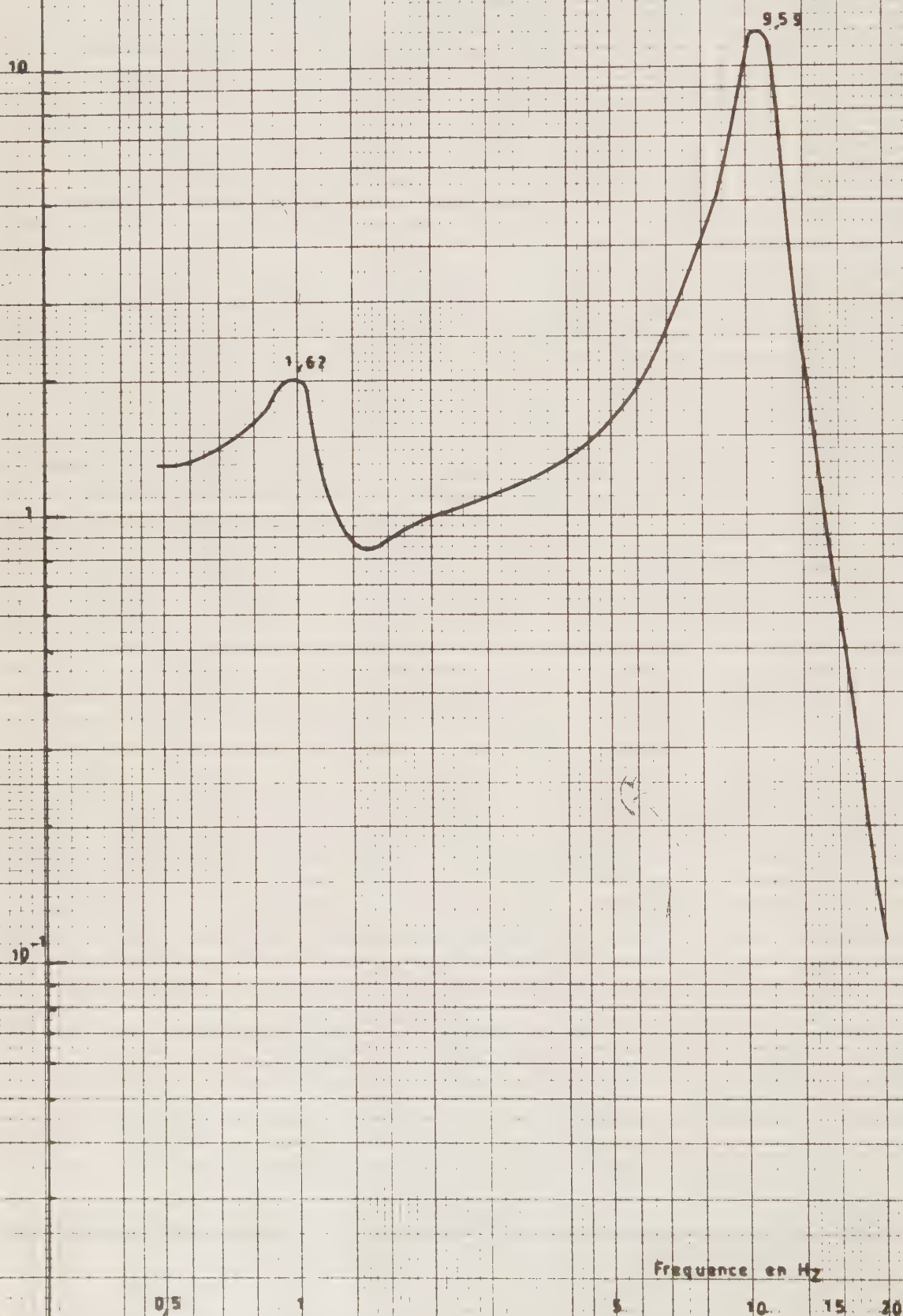


Figure 63

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE C
FONCTION DE TRANSFERT C_L



MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE C
FONCTION DE TRANSFERT C_5

237.

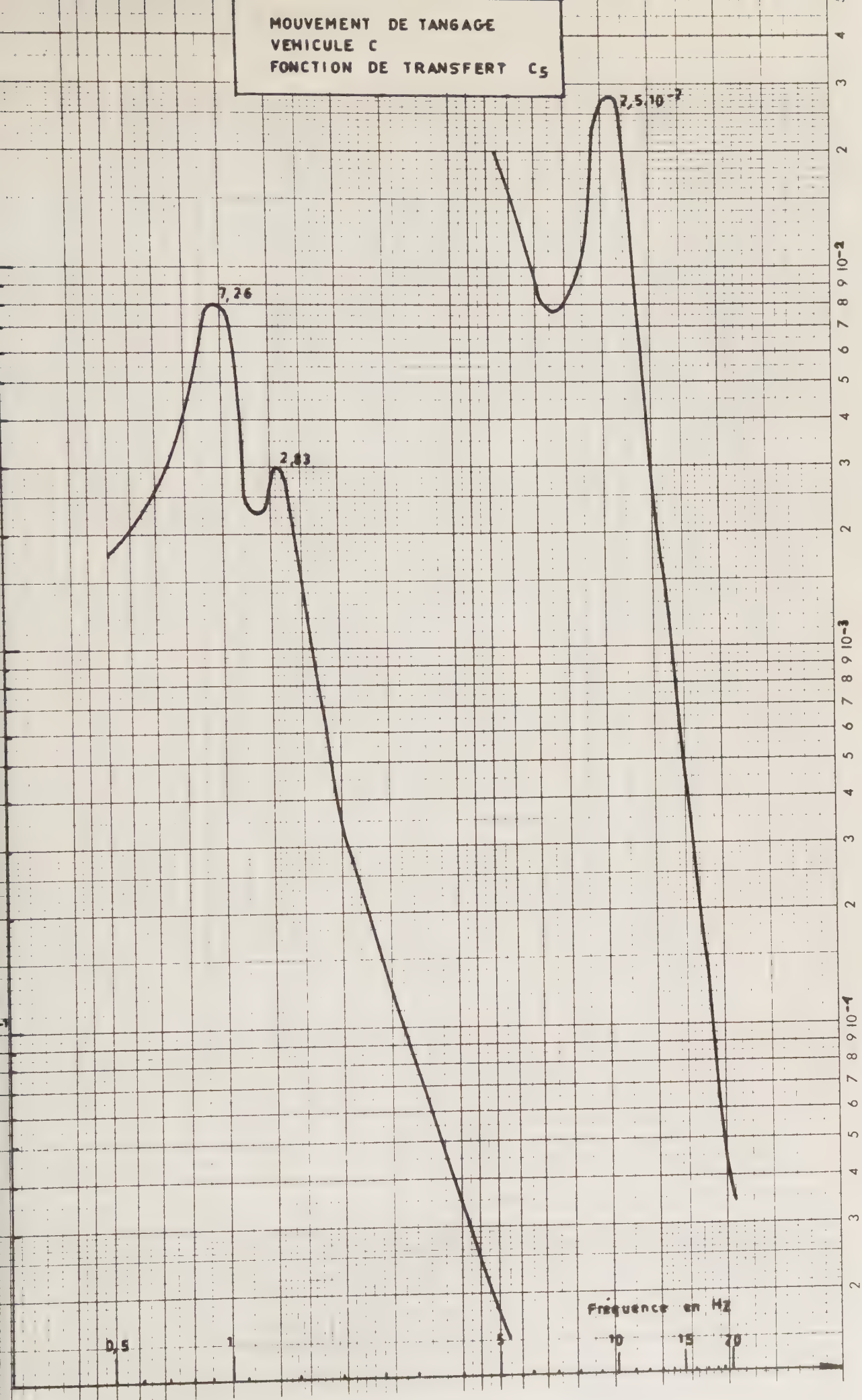


Figure 65

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE C
FONCTION DE TRANSFERT C6

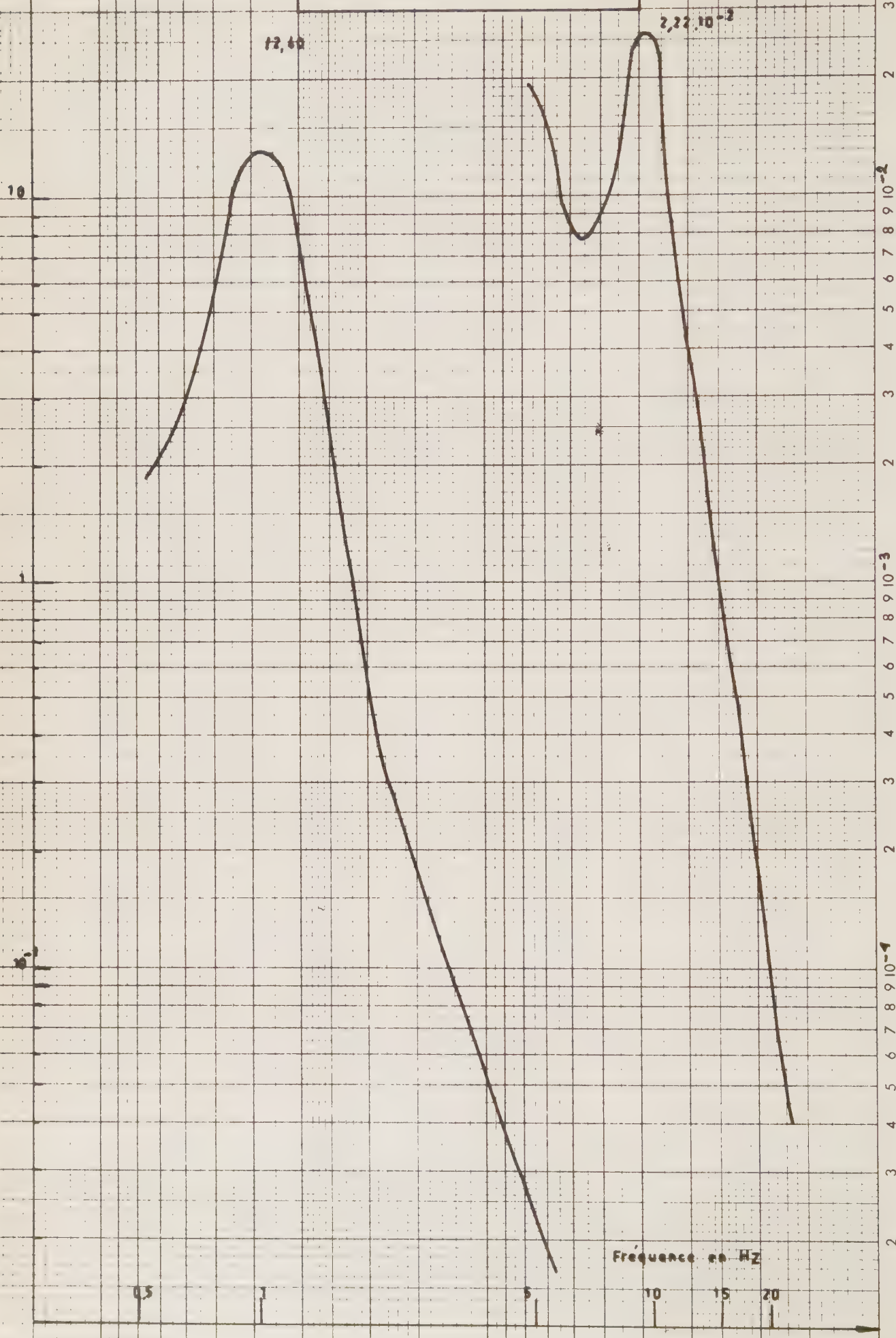


Figure 66

densité spectrale
g²/Hz

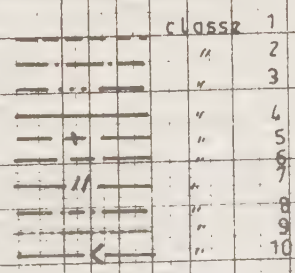
MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE A S V₅

7047
5704
4013
3195
2350
1402
920
788
655

19840
12050
8562
5277
4378
3815
3547
2862

69050
39200
31810
18720

749



frequence en Hz

Figure 67

densité spectrale

g^2/m^2

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE A
SV 6

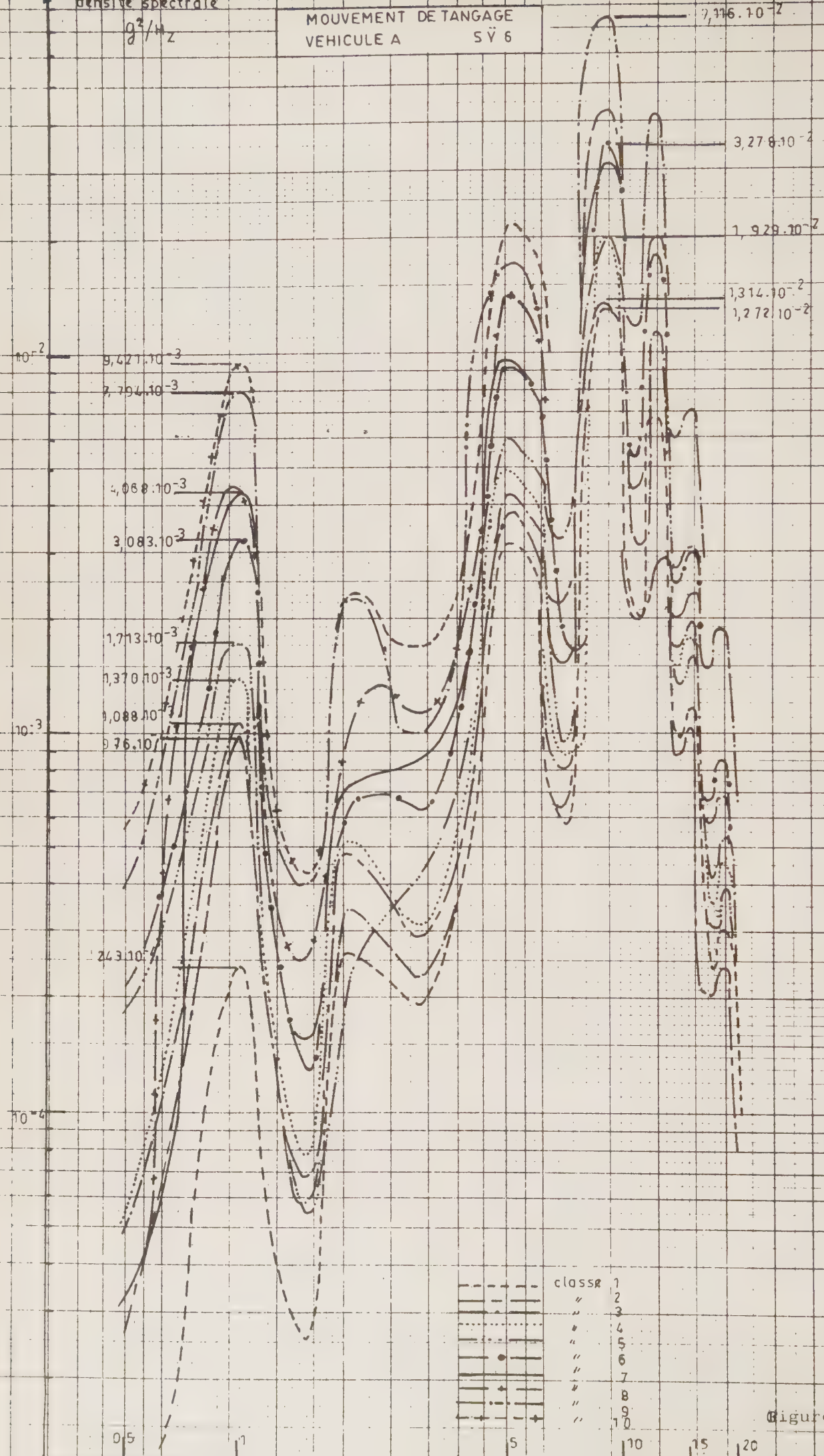


Figure 68

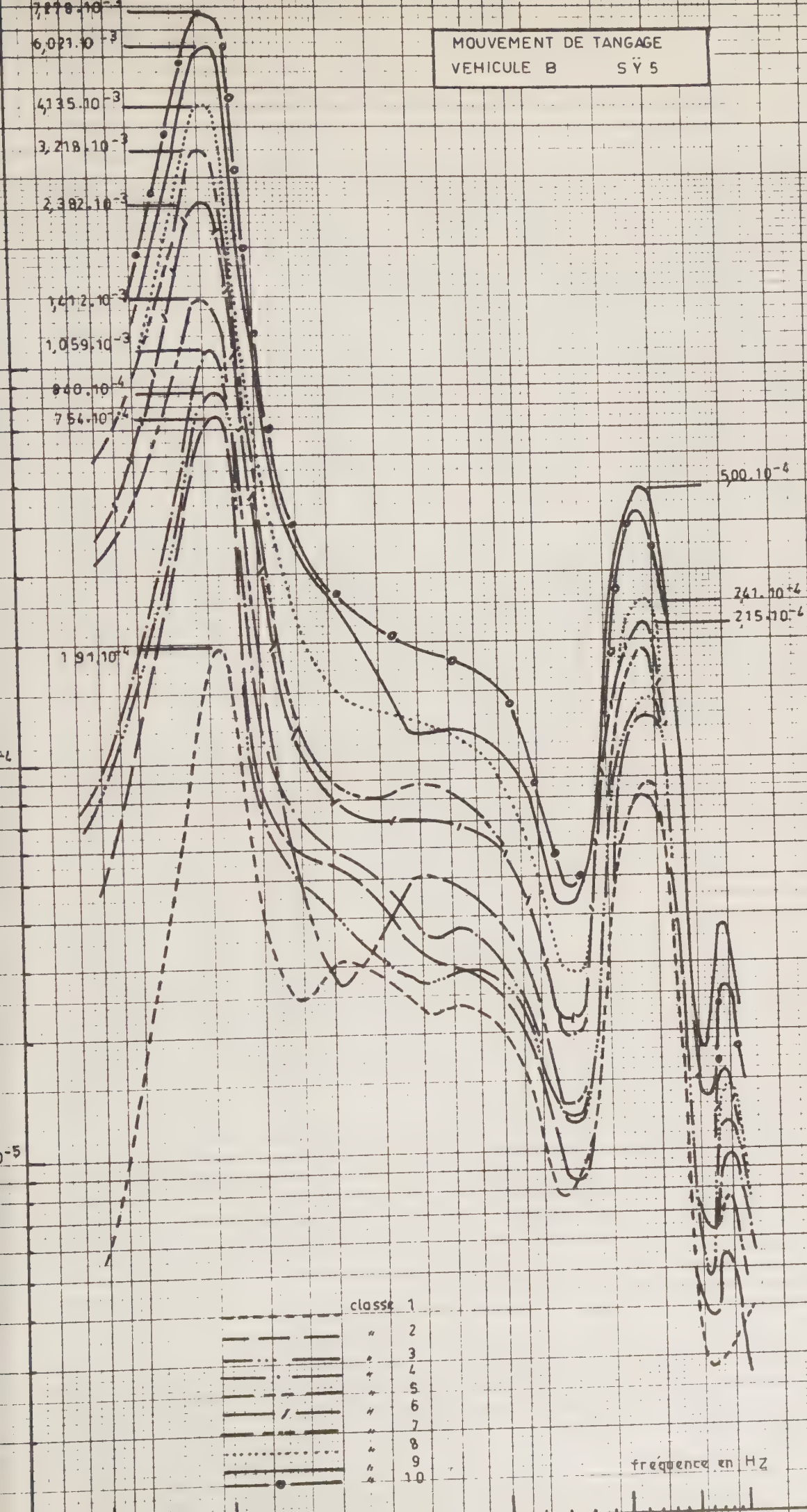
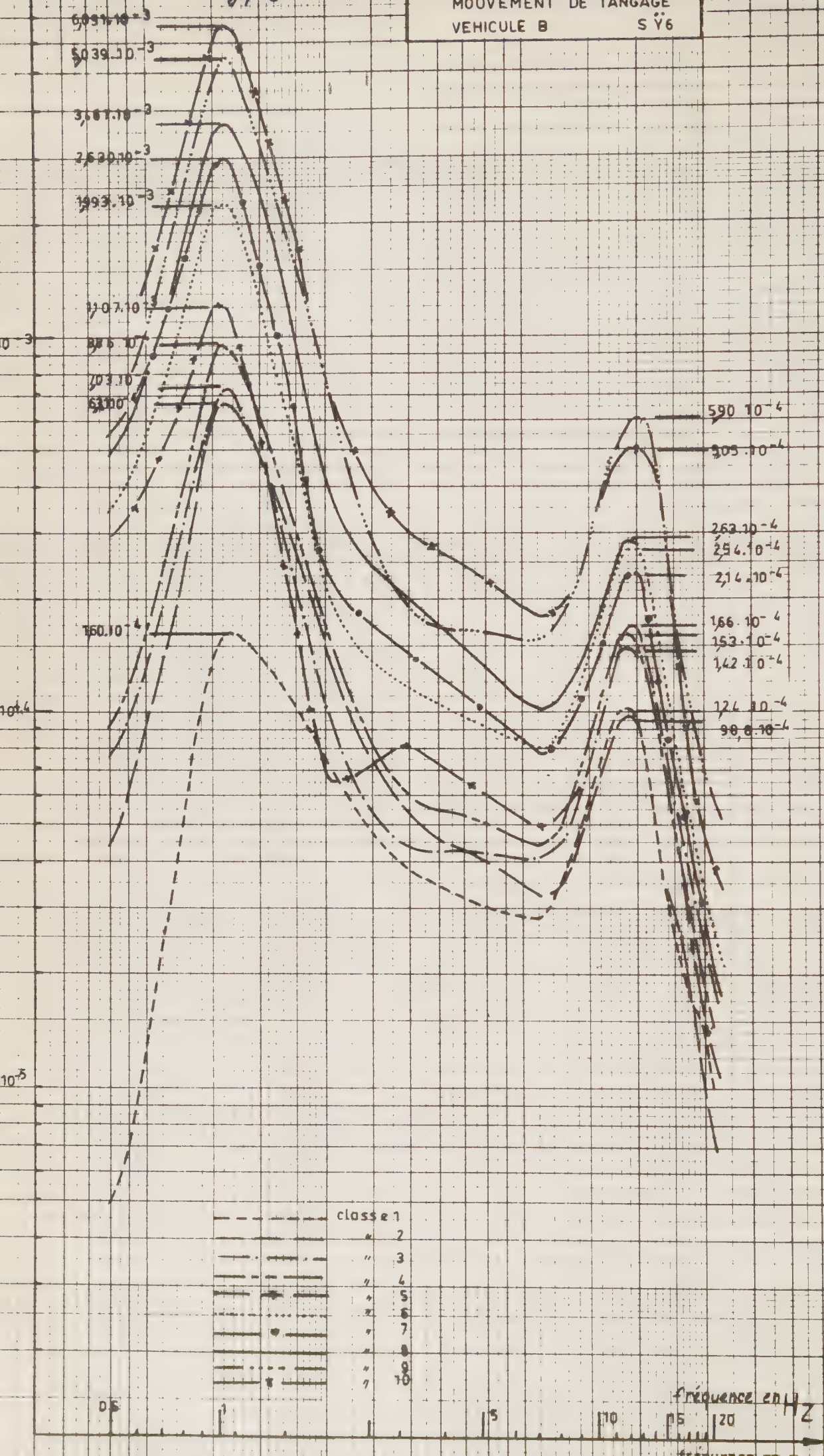
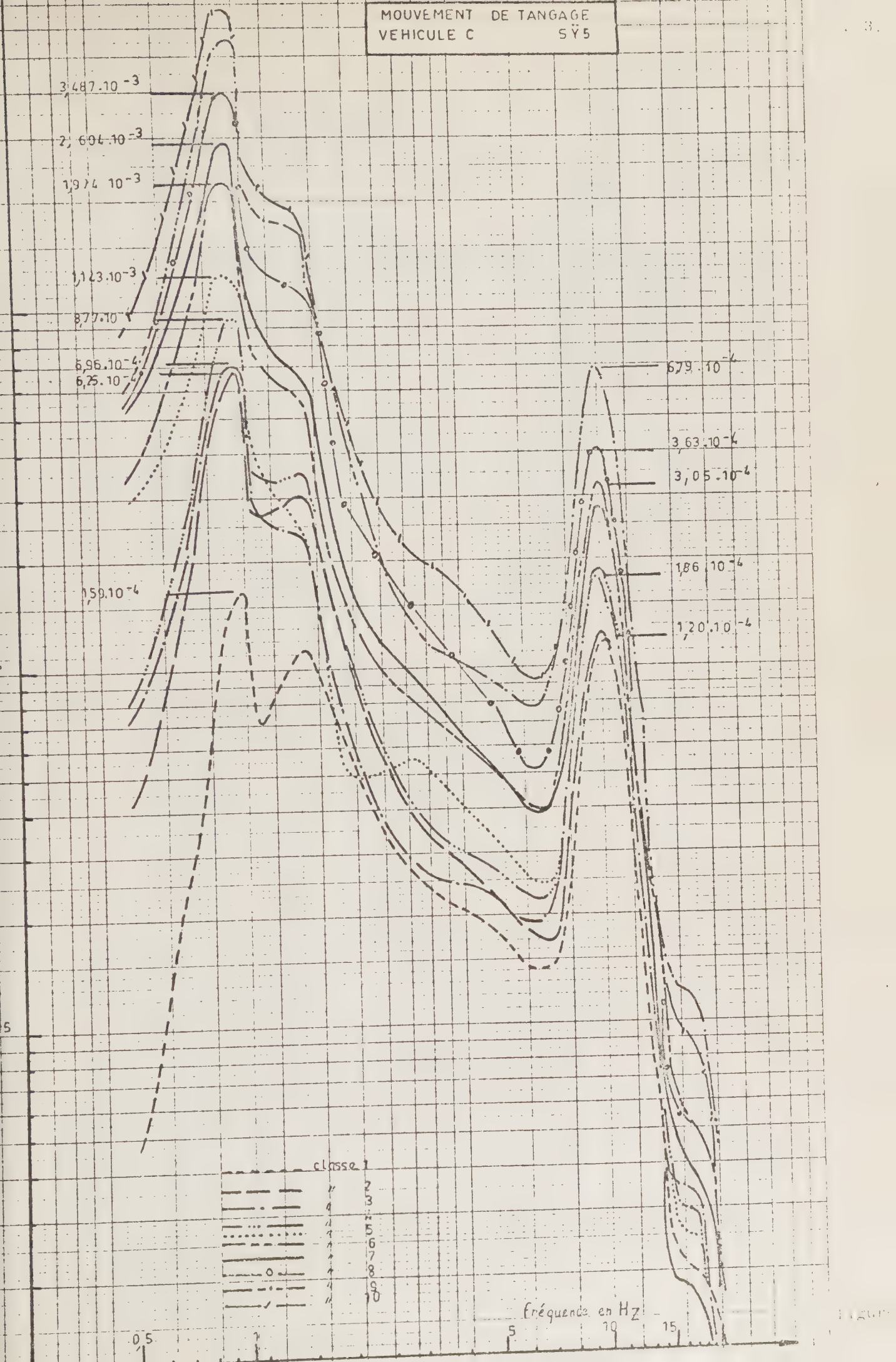


Figure 69



Figure

MOUVEMENT DE TANGAGE
VEHICULE C SY5



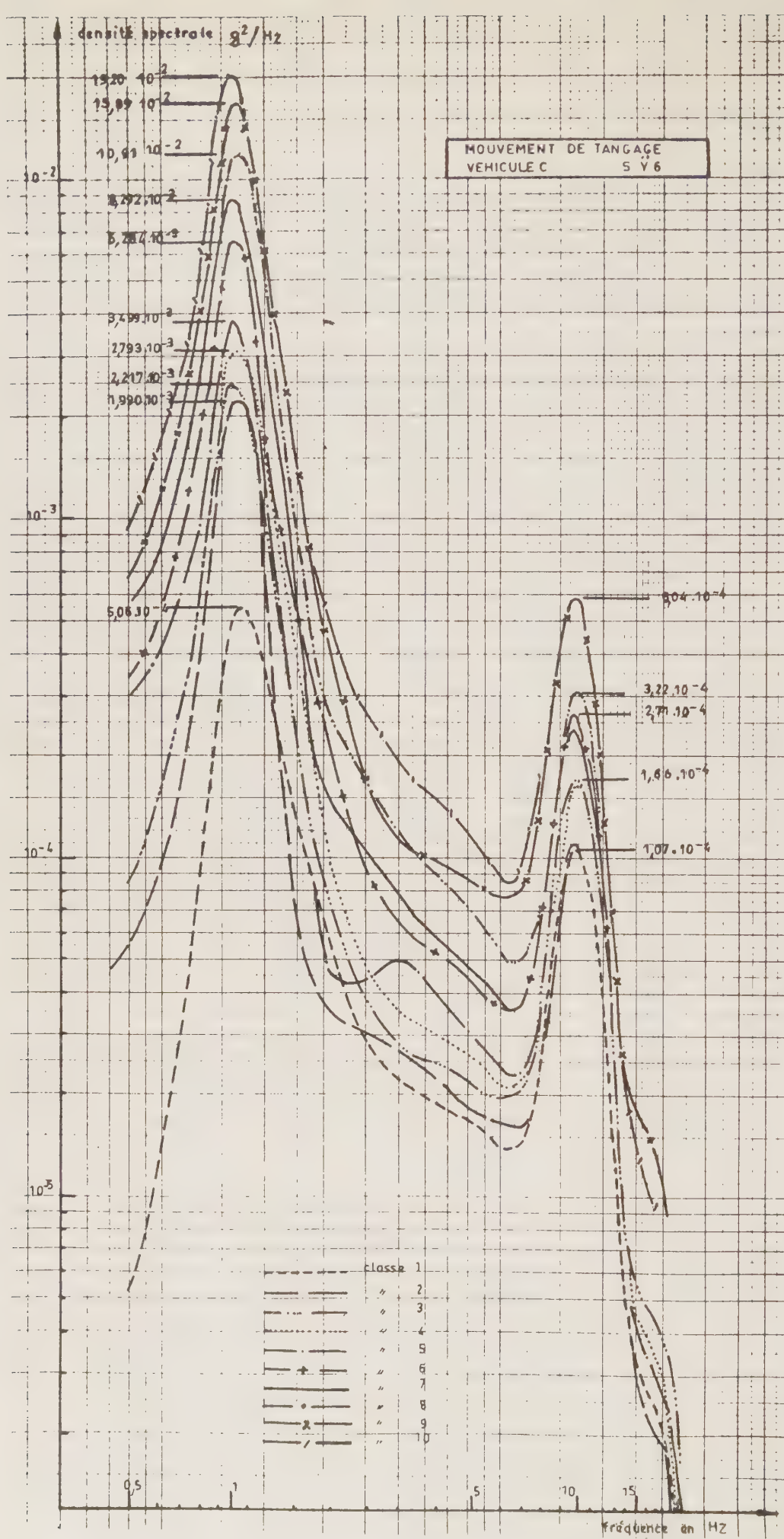


Fig. 72

4 - ANALYSE DES RESULTATS

1. Le Critère "CONFORT"

On étudie le "confort" ou "l'inconfort" dû aux accélérations verticales à l'exclusion des autres phénomènes tel que la vibration des tôles, le bruit... etc.

On décrit le phénomène vibratoire par sa densité spectrale (P.S.D.).

Il faut ensuite tirer de cette fonction une valeur, de façon à pouvoir ordonner le confort.

Une technique possible serait d'utiliser une fonction de transfert de l'homme "moyen" supposé être un système linéaire (Ex. : norme Allemande, ou db(A) en acoustique) et d'en faire l'intégrale.

On note cependant que :

- a - Toutes les fonctions de transfert de l'homme données dans la littérature, sont en fonction des accélérations relativement plates dans la gamme 0,5 à 20 Hz.
- b - Etant donné notamment l'effet de filtre du siège, la "P.S.D." des accélérations au niveau du siège présente une pointe très marquée pour la fréquence de résonance caisse (Q de l'ordre de 4), on a été conduit par simplification à prendre comme critère de confort pour un véhicule donné et une vitesse donnée et en fonction de la route, le niveau P.S.D. (Φ_0) de l'accélération au niveau du châssis (le siège ne faisant filtre que pour $f \gg f_0$).

On décrit donc, le critère confort de la façon suivante :

Le confort a pour critère la valeur de la densité spectrale (P.S.D.) d'accélération verticale à la fréquence de résonance de la caisse. Ce critère est valable pour un véhicule donné circulant à une vitesse constante sur une route d.

La route est donc, confortable ou inconfortable pour une voiture donnée (circulant à une vitesse constante), si la P.S.D. d'accélération verticale que subit cette voiture dépasse ou non un seuil déterminé, selon les études faites par les physiologistes sur les limites de tolérance de l'homme aux vibrations et aux accélérations verticales. Le degré du confort de la route doit être établi donc suivant la fourchette des limites de tolérance humaine.

Pour établir le ou les seuils de l'inconfort, on fait une hypothèse simplificatrice, suivant laquelle les courbes de P.S.D. ont une forme constante représentée par la figure 73 (en coordonnées Log-Log).

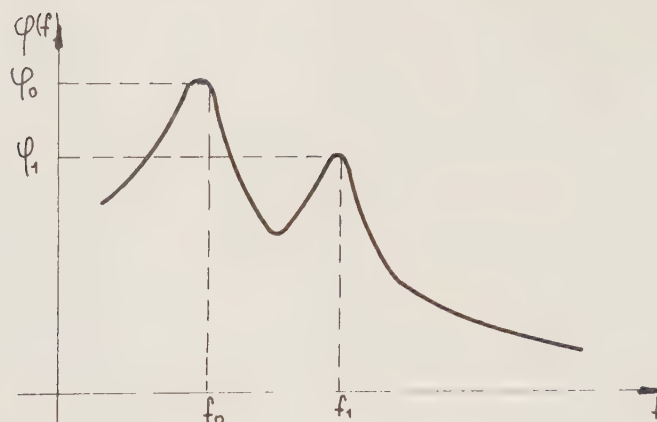


Fig. 73

On cherche l'intégrale : $\int \Phi(f) df = K_0 \Phi(f_0)$

On a :

$$\Phi(f) = \Phi(f_0) \cdot A\left(-\frac{f}{f_0}\right)$$

$$\begin{aligned} \int \Phi(f) df &= \Phi(f_0) f_0 \int A\left(\frac{f}{f_0}\right) \frac{df}{f_0} \\ &= K_1 f_0 \Phi(f_0) \end{aligned}$$

d'autre part, on connaît l'amplitude admissible en accélération. Il faut la relier à σ^2 .

En sinusoïdale on a :

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \int \Phi(f) df \\ &= a^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt \end{aligned}$$

$$= a^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2}{2}$$

On a donc :

$$\left[\sigma^2 = K_1 f_0 \phi(f_0) = \frac{a^2}{2} \right]$$

On utilisera donc la formule approximative :

$$\phi(f_0) = \frac{a^2}{2} \frac{1}{K_1 f_0}$$

Pour relier le niveau d'accélération "a", qui représente le seuil de tolérance de l'homme aux accélérations, à $\phi(f)$ la densité spectrale d'accélération au niveau du châssis du véhicule, on doit tenir compte des points suivants :

a - Les courbes de densité spectrale d'accélération au niveau du châssis ont pratiquement la forme représentée sur la figure 74 ci-contre. D'une façon générale la courbe de la P.S.D. représente deux pics importants, le premier se trouve autour de 1,1 Hz et le deuxième autour de 10 Hz. On s'intéresse à celui des très basses fréquences (1,1 Hz), car le siège ne peut pas jouer son rôle de filtre à cette fréquence. Pour évaluer le niveau d'accélération correspondant à ce pic, on doit chercher la valeur de l'intégrale $S\phi(f) df$ dans l'intervalle 0,5 à 3 Hz (négligeable au-dessous de 0,5, négligeable et filtré par le siège au-dessus de 3 Hz).

b - Nous avons calculé l'aire réelle de la P.S.D. (sur des coordonnées cartésiennes) pour plusieurs véhicules automobiles et pour plusieurs routes dans l'intervalle 0,5 à 3 Hz, et nous avons trouvé que l'aire A est égale à 1,1 fois la valeur de la P.S.D. à la fréquence de résonance :

$$\int \phi(f) df = A(f) = 1,1 \phi(f_0)$$

ce qui revient à dire que l'aire A est égale à un triangle dont la hauteur est égale à $\phi(f_0)$ et la base à 2 Hz.

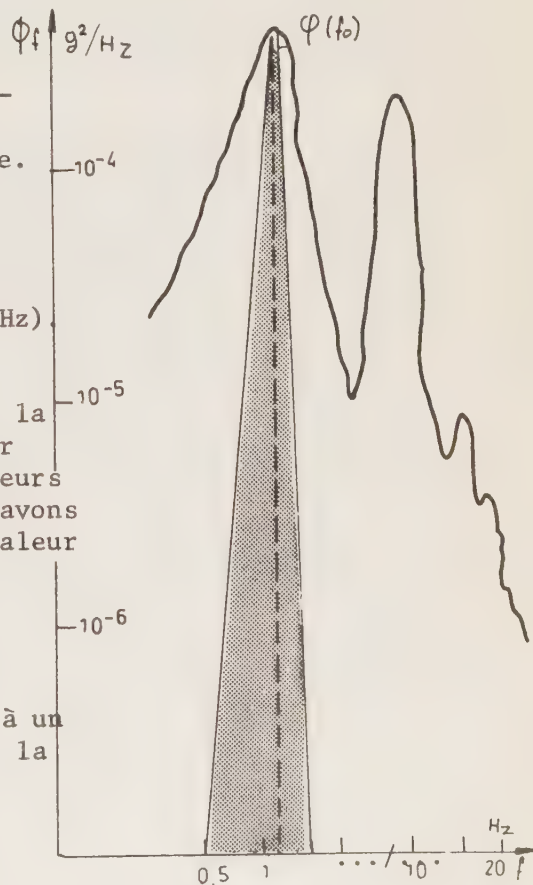


Fig. 74

c - Nous reproduisons ci-contre deux figures représentant les impressions de pénibilité ressenties par des sujets assis sur un siège dur (fonction de transfert égale à 1), en fonction de l'accélération (ou l'amplitude) et de la fréquence de l'excitation. L'étude a porté sur 16 sujets d'après Parks 1963. La première figure 75 se limite malheureusement à 2 Hz, la figure 76 représente les impressions de pénibilité à partir de 1 Hz. On trouve d'après cette courbe qu'il est possible d'adopter les limites suivantes pour le confort du passager aux fréquences entre 0,5 et 3 Hz :

- Nettement perceptible 0,05 g
- Assez désagréable 0,25 g
- Extrêmement désagréable 0,50g
- Alarmant 0,70 g.

On applique la relation précédente :

$$\int \Phi(f) df = 1,1 \Phi(f_0)$$

pour calculer la relation entre "a" l'amplitude de l'accélération et $\Phi_0(f_0)$ la P.S.D. de la fréquence de résonance :

On a :

$$\sigma^2 = \frac{a^2}{2} = \int \Phi(f) df$$

d'où :

$$\frac{a^2}{2} = 1,1 \Phi(f_0)$$

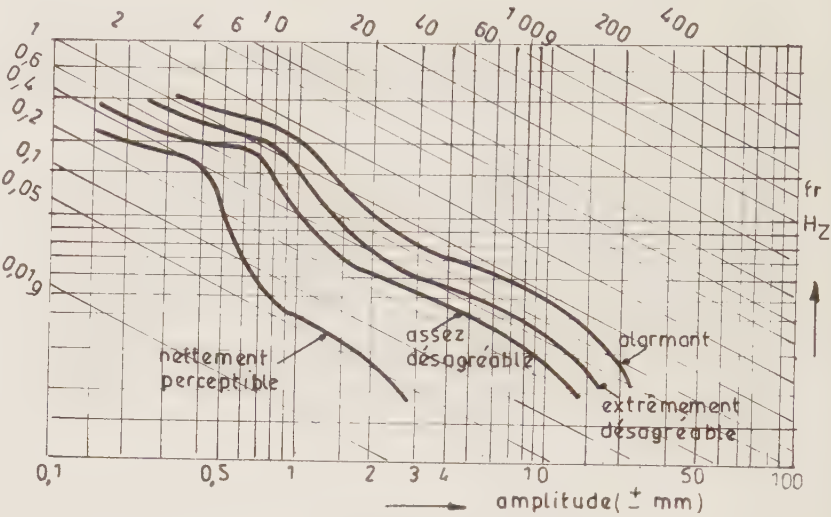


Fig. 75 - les impressions de pénibilité ressenties par des sujets en fonction de l'amplitude et de la fréquence de l'excitation (d'après PARKS 1963)

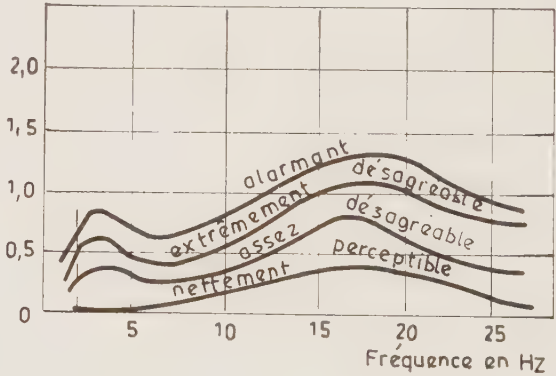


Fig. 76 - les impressions de pénibilité ressenties par des sujets en fonction de l'accélération et de la fréquence de l'excitation (d'après PARKS 1963).

d'où :

$$\left[\Phi(f_o) = \frac{a^2}{2,2} \right]$$

Cette relation très intéressante nous servira pour établir les limites du confort en fonction de $\Phi(f_o)$, tableau 33 .

Tableau 33

VARIATION DE L'IMPRESSION DE PENIBILITE EN FONCTION DE $\Phi(f_o)$

IMPRESSION	ACCELERATION	$\Phi (f_o)$
Nettement perceptible	5.10^{-2} g	$1,15.10^{-3}$ g ² /Hz
Assez désagréable	25.10^{-2} g	$2,85.10^{-2}$ g ² /Hz
Extrêmement désagréable	5.10^{-1} g	$1,15.10^{-1}$ g ² /Hz
Alarmant	7.10^{-1} g	$2,23.10^{-1}$ g ² /Hz.

Si l'on prend la première courbe, Fig. 75, représentant la relation entre l'accélération, l'amplitude, et la fréquence de l'excitation, étant donné qu'on rencontre sur route une variation d'amplitude entre 1 et 50mm, on trouve que l'impression du passager varie de la manière suivante :

<u>l'amplitude</u>	<u>l'accélération</u>	<u>l'impression</u>
entre 2 et 10 mm	entre 0,05 et 0,2 g	Nettement perceptible
entre 10 et 20 mm	"	Assez désagréable
entre 20 et 50 mm	"	Extrêmement désagréable
entre 2 et 10 mm	entre 0,2 et 0,3 g	Assez désagréable

entre 20 et 50 mm	entre 0,2 et 0,3 g	Extrêmement désagréable
entre 2 et 10 mm	entre 0,3 et 0,4 g	Assez désagréable
entre 10 et 20 mm	" " " "	Extrêmement désagréable
entre 20 et 50 mm	" " " "	"
entre 2 et 10 mm	entre 0,4 et 0,6 g	Extrêmement désagréable
entre 10 et 50 mm	entre 0,4 et 0,6 g	Alarmant.

On trouve donc que les limites mentionnées dans le tableau précédent sont valables pour le cas d'une voiture circulant sur une route.

d - Nous pouvons à partir du tableau 33 précédent établir une gamme de valeurs représentant le niveau du confort du véhicule et de la route en fonction de la P.S.D., dans la gamme de très basses fréquences (les grandes longueurs d'onde), tableau 34.

Tableau 34

CLASSEMENT DES ROUTES SUIVANT L'ACCELERATION TRANSMISE AU VEHICULE

CLASSE DE LA ROUTE	ACCELERATION/g AU NIVEAU DU CHASSIS	$\Phi(f_0)$ g ² /Hz P.S.D. à la fréquence f_0
1	$\leq 1.10^{-2}$	$\leq 4.10^{-5}$
2	$\leq 3.10^{-2}$	$\leq 4.10^{-4}$
3	$\leq 5.10^{-2}$	$\leq 1,15.10^{-3}$
4	$\leq 1.10^{-1}$	$\leq 4,5.10^{-3}$
5	$\leq 2.10^{-1}$	$\leq 2.10^{-2}$
6	$\leq 3.10^{-1}$	$\leq 4.10^{-2}$
7	$\leq 4.10^{-1}$	$\leq 7.10^{-2}$
8	$\leq 5.10^{-1}$	$\leq 1.10^{-1}$
9	$\leq 6.10^{-1}$	$\leq 1,6.10^{-1}$
10	$\geq 7.10^{-1}$	$\geq 2,2.10^{-1}$

e - il est évident que le classement des routes varie en fonction du véhicule, par exemple une route peut être considérée à la fois de la première classe, pour un véhicule A si $\Phi(f_0)$ de ce véhicule est égale ou inférieure à $4.10^{-5} \text{ g}^2/\text{hz}$, et pour un véhicule B différent de A si $\Phi(f_0)$ de ce dernier est égale à une valeur inférieure à $4.10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$.

Le classement de routes adopté (voir tableau 9) est établi en fonction de plusieurs voitures moyennes Françaises ; ce classement pouvant être modifié au fur et à mesure du progrès de l'automobile, en gardant toutefois les limites indiquées dans le tableau 34, qui représentent les limites de tolérance de l'homme.

Conclusion partielle :

Le confort peut être caractérisé par le niveau de la densité spectrale d'accélération verticale à la fréquence de résonance de la caisse correspondant à la gamme des très basses fréquences (0,5 à 4 Hz).

Cette définition est valable pour une vitesse constante et pour le véhicule étudié.

Les routes peuvent être classées en fonction du véhicule, donc la classe de la route est fonction de sa propre géométrie et des caractéristiques du véhicule.

Le classement adopté dans cette étude a tenu compte de la géométrie de la route et des caractéristiques techniques des voitures françaises moyennes.

2. Le mouvement de roulis

Tout d'abord, nous supposons que les mouvements principaux "de roulis et de tangage" sont découplés. C'est-à-dire que nous ferons intervenir séparément sur chaque mouvement l'influence des caractéristiques superficielles de la chaussée. Ou bien, nous étudierons l'influence des irrégularités transversales qui créent le mouvement de roulis, puis celle des irrégularités longitudinales qui créent "principalement" le mouvement de tangage.

a - les phénomènes dûs au véhicule :

On remarque d'après les fonctions de transfert des trois voitures étudiées qu'elles présentent un ou plusieurs "pics" dans le domaine des très basses fréquences. Nous nous intéressons plus particulièrement aux

fonctions H_{11} et H_{41} qui représentent les réponses en fréquence du véhicule au niveau du châssis : H_{11} traduit le mouvement vertical du centre de gravité de l'essieu, et H_{41} traduit l'angle de roulis au centre de gravité de l'essieu étudié.

1 - La voiture A, considérée comme véhicule peu confortable présente un pic très important à 1,1 Hz pour H_{11} et à 1,3 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu avant, et un pic également très important à 1,2 Hz pour H_{11} et à 1,2 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu arrière.

2 - La voiture B, considérée comme véhicule d'un confort moyen présente un pic à 1,0 Hz pour H_{11} et à 1,2 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu avant, et un pic à 1,0 Hz pour H_{11} et à 1,0 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu arrière.

3 - La voiture C, considérée comme véhicule confortable présente un pic à 1,1 Hz pour H_{11} et à 1,4 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu avant et un pic à 1,1 Hz pour H_{11} et à 1,2 Hz pour H_{41} au niveau de l'essieu arrière.

On remarque que la fréquence propre de la caisse (les pics) des trois voitures se trouve autour de 1,2 Hz pour le déplacement du centre de gravité et pour l'angle de roulis ; c'est-à-dire que la fréquence propre de la caisse du véhicule n'intervient pas dans la détermination du niveau de son confort, et que la différence observée entre les trois véhicules est fonction de l'amplitude et de la phase de la fonction de transfert.

1 - Niveau d'amplification

1.1 - Fonction de transfert H_{11} :

Cette fonction de transfert traduit la réponse du véhicule au centre de gravité de la masse suspendue, quand on excite celui-ci par une seule roue. On remarque d'après les trois véhicules que l'amplitude de cette fonction de transfert à la fréquence de résonance de la caisse varie de la façon suivante :

Véhicule A {	Ess. AV	3,17	$f_o = 1,2 \text{ Hz}$
	Ess. AR	2,65	

Véhicule B {	Ess. AV	1,79	$f_o = 1,0 \text{ Hz}$
	Ess. AR	1,25	
Véhicule C {	Ess. AV	2,15	$f_o = 1,1 \text{ Hz}$
	Ess. AR	1,65	

Autre remarque : le niveau d'amplification du véhicule B est moins élevé que celui du véhicule C, et par conséquent le véhicule B est plus confortable que le véhicule C (de part ses caractéristiques géométriques). Ce résultat est confirmé par l'étude expérimentale que nous avons effectué sur les trois voitures.

1.2 - Fonction de transfert H_{41} :

Cette fonction de transfert traduit l'angle de roulis au centre de gravité de la masse suspendue, quand on excite le véhicule par une seule roue. On remarque que l'angle de roulis à la fréquence de résonance de la caisse varie en fonction des trois véhicules de la manière suivante :

Véhicule A {	Ess. AV	7,65 rad/m
	Ess. AR	5,38 rad/m
Véhicule B {	Ess. AV	3,39 rad/m
	Ess. AR	1,91 rad/m
Véhicule C {	Ess. AV	4,15 rad/m
	Ess. AR	3,06 rad/m

Autre remarque : le niveau d'amplification du véhicule B est moins important que celui du véhicule C.

Nota :

La fonction de transfert H_{41} est la seule fonction qui accepte une unité : rad/m.

Nous ne discuterons pas les fonctions de transfert H_{21} et H_{31} concernant les masses non suspendues, étant donné que les mouvements des roues n'interviennent pas directement sur le confort du véhicule. On note cependant que les calculs effectués serviront pour l'étude de la sécurité du véhicule automobile, pour l'étude de l'influence des différents éléments de la suspension et pour vérifier la validité des modèles mathématiques adoptés.

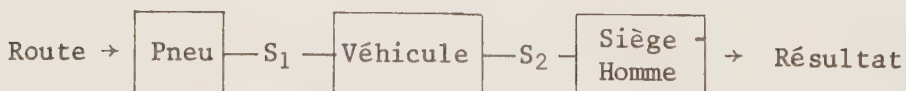
2 - Influence du siège

On a remarqué que le véhicule "C" qui était pris comme le véhicule le plus confortable se montrait moins confortable que le véhicule "B". Pour comprendre ce résultat il faut savoir que la nomination "confortable" ou "moyennement confortable" est donnée à ces véhicules par les usagers. L'étude expérimentale nous a donc permis de connaître l'origine de cette appellation, malgré le niveau d'accélération constaté au niveau du châssis. L'explication est toute simple :

Les sièges du véhicule "C" sont mieux étudiés que les sièges du véhicule "B". Nous n'avons pas étudié l'influence du siège sur la notion du confort, car l'étude de cette influence sort largement du cadre de notre recherche, nous nous contenterons de présenter une vue bibliographique de l'effet du siège. Nous profitons d'ailleurs de ce passage pour expliquer notre point de vue et dissocier l'ensemble homme siège du reste du véhicule. En effet nous avons toujours dissocié l'ensemble siège-homme du mouvement au niveau du plancher du véhicule, d'abord parce que l'homme est un sujet très variable (voir chapitre 1), puis parce qu'on peut changer plus facilement de siège que de voiture. En bref, nous avons supposé que la relation route-véhicule doit être étudiée en étapes :

- 1ère - la route
- 2ème - le pneu
- 3ème - le véhicule (chassis + suspension)
- 4ème - l'ensemble Homme-siège

et de la façon suivante :



Nous obtiendrons un système en cascade avec comme première entrée : la route, et comme dernière sortie : l'effet de la route sur l'homme à travers les différents paramètres.

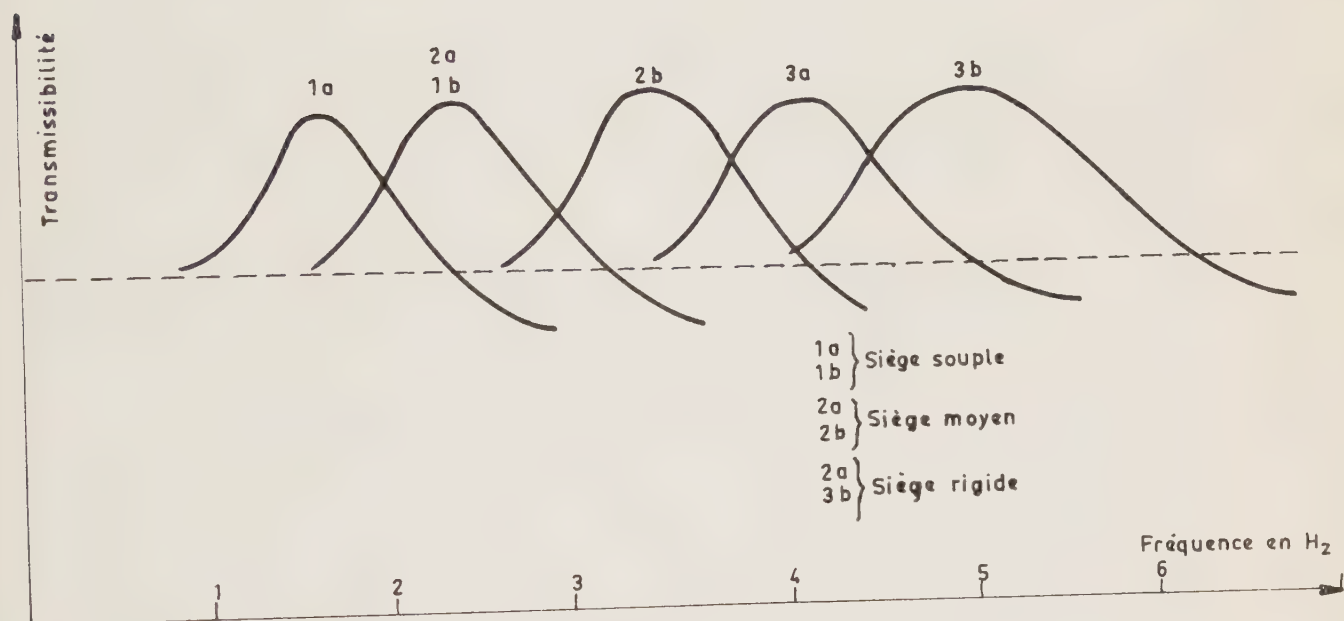
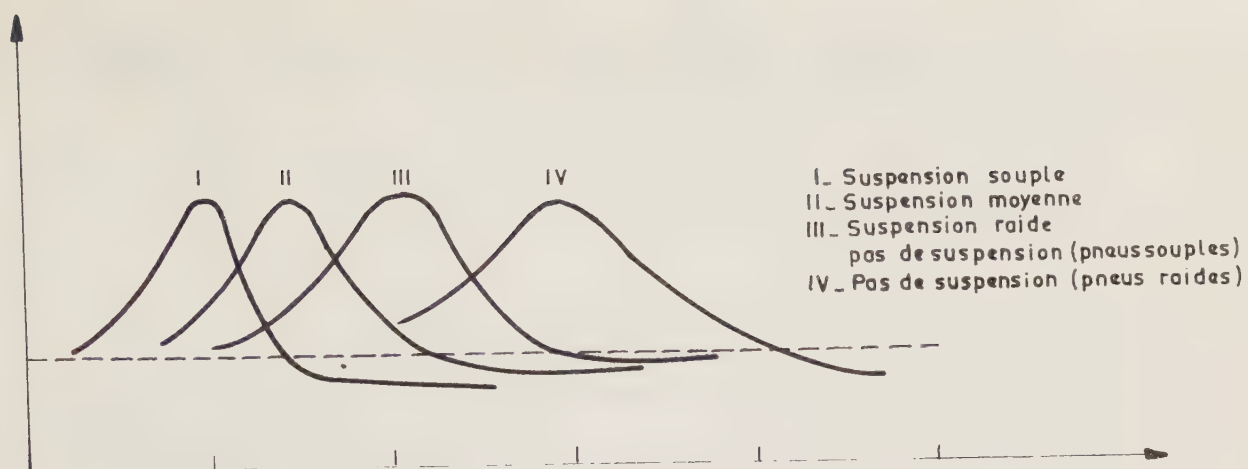


Fig. 77

Pour justifier ce choix, nous allons mettre en évidence l'influence du siège sur les résultats, aussi nous reprendrons l'étude faite par MM. les Professeurs Wisner et Berthoz.

Sur la figure 77, sont reproduites les courbes idéalisées de trois types de sièges : souple, moyen et dur.

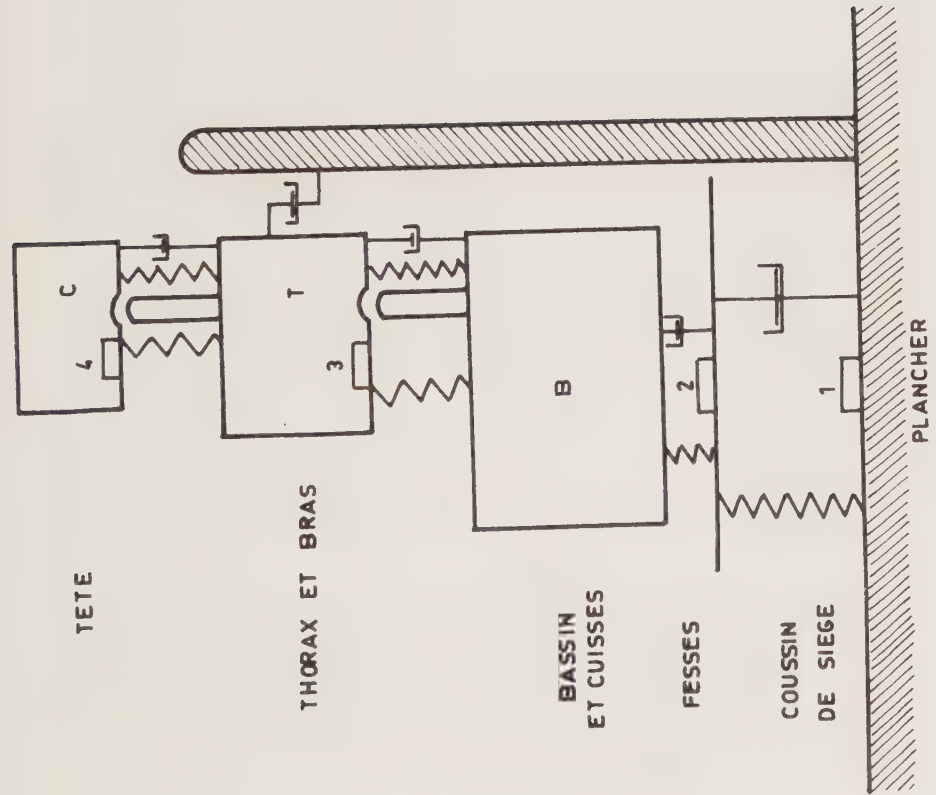
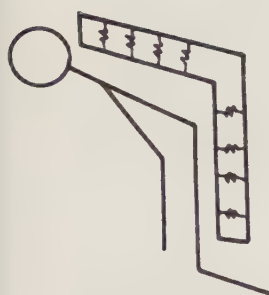
Pour chaque siège, deux courbes de réponse sont données : elles constituent les limites entre lesquelles varient les propriétés dynamiques. Grâce à ces courbes de suspension et de siège, il est facile de comprendre comment apparaissent certaines combinaisons fâcheuses. Si l'on place un siège souple dans une voiture ayant une suspension de raideur moyenne, on détermine une résonance entre les deux parties du système pour les grandes excitations provenant de la route : le passager fait dans la voiture des bonds désordonnés. Si l'on place au contraire dans cette même voiture, un siège de souplesse moyenne, le résultat est correct.

De même, si l'on installe dans une voiture de course à suspension très raide un siège de souplesse moyenne, on réalise à nouveau une résonance entre les deux parties, la situation est inconfortable et le passager est très secoué. Si dans cette même voiture de course nous plaçons un siège raide, la situation devient normale.

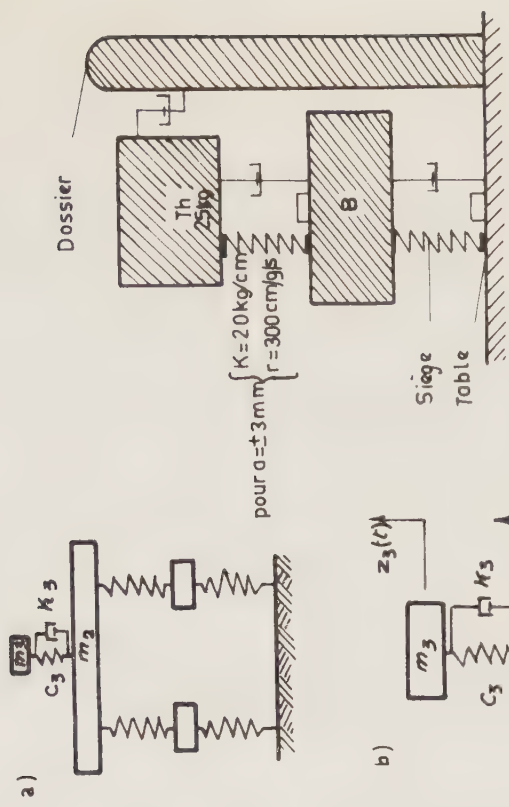
[WISNER] trouve qu'il est impossible d'apprécier le confort d'un siège par de simples études sur table vibrante et que l'épreuve sur véhicule est indispensable pour tenir compte de la combinaison complexe constituée par la suspension, le siège et l'homme.

Nous sommes tout à fait d'accord avec la réflexion du Professeur WISNER, mais nous croyons que la raison pour laquelle les résultats obtenus n'étaient pas "parlants" est dûe au fait que les signaux injectés à la table vibrante au C.N.A.M. étaient sinusoïdale avec une gamme d'amplitude entre ± 1 et ± 10 mm, notre intention est d'injecter les signaux recueillis au niveau du châssis dans une table vibrante afin de déterminer l'effet véritable des accélérations verticales provoquées par l'uni, mais comme nous l'avons indiqué plus haut, cette expérience sort du cadre de cette recherche, néanmoins il est possible de la réaliser dans un prochain avenir.

Sur la figure 78, nous avons représenté un modèle mathématique proposé par [MITSCHK] pour représenter le siège, ce modèle bien qu'il soit très simplifié (car il ne tient pas compte de l'influence du dossier comme résonateur), complique les calculs et ajoute un degré de liberté supplémentaire.



MODELE COMPLET DE L'ENSEMBLE HOMME - SIEGE .
D'APRES A. BERTHOZ



MITSCHKE

WISNER

Fig. 80

Fig. 78

Fig. 79

Dans l'étude faite par |WISNER|, nous avons trouvé, un modèle mathématique pour représenter l'ensemble siège-homme, il est évident que ce modèle ajoute trois degrés de liberté supplémentaires bien qu'il ne tienne pas compte du bassin et du thorax de l'homme, Figure 79.

Sur la figure 80, nous avons reproduit un modèle assez complet de l'ensemble Homme-siège proposé par M. BERTHOZ nous citons ci-après les critiques apportés par |BERTHOZ| même sur ce modèle :

"On a fait figurer le ressort et l'amortisseur correspondant à la suspension du bassin procurée par les parties molles des fesses et le coussin. Au-dessous d'un plateau rigide se trouvent le ressort et l'amortisseur correspondant à la suspension du siège. On notera que, dans les sièges non suspendus le dossier est indépendant du coussin. Il existe entre ce dossier et le thorax des frottements plus ou moins importants représentés sur la figure par un amortisseur.

Un tel système est extrêmement complexe à décrire. Il est pratiquement inaccessible au calcul sans faire de grandes simplifications. Et ceci d'autant plus que les maillons représentés sur le modèle comme identiquement composés de masses, de ressorts et d'amortisseurs, ont dans la réalité des propriétés très différentes. Pour ne citer qu'un exemple il faut opposer l'aspect passif du siège aux propriétés actives de la musculature de l'homme, une différence d'attitude, raidie ou relâchée, entraîne des variations de la réponse du siège".

LE SYSTEME HOMME-SIEGE constitue donc un tout et chaque modification d'une partie de ce système entraînera des modifications des propriétés de l'ensemble. Les qualités d'un siège doivent donc être étudiées avec un sujet humain ou avec un modèle mécanique dynamiquement analogue à l'homme.

Il y a plusieurs façons d'essayer un siège :

- En étudiant ses propriétés à partir de variables statiques comme la déflexion sous charge.
- En l'adaptant sur un véhicule puis en faisant des mesures de transmission des vibrations à travers le système siège-homme.
- En l'excitant par une table vibrante ou une table à chocs.

Une caractéristique essentielle d'un siège est sa fréquence de résonance. C'est, rappelons le, la fréquence pour laquelle le siège amplifie au maximum la vibration imposée. Nous avons vu qu'en dessous de cette fréquence le siège transmet les oscillations sans trop les amplifier et qu'au-dessus de cette fréquence, il les atténue si la fréquence de résonance du siège est suffisamment basse par rapport à la fréquence de la vibration

imposée. Il a été montré que les qualités des sièges doivent être étudiés avec des tests dynamiques.

On a montré par exemple que les coussins montrant une certaine plasticité qui en épreuve dynamique se traduit par une hystérésis - or, les courbes d'hystérésis du polyuréthane par exemple varient avec la fréquence de la vibration. En ce qui concerne l'oscillation de basse fréquence, on trouvera en général une **amplification** entre le plancher et le bassin dans la direction verticale. Lorsque la fréquence d'oscillation des véhicules sera supérieure à 3 Hz, si le siège est suspendu, on trouvera une atténuation entre le plancher et le bassin mais une amplification entre le bassin et le thorax et en définitive on verra souvent les conducteurs être animés de mouvements plus amples que le véhicule. Ceci est dû au fait que la fréquence de résonance mécanique du thorax par rapport au bassin est voisine de 5 Hz. Il faut ajouter qu'à ces fréquences le mouvement du thorax se fait en opposition de phase avec le bassin ce qui risque de provoquer des étirements et des compressions néfastes (BERTHOZ).

Nous ajoutons enfin quelques notions sur les différentes sortes de siège :

a) Siège non suspendu : est celui qui suspend le conducteur devant le dossier qui reste solidaire du véhicule. C'est le siège le plus simple et le plus répandu et qui convient aux voitures particulières. Il n'est pas réglable en fonction de la masse qui le charge, il perd une grande partie de son efficacité quand l'excitation est très forte et en cas de mouvements importants, l'effet de cisaillement entre le dossier et le dos du conducteur devient très désagréable.

b) Le siège suspendu : est celui qui a le coussinet et le dossier qui se déplacent avec le conducteur, il est réglable en fonction de la masse du conducteur et reste efficace en cas de secousses importantes, il doit ne se déplacer que verticalement. C'est un siège convenable pour les véhicules non suspendus (engins de chantiers), mais, il a une résonance variant entre 2,5 et 4 Hz (quel que soit son mode de fabrication) en fonction de l'amplitude de l'excitation.

c) Le siège actif : est muni d'un dispositif actif pour la suspension du siège du fait de la stabilité de la fréquence excitatrice, dans certains cas ce dispositif est une masse mise au-dessous du siège donc l'action sera déplacée par rapport à celle de la masse principale constituée par le conducteur et le siège, dans d'autres cas, l'ensemble conducteur-siège sera déphasé par rapport au véhicule grâce à un système d'asservissement.

Enfin, sur la figure 81 nous avons présenté (d'après Berthoz) les études faites par DUPUY COLL en 1955 qui ont montré par des mesures de dépense énergétique que les sièges à déplacement vertical entraînent une dépense bien moindre que les sièges de type pivotant à la suite de ces études, on admet actuellement qu'un siège doit avoir autant que possible un débattement vertical.

3 - Influence du pneumatique

3.1 - Le modèle adopté du Pneumatique

Il faut remarquer que nous avons représenté le pneumatique par une masse, un ressort et un amortisseur ; cette représentation est valable comme base étant donné que le pneumatique est très mal connu du point de vue théorique ; la plupart des chercheurs dans ce domaine se contentent de représenter le pneumatique par un ressort d'une rigidité donnée afin de faciliter les calculs et la mise en équation d'une part, et parce que la valeur numérique de l'amortissement du pneumatique est très variable d'un chercheur à un autre d'autre part (*).

Pour avoir une réponse valable nous avons étudié le modèle A avec une valeur d'amortissement égale à 500 N/m/sec, puis nous avons étudié le modèle B qui néglige l'amortissement du pneumatique ($R_1 = 0$) : le pneumatique est représenté par une masse et un ressort seulement.

Les figures 24 à 35 montrent les réponses des trois véhicules étudiés suivant le modèle A et le modèle B.

On constate d'après ces courbes que :

a - Pour la fonction de transfert H_{11} (mouvement de la masse suspendue) l'amortissement du pneumatique n'intervient pas dans le domaine de très basses fréquences (0,5 à 5 Hz), par contre il intervient d'une façon considérable à la fréquence de résonance des masses non suspendues (autour de 10 Hz). L'amplitude du mouvement passe du simple au double même au triple quelquefois.

(*) Nous avons posé la question aux spécialistes chez deux constructeurs d'automobiles pour obtenir les valeurs numériques qui nous permettent de calculer la réponse de leurs véhicules théoriquement. Le constructeur A prend comme valeur pour l'amortissement du pneumatique 1000 N/m/sec bien que le constructeur B prend cette valeur égale à zéro.

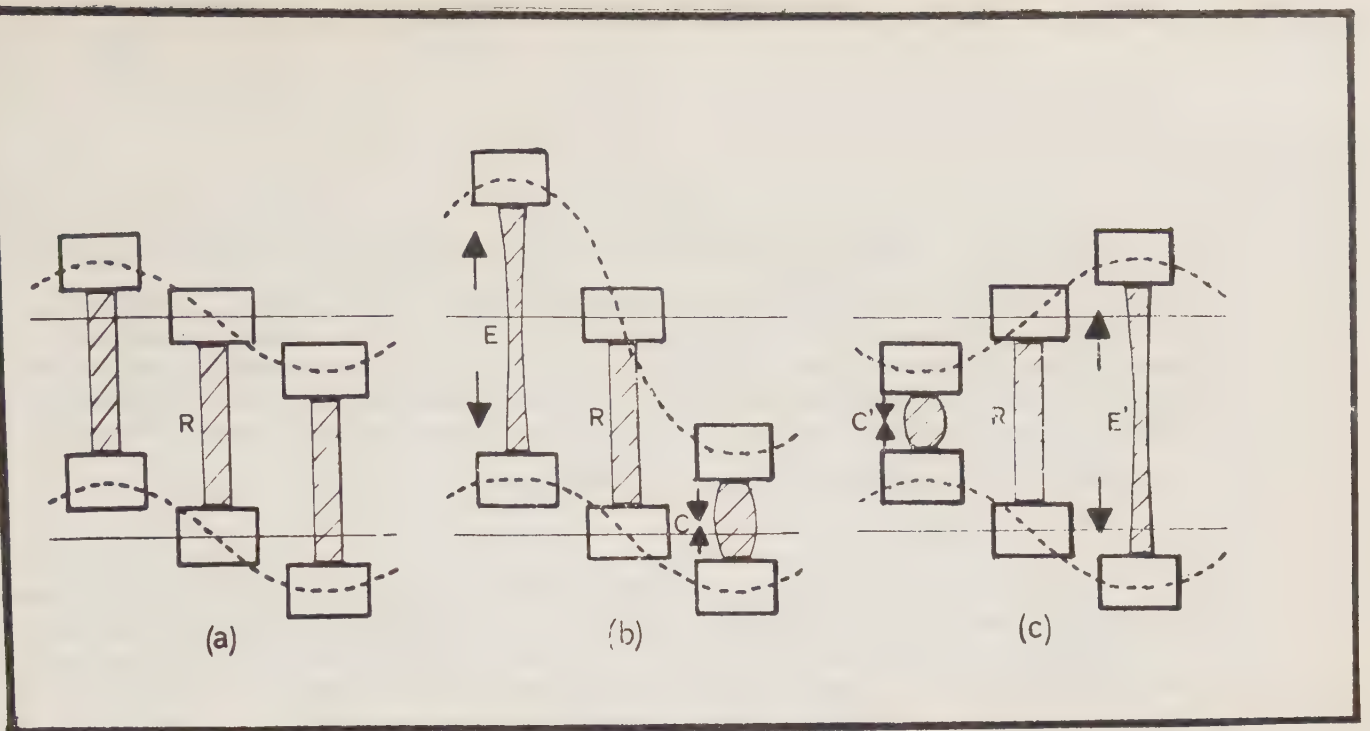
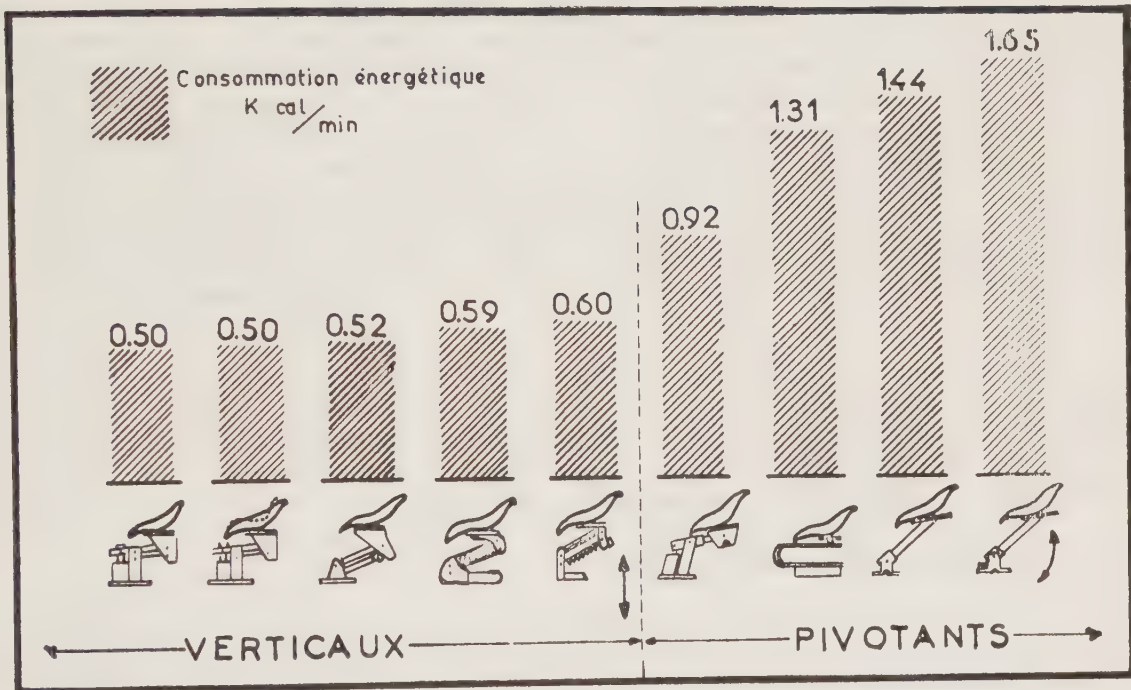


Fig. 8I-A



DIFFERENTS MODELES DE SIEGES AVEC LEURS CONSOMMATIONS ENERGETIQUES.
D'APRES A. BERTHOZ

Fig. 8I-B

b - pour les fonctions de transfert H_{21} et H_{31} (mouvement des masses non suspendues) l'amortissement du pneumatique intervient très peu dans le domaine de très basses fréquences (entre $2,73 \cdot 10^{-1}$ et $2,67 \cdot 10^{-1}$ par ex), on peut même dire que son intervention est négligeable dans ce domaine. Dans le domaine des basses fréquences ($f > 5$ Hz) l'amortissement du pneumatique a une intervention directe sur l'amplitude et la phase des fonctions de transferts H_{21} et H_{31} . L'amplitude du mouvement passe du simple au triple si l'on néglige l'amortissement.

c - pour la fonction de transfert H_{41} (l'angle de roulis), l'influence de l'amortissement du pneumatique est très peu prononcée dans le domaine des très basses fréquences, mais il est bien visible dans le domaine des basses fréquences. L'amplitude du mouvement passe du simple ou double, même plus si l'on néglige l'amortissement du pneumatique.

Nous résumons dans le tableau 35 les différences entre les deux modèles A et B pour les trois voitures étudiées (mouvement de roulis). Nous avons marqué sur ce tableau l'amplitude de chaque fonction de transfert à la fréquence de résonance de la masse suspendue et des masses non suspendues : c'est-à-dire l'amplitude du pic de la courbe de la fonction de transfert dans le domaine des très basses fréquences (Amp. T.B.F.) et des basses fréquences (Amp. B.F.). Nous avons distingué ces deux modèles par les lettres A et B. La lettre Δ mentionnée dans ce tableau indique la différence d'amplitude entre les deux modèles, et la lettre C% montre le pourcentage du développement du taux d'amortissement du système étudié, si on prend en considération l'amortissement du pneumatique.

On note que l'influence de l'amortissement du pneumatique sur la phase de la fonction de transfert varie de la même façon que l'influence sur l'amplitude du mouvement (le module). Nous nous sommes limités dans ce tableau de montrer l'influence sur l'amplitude seulement, car il est facilement traduisible du point de vue physique.

On remarque d'après le tableau 35 que :

a - le rôle de l'amortissement du pneumatique dans le domaine des basses fréquences est très considérable pour le véhicule A en particulier, on peut attribuer ce résultat au fait que l'amortisseur de la suspension du véhicule A a un taux d'amortissement moins important que celui des véhicules B et C.

b - le rôle de l'amortissement du pneumatique dans le domaine du confort (très basses fréquences) est pratiquement négligeable, on remarque que la différence maximale remarquée est de $77 \cdot 10^{-3}$ (véhicule C - ess AR - F.T. H_{11}).

Tableau 35

F.T. H II									
Véhicule (1)	Ess (2)	A.T.B.F MOD.A(3)	A.T.B.F MOD.B(4)	Δ (5)	C% : 5/3	A.B.F MOD.A(6)	A.B.F. MOD.B(7)	Δ (8)	C% : 8/6
A	AV	3,17	3,17	0	0	3,84. 10 ⁻²	1,89. 10 ⁻²	5,05 10 ⁻²	131
	AR	2,65	2,65	0	0	3,79. 10 ⁻²	7,97. 10 ⁻²	4,18 10 ⁻²	110
B	AV	1,79	1,79	0	0	2,50. 10 ⁻²	3,60. 10 ⁻²	1,19 10 ⁻²	48
	AR	1,25	1,25	0	0	4,50. 10 ⁻²	3,50. 10 ⁻²	10 ⁻²	22
C	AV	2,10	2,15	5,10 ⁻²	23 10 ⁻³	4.00. 10 ⁻²	6,47. 10 ⁻²	2,47 10 ⁻²	62
	AR	1,54	1,66	12,10 ⁻²	77 10 ⁻³	5.00. 10 ⁻²	7,47. 10 ⁻²	2,47 10 ⁻²	49
F.T. H 2I									
A	AV	1,283	1,290	7,10 ⁻³	0	2,97	6,02	3,05	103
	AR	1,24	1,24	0	0	2,50	5,90	3,46	139
B	AV	1,19	1,19	0	0	1,57	2,31	74 10 ⁻²	47
	AR	1,13	1,13	0	0	1,37	1,84	47 10 ⁻²	34
C	AV	1,24	1,25	10 ⁻²	8 10 ⁻³	2,09	3,37	1,28	61
	AR	1,24	1,25	10 ⁻²	8 10 ⁻³	1,99	3,07	1,08	54
F.T. H3I									
A	AV	2,30	2,72	42. 10 ⁻²	18. 10 ⁻²	4. 10 ⁻¹	1,90	1,5	375
	AR	2,67	2,73	6. 10 ⁻²	22. 10 ⁻³	1,27. 10 ⁻¹	6,62. 10 ⁻¹	5,35 10 ⁻¹	420
B	AV	2,63. 10 ⁻¹	2,90. 10 ⁻¹	23. 10 ⁻³	8. 10 ⁻³	6,90. 10 ⁻²	16,70. 10 ⁻²	9,8 10 ⁻²	142
	AR	1,29	1,29	0	0	1,16. 10 ⁻³	2,11. 10 ⁻³	9,5 10 ⁻⁴	82
C	AV	4,18. 10 ⁻¹	4,39. 10 ⁻¹	21 10 ⁻³	5 10 ⁻³	1,83. 10 ⁻¹	4,83 10 ⁻¹	3. 10 -1	164
	AR	9,45. 10 ⁻²	9,83. 10 ⁻²	38. 10 ⁻⁴	0	6,58. 10 ⁻²	17.00 10 ⁻²	10,42 10 ⁻²	158
F.T. H4I									
A	AV	7,65	8,00	35. 10 ⁻²	45. 10 ⁻³	7,3. 10 ⁻²	13,5. 10 ⁻²	6,2 10 ⁻²	85
	AR	5,38	5,45	7. 10 ⁻²	13. 10 ⁻³	5,60 10 ⁻²	11,80. 10 ⁻²	6,2 10 ⁻²	85
B	AV	3,39	3,45	6. 10 ⁻²	17. 10 ⁻³	4,50. 10 ⁻²	6,20. 10 ⁻²	1,7 10 ⁻²	38
	AR	1,98	1,98	0	0	8,50. 10 ⁻²	7.00. 10 ⁻²	1,5. 10 ⁻²	27
C	AV	4,13	4,26	13. 10 ⁻²	31. 10 ⁻³	6,10. 10 ⁻²	9,10. 10 ⁻²	3. 10 ⁻²	49
	AR	3,06	3,10	4. 10 ⁻²	13. 10 ⁻²	6,60. 10 ⁻²	9,60. 10 ⁻²	3. 10 ⁻²	45

Nous interprétons ce résultat de la manière suivante :

1 - où l'amortissement du pneumatique joue un rôle secondaire dans le domaine des très basses fréquences (domaine du confort).

2 - où notre représentation du pneumatique comme masse, ressort et amortisseur n'est pas valable.

Nous sommes presque convaincus que les deux interprétations sont valables, nous discuterons dans le paragraphe suivant le modèle adéquat du pneumatique, en conservant quand même l'amortissement du pneumatique dans l'étude analogique. La différence entre les courbes de réponse du véhicule réel et des modèles mathématiques et analogiques, nous montrera la validité de la représentation du pneumatique de cette façon. D'autre part, nous avons pris une valeur arbitraire pour le taux d'amortissement du pneumatique égale à 500 N/m/sec, le calcul analogique nous permettra de trouver la valeur adéquate pour chaque type de pneumatique. On note enfin que pour étudier le mouvement de tangage numériquement nous avons pris le pneu comme une masse et un ressort seulement.

Nous reprendrons ce problème dans le cadre de l'étude expérimentale et l'étude analogique.

3.2 - Le modèle adéquat du pneumatique

La figure 82, montre un modèle mathématique (*) du pneu composé d'une masse m , de deux ressorts K_1 et K_2 et d'un amortisseur R_1 . Ce modèle peut être valable dans le domaine des déplacements verticaux et des accélérations verticales qui nous intéressent particulièrement. Cette représentation a pour avantage de montrer le rôle de la ceinture rigide du pneumatique, mais nous serons obligés de proposer des valeurs arbitraires au début, pour K , K_1 , R , puis d'adopter une gamme de valeurs valables pour les pneumatiques utilisés sur les voitures moyennes.

Il faut ajouter que la représentation du pneumatique de cette façon va ajouter un degré de liberté supplémentaire au système étudié, on peut donc étudier cet étage séparément, puis trouver la réponse de ce système à l'excitation due à l'irrégularité de l'uni, ensuite injecter

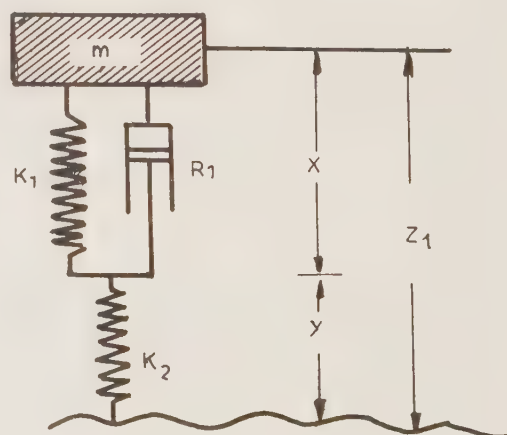


Fig. 82-a

(*) d'après une idée de Mr. Bourcier DECARBON.

le spectre de réponse recueilli au niveau de la masse m , comme entrée pour le deuxième étage, c'est-à-dire la masse suspendue. On peut écrire la relation entre le déplacement Z_1 de la zone et la

force excitatrice du sol de la manière suivante :

$$Z_1 = -\frac{1}{K_2} F - \frac{1}{R_1} e^{-\frac{K_1}{R_1} t} \int_0^t e^{\frac{K_1}{R_1} t} F dt$$

et à partir de cette équation, on peut calculer le déplacement de la masse par rapport aux dénivellations du sol, ensuite procéder comme ci-dessus. Cette méthode a pour avantage de pouvoir vérifier le modèle séparément, surtout parce qu'on ne peut pas déterminer à priori les valeurs des trois paramètres K_1 , R_1 et K_2 .

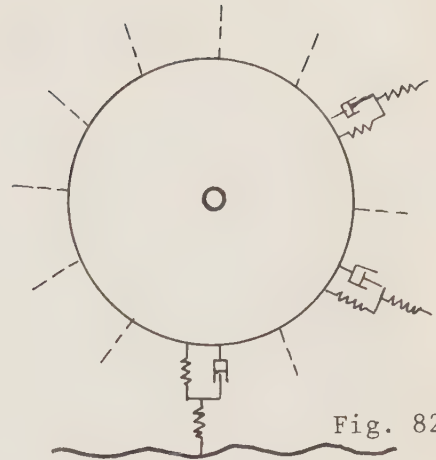


Fig. 82-b

Enfin, il faut ajouter que ce modèle peut être valable pour le domaine de fréquences qui nous intéresse et pour le cas des déplacements verticaux, le modèle le plus complet est constitué d'un nombre infini d'éléments dont nous avons pris un seul pour notre champ d'application.

Nous croyons que la vérification de la validité de ce modèle réduit dans le domaine des basses fréquences peut être, la base du calcul du modèle plus élaboré, il faut noter que les calculs ne posent pas des problèmes particuliers du point de vue calculs intégraux et qu'ils seront assez faciles pour les mathématiciens spécialisés.

4 - Influence de l'amortisseur

Nous avons pris "R" comme coefficient d'amortissement, de l'amortisseur R de la suspension, cet amortisseur est supposé linéaire et symétrique ; linéaire c'est-à-dire que le taux d'amortissement est constant quelque soit la vitesse de l'amortisseur, symétrique implique que le coefficient d'amortissement est le même si l'amortisseur était comprimé ou détendu. Il est utile avant de discuter l'influence de la linéarité et la symétrie de l'amortisseur sur son propre fonctionnement ou sur le comportement dynamique du véhicule, de savoir qu'est-ce-qu'un amortisseur ?

On trouve dans le commerce plusieurs types d'amortisseur, nous nous contenterons ici, de présenter deux types seulement : l'amortisseur classique appelé l'amortisseur système chambre de compensation double-corps et l'amortisseur oléopneumatique appelé amortisseur système monotube.

4.1 - L'amortisseur classique (chambre de compensation double-corps)

La figure 83, montre l'amortisseur classique qui est composé de deux cylindres emboîtés, d'un piston qui coulisse dans le cylindre intérieur plein d'huile ; le vide entre ces deux cylindres joue le rôle d'une chambre de compensation. L'amortisseur travaille selon deux phases distinctes : Compression et détente suivant le mouvement relatif entre la masse non suspendue et la masse suspendue du véhicule. Si les deux masses s'approchent, l'amortisseur est en compression (Attaque), si les masses s'éloignent, l'amortisseur est en détente. L'amortisseur est sollicité par deux origines de mouvements : ceux provenant de la masse suspendue sur les ressorts et les différents éléments de la suspension, et ceux provoqués par le rebondissement de la roue. L'amortisseur doit donc étouffer les mouvements des masses suspendues (la caisse et tout ce qu'elle contient). Ses mouvements relativement lents, ont de grandes amplitudes, en principe symétriques dans les deux sens ; les fréquences sont basses de l'ordre de 1 à 2 Hz. Les mouvements des masses non suspendues (les roues) sont très différents ; les fréquences dues aux rebondissements des roues se situent aux alentours de 13-16 Hz, c'est-à-dire à une fréquence dix fois plus importante, les mouvements rapides verticaux imprimés à l'essieu par la roue ne sont pas symétriques. D'ailleurs, la roue dans son déplacement verticale ne suit pas exactement l'uni, il n'agit pas comme un palpeur, mais comme un galet de grande dimension, pour un même obstacle le mouvement de la roue diffère selon son diamètre.

Pour une roue donnée, sur une route ondulée d'une façon sinusoïdale, le changement de direction de mouvement sera très rapide dans le sens détente-compression et plus lent dans le sens compression-détente. Sur le dessin sché-

matique, Fig. 84 on a exagéré les échelles relatives au temps et à la dénivellation, pour mieux mettre en évidence cette traduction de l'uni par la roue. On voit nettement que le tracé du profil n'est pas superposable au chemin imposé au centre de la roue, on remarque également la différence de mouvement de la roue selon qu'elle franchit une bosse ou un creux de même rayon.

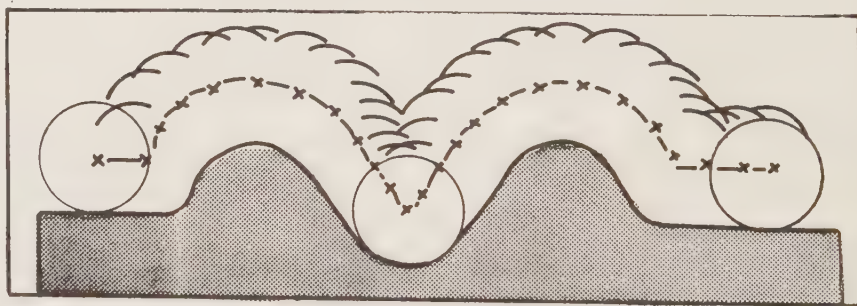


Fig. 84

Quand les roues de la voiture abordent un obstacle (une dénivellation de l'uni), il y a des chocs verticaux dus à l'inertie de la voiture qui entrent en jeu, ces chocs sont pénibles aux passagers. Par contre, quand la voiture descend de l'obstacle ou descend dans un creux, n'intervient pratiquement à ce moment là que l'inertie de la roue. On a donc deux types distincts d'amortissement à faire intervenir :

- un freinage symétrique des mouvements lents de la caisse,
- un freinage asymétrique des mouvements rapides de la roue.

4.2 - L'amortisseur oléopneumatique (système monotube) :

La figure 85, montre un amortisseur oléopneumatique, le cylindre est formé d'un tube unique fermé à l'une de ces extrémités à laquelle on fixe une rotule servant d'attache à la partie suspendue du véhicule.

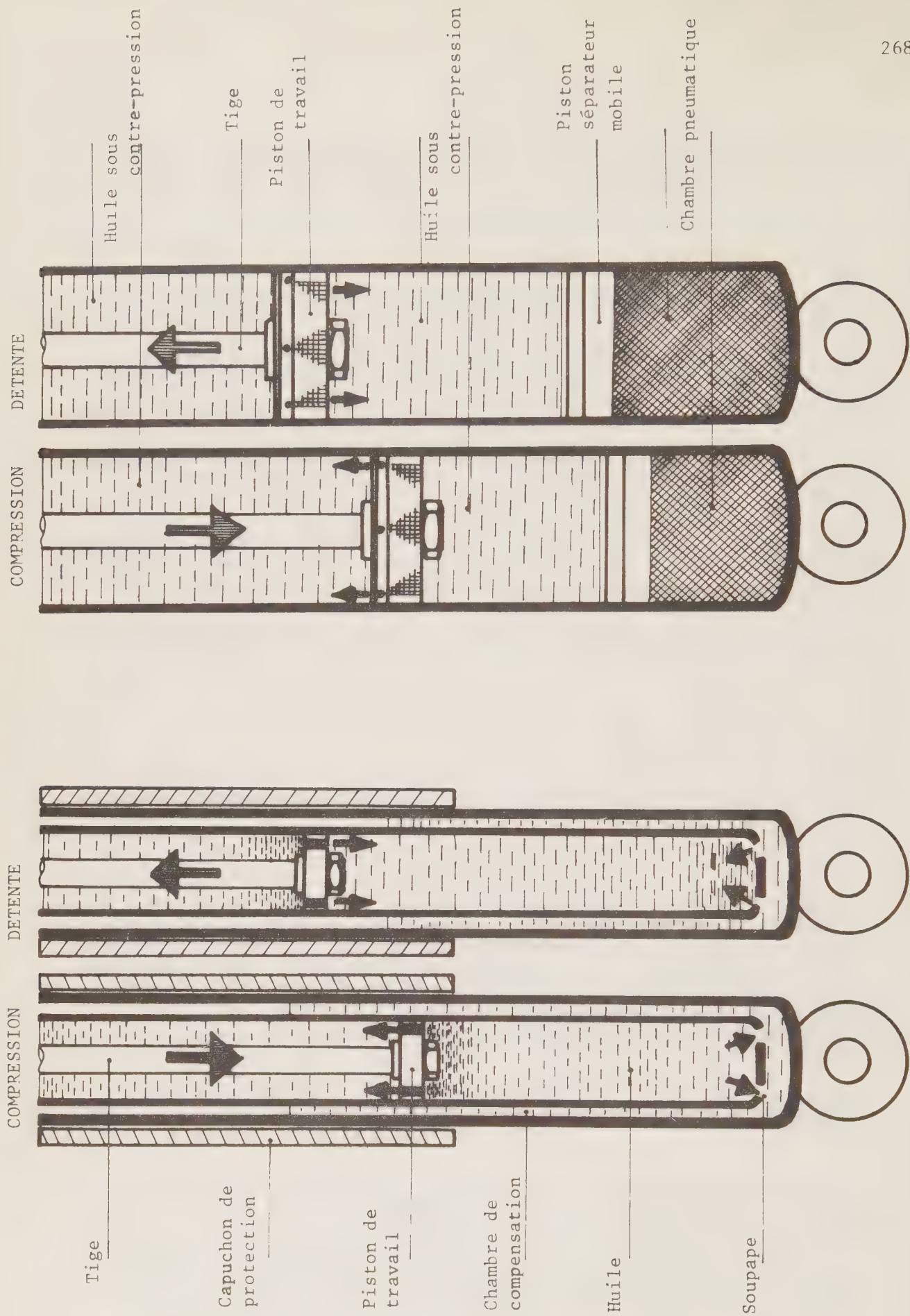
Dans ce tube coulisse un piston muni d'un clapet bi-directionnel et un piston libre portant un joint. Le gaz emprisonné sous haute pression entre l'extrémité fermée du tube et le piston libre est séparé par celui-ci du fluide hydraulique qui remplit le reste du cylindre. Le piston est fixé à une tige qui sort du tube à travers un dispositif comprenant un joint et un guide. La tige est protégée par un soufflet et elle est fixée à la partie non suspendue du véhicule par un oeil. Le déplacement de la tige produit un transfert de fluide d'un côté du piston à l'autre. L'ensemble du piston comporte un clapet calibré pour donner l'amortissement désiré dans les deux sens du travail.

4.3 - Les avantages de l'amortisseur oléopneumatique :

Si l'huile dans un amortisseur n'est pas sous une pression d'au moins 15 Kg/cm^2 la formation de mousse dans l'huile est inévitable, cette mousse retarde l'amortissement au retour du piston jusqu'à ce que le piston ait traversé la couche mousseuse. L'efficacité du système monotube est due à deux éléments : le coussin à gaz et le diamètre grand du piston de travail, car la pression exercée par le coussin de gaz sur l'huile rend impossible la formation de mousse, c'est pourquoi l'amortissement se fait instantanément même avec des courses inférieures à 3 mn. La plupart des amortisseurs classiques ne travaillent qu'à la détente car à la compression le piston de travail ne trouve pas de point d'appui sûr étant donné que la colonne d'huile peut se déplacer vers la chambre de compensation. Ce problème n'existe pas chez l'amortisseur oléopneumatique. Le piston séparateur forme une surface d'appui d'une valeur trop élevée. Enfin, les figures 86 et 87 montrent deux exemples des diagrammes caractéristiques d'un amortisseur oléopneumatique.

4.4 - Critiques des suppositions de base :

On trouve d'après les paragraphes précédents que les suppositions adoptées, tel que l'amortisseur soit symétrique et linéaire, ne sont pas réelles. On peut admettre la linéarité de l'amortisseur (le cas de l'a-



mortisseur oléopneumatique-Figure 85), mais il ne faut pas admettre une seule valeur, qui soit valable à la fois pour l'amortisseur comprimé et détendu, le coefficient d'amortissement étant quelquefois deux ou trois fois plus grand dans le deuxième cas. Les figures 87 à 92 montrent les diagrammes caractéristiques des amortisseurs standards utilisés sur les trois véhicules étudiés, on remarque facilement que ces amortisseurs sont asymétriques et non linéaires (le coefficient d'amortissement varie avec la vitesse de la tige de l'amortisseur).

On remarque que la pente de la courbe caractéristique (qui représente le facteur d'amortissement en Kg/m/sec) varie trois ou quatre fois avec la vitesse de l'amortisseur et pour les deux états de fonctionnement (Attaque et Détente). Nous avons pris tout d'abord une valeur moyenne du coefficient d'amortissement à l'attaque et à la détente. Cette valeur moyenne représente le facteur d'amortissement d'un amortisseur linéaire équivalent R_A (attaque) et R_D (détente), puis nous avons adopté la moyenne des deux valeurs R_A et R_D comme coefficient d'amortissement de l'amortisseur

considéré ($R = \frac{R_A + R_D}{2}$). Cette

moyenne (R) représente le facteur d'amortissement d'un amortisseur linéaire et symétrique équivalent

car, on ne peut pas prendre deux valeurs pour l'amortissement suivant l'état de fonctionnement : comprimé - détendu, les coefficients dans les équations différentielles ne seront pas, dans ce cas, constants et on ne peut pas appliquer les lois de transformation (Fourier, Carson, Laplace).

Il est bien évident que la moyenne adoptée R , ne peut pas traduire d'une façon précise le comportement réel de l'amortisseur, mais nous pensons qu'elle est suffisamment représentative.

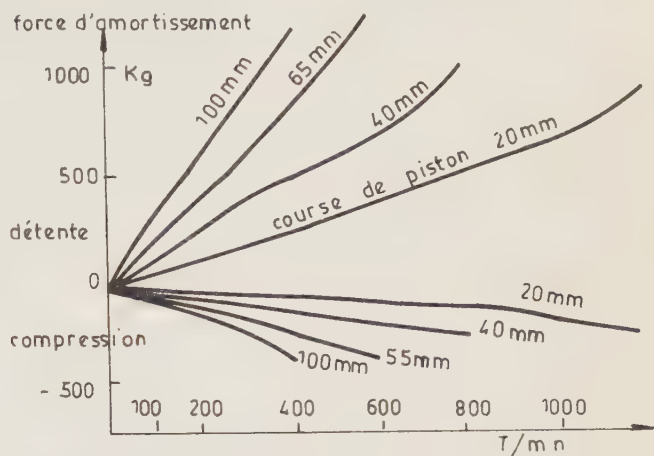


Fig. 85 - Diagrammes force-fréquence avec course = cte

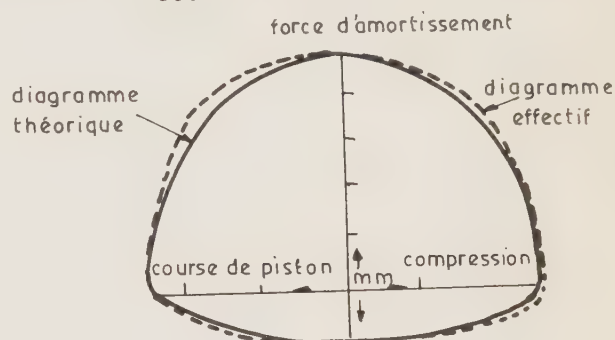
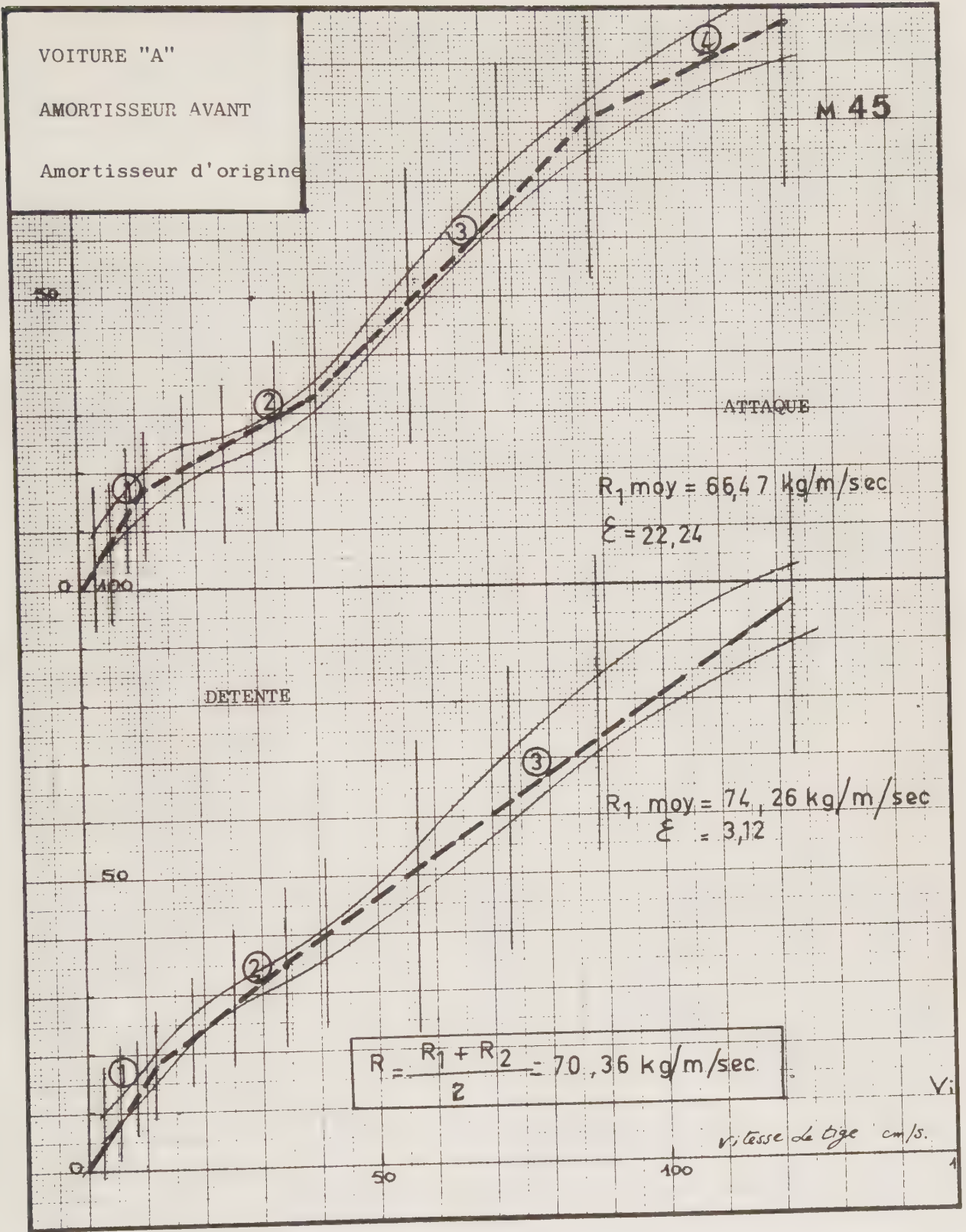


Fig. 86 - Diagramme course - force



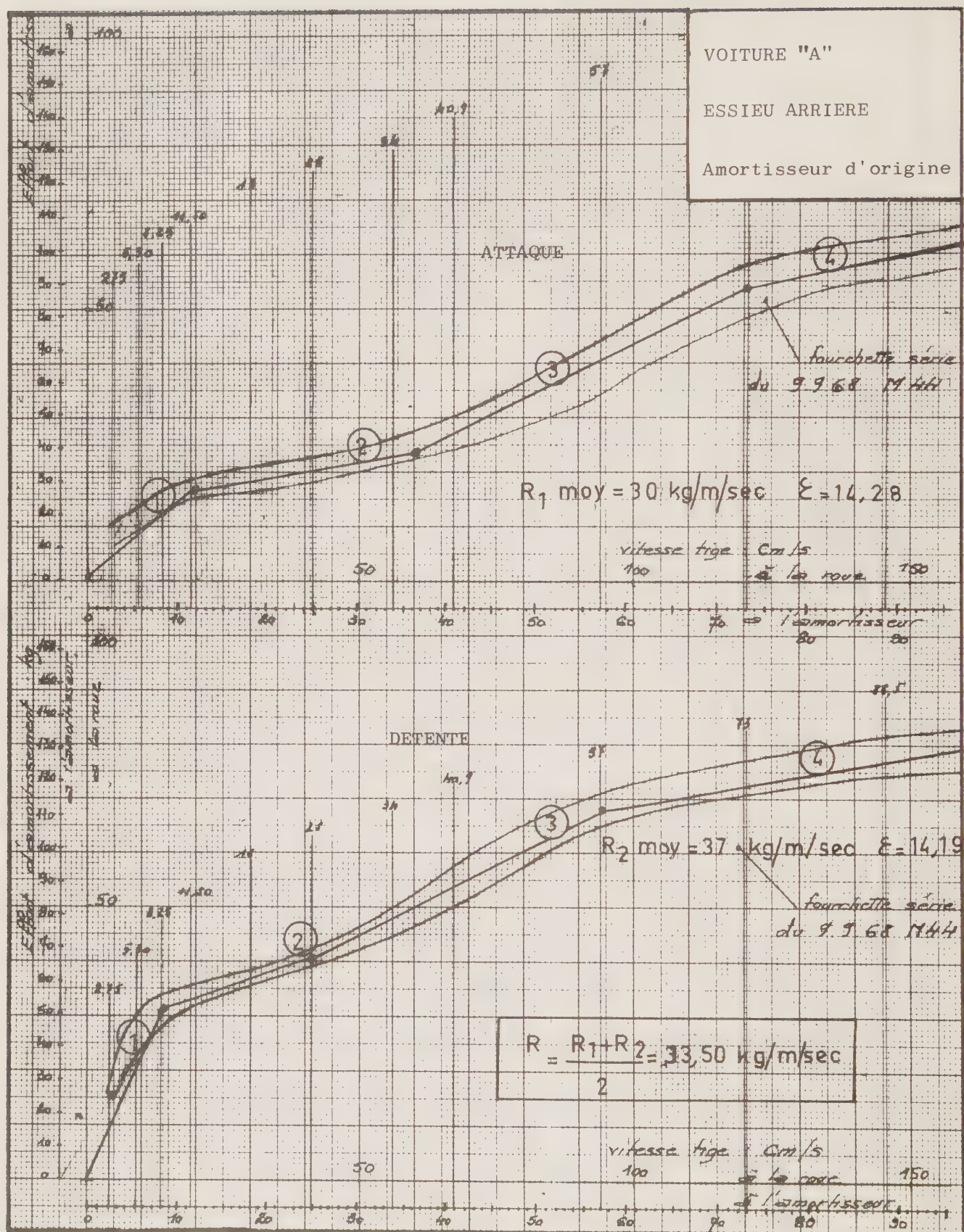


Figure 88

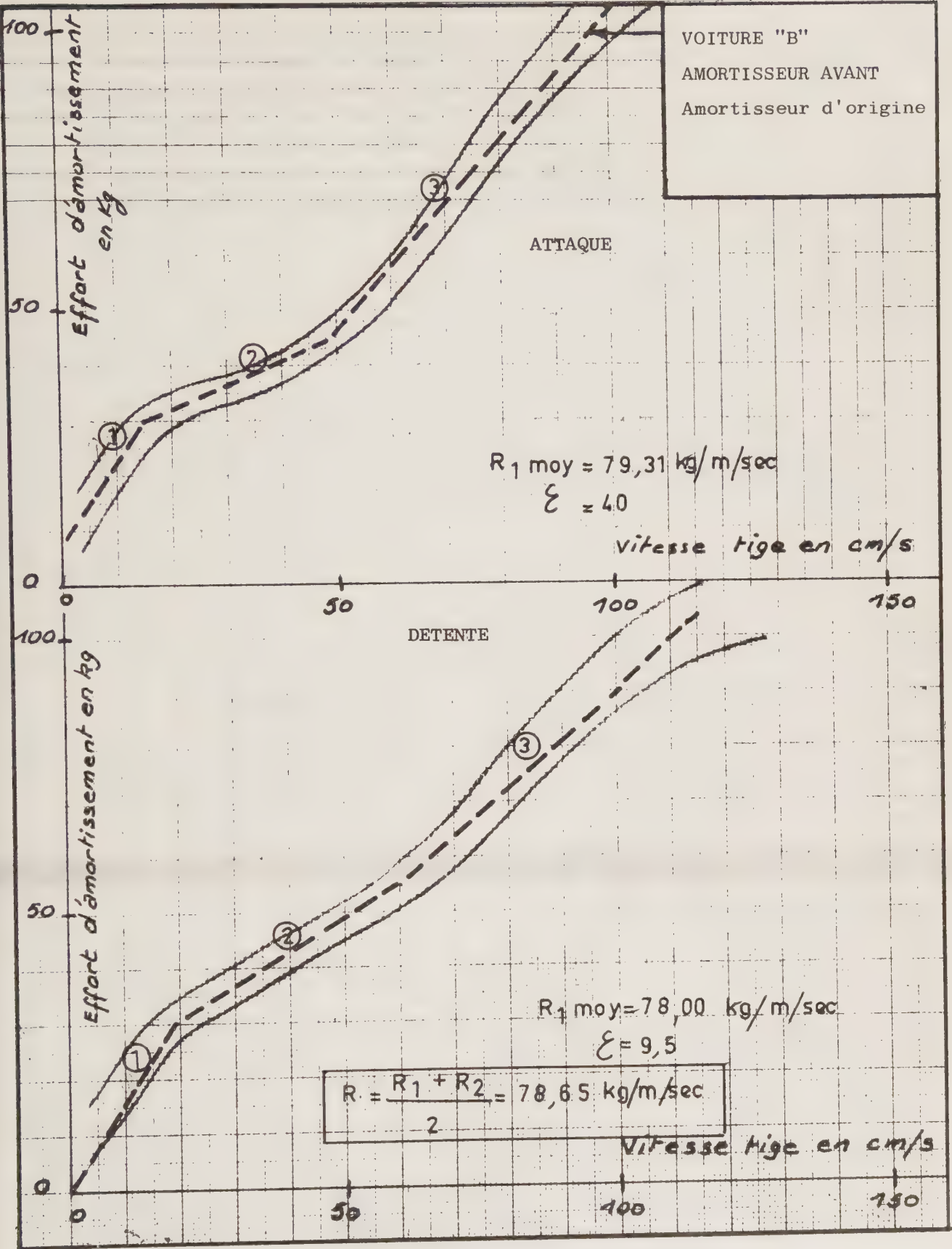


Figure 89

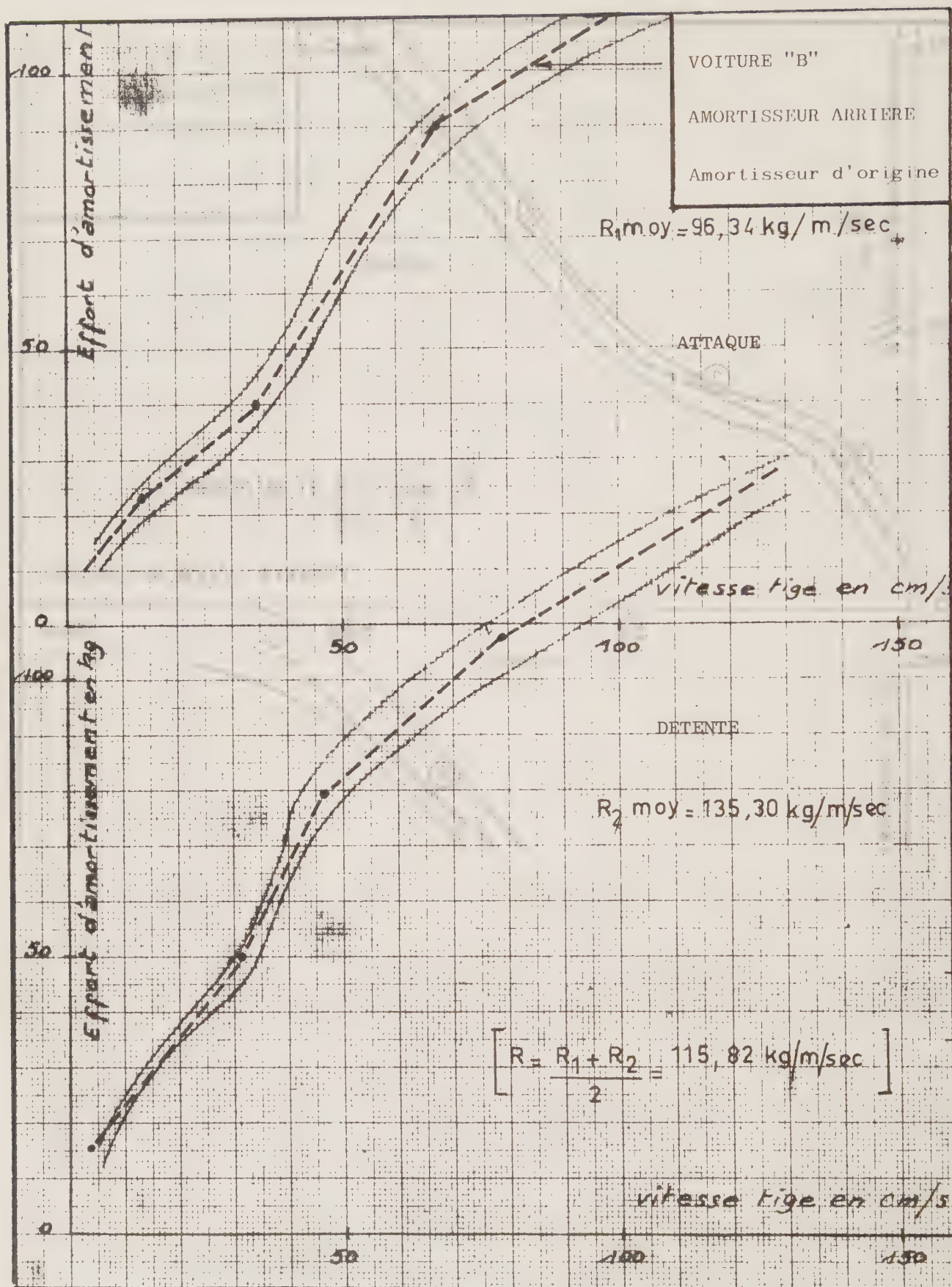


Figure 90

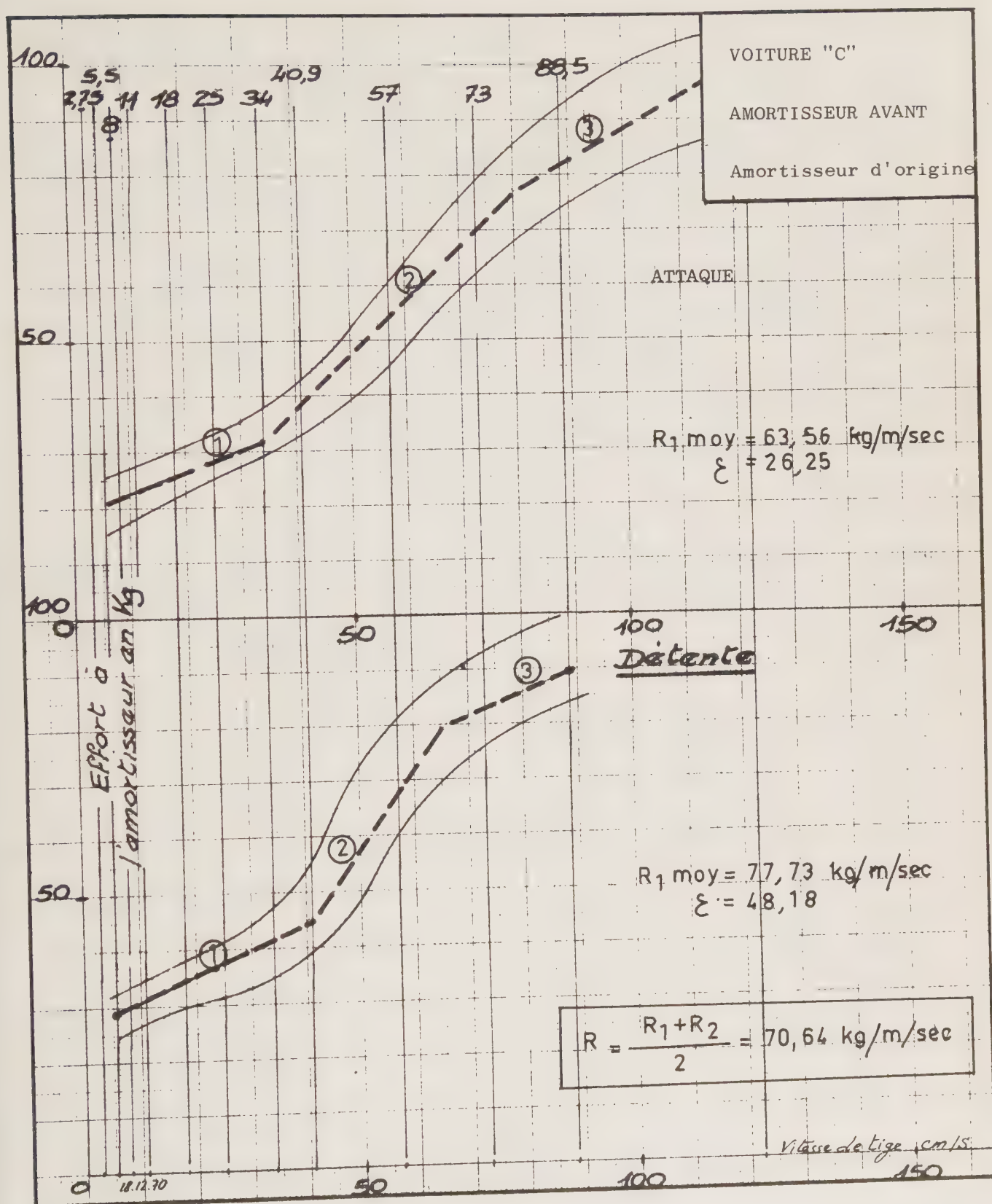


Figure 91

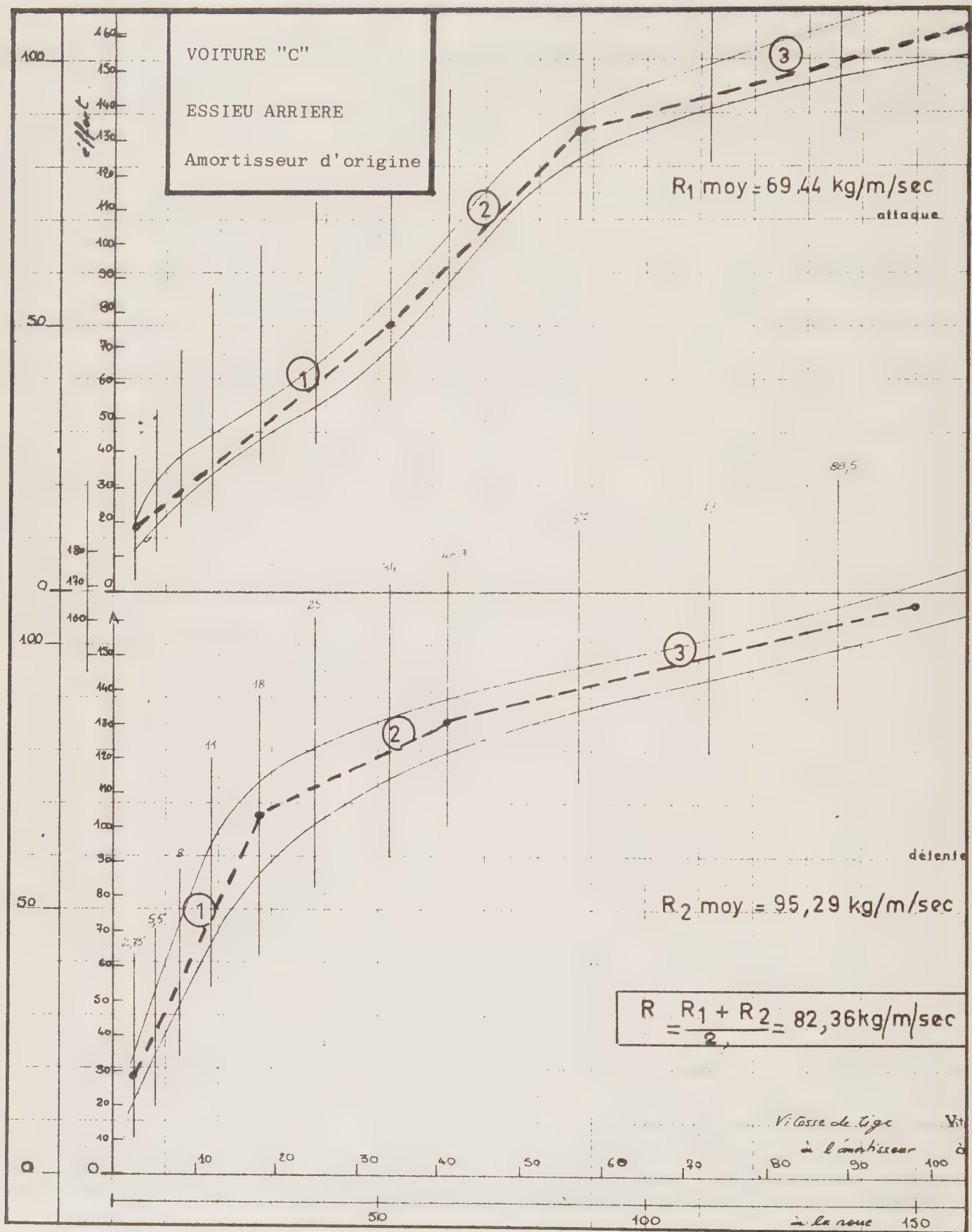


Figure 92

C'est pourquoi nous remplacerons les amortisseurs arrières du véhicule 'A' dans le cadre de l'étude expérimentale par deux amortisseurs oléopneumatiques (figure 93). Ces deux amortisseurs sont linéaires mais asymétriques, nous prendrons dans ce cas la moyenne des deux pentes comme coefficient d'amortissement.

Les valeurs ainsi obtenues sont utilisées dans le cadre de l'étude analogique afin de déterminer d'une façon précise l'influence de l'amortisseur sur le niveau d'accélération subi par le passager.

Le problème du coefficient d'amortissement suivant l'état de fonctionnement de l'amortisseur sera traité dans le futur à l'aide du calculateur analogique, on peut ainsi attribuer un taux d'amortissement pour chaque état de fonctionnement (attaque et détente).

Enfin, on note que l'étude développée de l'amortisseur de la suspension entre dans le domaine de la technique de l'automobile et les approximations faites sont bien suffisantes pour notre recherche.

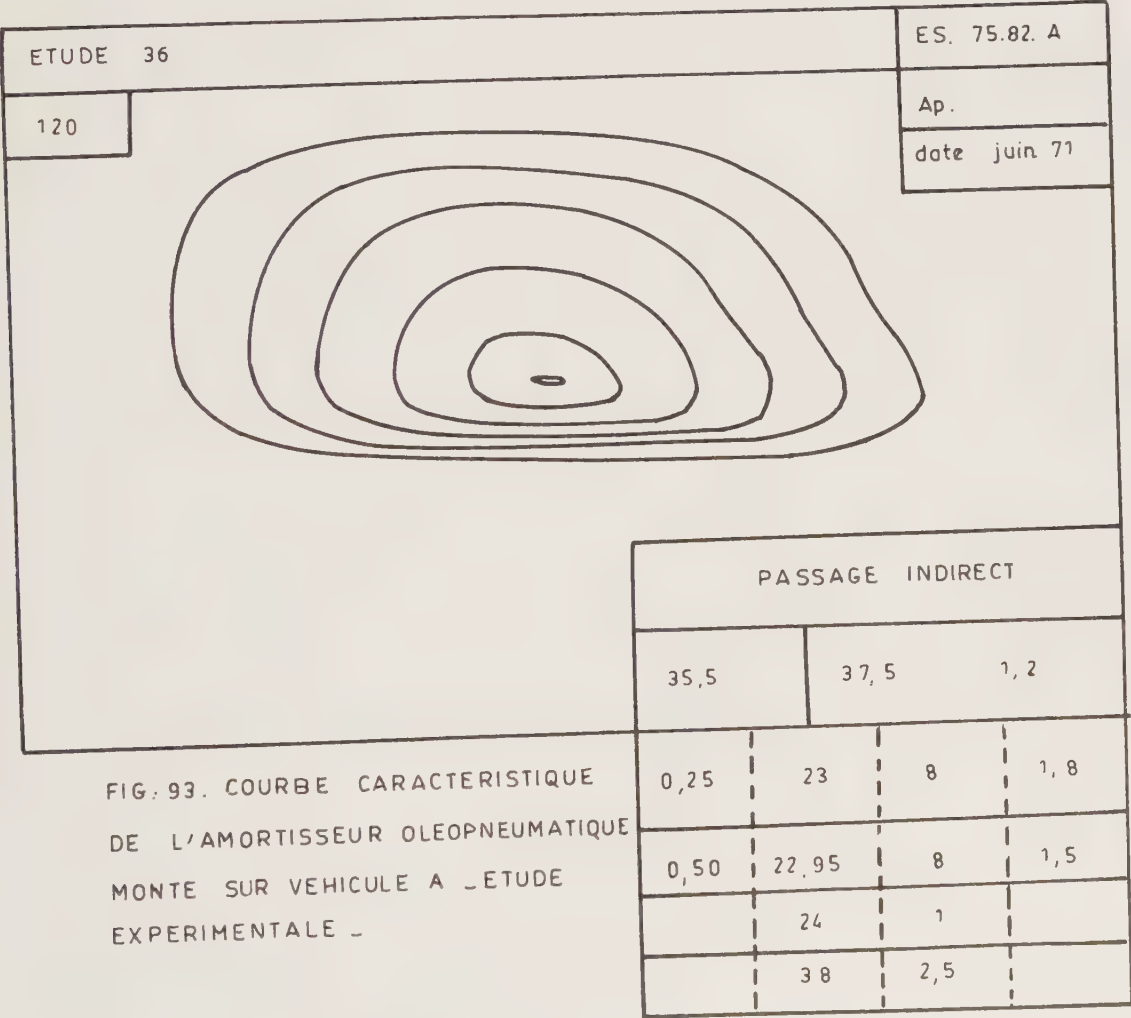


FIG. 93. COURBE CARACTERISTIQUE DE L'AMORTISSEUR OLEOPNEUMATIQUE MONTE SUR VEHICULE A ETUDE EXPERIMENTALE

5 - Influence de la barre anti-roulis :

La figure 22, montre le modèle mathématique (A) adopté en négligeant la barre anti-roulis, nous rappelons ici que la barre anti-roulis a pour fonction d'augmenter la fréquence de roulis et de permettre de régler les transferts de charge entre les roues d'un même essieu. Comme nous l'avons indiqué précédemment, dans le cas de sollicitations unilatérales, le couplage (dû à la barre) entraîne une augmentation de la fréquence propre de la masse "non-suspendue" sollicitée : la raideur de la barre s'ajoute en partie aux raideurs de la suspension et du pneumatique, modifiant ainsi les mouvements de ces masses couplées élastiquement.

Quelle est l'influence de la barre anti-roulis sur le confort ? Ou bien comment agit-elle sur la masse suspendue qui nous intéresse particulièrement ?, pour répondre à ces questions nous avons établi le tableau 36. Dans ce tableau nous avons présenté l'amplitude des fonctions de transfert avec et sans barres anti-roulis, à la fréquence de résonance des masses suspendues et non-suspendues.

On remarque d'après ce tableau que :

a - la fonction de transfert H_{11} qui représente le mouvement de pompage pur n'a pas changé, c'est un résultat prévu, car nous avons précisé précédemment que la barre n'agit pas dans le cas des sollicitations bilatérales.

b - le module de la fonction de transfert H_{21} a subi une légère baisse (entre 2 et 12 % suivant le véhicule). Si l'on se rappelle la signification de la fonction H_{21} (fonction de transfert de la masse non-suspendue qui subit la sollicitation, en supposant que l'autre masse non-suspendue n'est pas sollicitée), on trouve que c'est un résultat logique qui explique bien le fonctionnement de la barre anti-roulis.

c - par contre, le module de la fonction de transfert H_{31} a subi une augmentation très importante (entre 23 et 100 % suivant le véhicule). Ce résultat d'ailleurs est très logique, étant donné que la barre anti-roulis a créé un couplage entre les deux roues, et que la roue non sollicitée (théoriquement) agit pour augmenter la charge sur la roue sollicitée. Il ne faut surtout pas oublier les valeurs très faibles de la fonction H_{31} (entre $4,18.10^{-1}$ et $1,16.10^{-3}$ suivant le véhicule).

F.T H II									
Véh	Ess	ATBF (A)	ATBF (B)	Δ	$C = \frac{\Delta}{\text{ATBFA}}$	ABF (A)	ABF (B)	Δ	$C = \frac{\Delta}{\text{ABFA}}$
A	AV	3,17	3,17	0	0	3,84 10-2	3,84 10-2	0	0
	AR	2,65	2,65	0	0	3,79 10-2	3,79 10-2	0	0
B	AV	1,79	1,79	0	0	2,50 10-2	2,50 10-2	0	0
	AR	1,25	1,25	0	0	4,50 10-2	4,50 10-2	0	0
C	AV	2,10	2,10	0	0	4,00 10-2	4,00 10-2	0	0
	AR	1,54	1,54	0	0	5,00 10-2	5,00 10-2	0	0
F.T H2I									
A	AV	1,283	1,400	11,7 10-2	-9%	2,97	3,00	3,10 -2	- 1%
	AR	1,10	1,250	15 10-2	-12%	2,69	2,79	10 10-2	- 4%
B	AV	1,190	1,230	4 10-2	-3%	1,55	1,59	4 10-2	- 3%
	AR	1,130	1,130	0	0*	1,370	1,37	0	0*
C	AV	1,25	1,26	2 10-2	-2%	2,09	2,13	4 10-2	- 2%
	AR	1,24	1,27	3 10-2	-2%	1,99	2,04	5 10-2	-2,5%
F.T H3I									
A	AV	2,30 10-1	2,50 10-2	2,05 10-1	+89%	4,00 10-1	2,66 10-4	4 10-1	+ 100%
	AR	2,67 10-1	1,33 10-1	1,34 10-1	+50%	1,27 10-1	2,37 10-3	1,25 10-1	+ 98%
B	AV	2,63 10-1	8,00 10-2	1,83 10-1	+69%	6,80 10-2	2,33 10-3	6,10 10-2	+ 97%
	AR	1,29 10-2	1,29 10-2	0	0*	1,16 10-3	1,16 10-3	0	0*
C	AV	4,18 10-1	5,48 10-2	3,63 10-1	+87%	1,83 10-1	1,40 10-3	1,82 10-1	+ 99%
	AR	9,65 10-2	7,26 10-2	2,19 10-2	+23%	6,58 10-2	4,20 10-3	6,16 10-2	+ 93%
F.T H4I									
A	AV	7,65	4,89	2,76	+36%	7,3 10-2	5,6 10-2	1,7 10-2	+ 23%
	AR	5,38	4,50	8,80 10-1	+16%	5,6 10-2	5,2 10-2	4,0 10-3	+ 7%
B	AV	3,39	2,59	8,00 10-1	+23%	4,50 10-2	4,50 10-2	0	0
	AR	1,98	1,98	0	0*	5,50 10-2	5,50 10-2	0	0*
C	AV	4,13	2,99	1,14	+28%	6,1 10-2	5,8 10-2	3,0 10-3	+ 5%
	AR	3,06	2,60	4,6 10-1	+15%	6,6 10-2	6,5 10-2	1,0 10-3	+ 1%

TABLEAU 36

(*) L'essieu arrière du véhicule "B" n'est pas muni d'une barre anti-roulis

d - La fonction de transfert H_{41} est augmentée également suivant un pourcentage qui varie suivant le véhicule entre 1 et 36 %. La barre anti-roulis a augmenté donc l'angle de roulis (légèrement) mais elle a augmenté considérablement aussi la fréquence propre de roulis ; cette fréquence passée de 11 Hz à 12 Hz (véhicule A) de 1,1 à 1,3 Hz et de 12 à 14 Hz (véhicule B) et de 1,1 à 1,5 Hz et de 10 à 12 Hz (véhicule C).

e - On remarque d'ailleurs l'influence de la barre anti-roulis sur la phase des fonctions de transfert, en particulier sur les fonctions H_{21} et H_{41} .

f - On note ici que nous avons essayé de mettre en équation le fonctionnement de la barre anti-roulis, pour cela nous avons représenté la barre par un ressort de raideur K' agissant de la manière qu'on a indiqué précédemment. En effet les valeurs numériques données par les constructeurs sont données en "couple de rappel" du véhicule "avec" et "sans barre", on était donc obligé de supposer quelques simplifications pour obtenir la valeur équivalente à la raideur K' .

g - Enfin, on remarque que l'influence de la barre anti-roulis (étudiée ainsi) est relativement limitée par rapport aux autres éléments de la suspension.

6 - Influence des éléments "caoutchoutiques" de la suspension :

On représente d'une façon générale la suspension du véhicule automobile par un ressort, un amortisseur et quelquefois une barre anti-roulis qui joue le rôle montré dans le paragraphe précédent.

Cette représentation néglige un facteur très important et qui est répandu actuellement sur la plupart des véhicules automobile : les éléments caoutchoutiques de suspension. On trouve dans la plupart des véhicules actuels des pièces en caoutchouc qui interviennent d'une façon franche dans le comportement de celles-ci.

La manière selon laquelle interviennent ces éléments est très difficile à analyser du point de vue mathématique, leur comportement n'étant pas linéaire, c'est-à-dire qu'on ne peut pas leur attribuer une rigidité telle que celle du ressort, ni un coefficient comme celui d'un amortisseur.

Du point de vue physique ces éléments jouent un rôle de frottement solide, d'une valeur constante qui ne dépend ni de l'accélération de la masse, ni de son déplacement, et qui jouent selon la direction du déplacement de la masse le rôle d'un frein.

On peut représenter ce frottement mathématiquement par une force constante qui prend le signe de la vitesse du déplacement relatif entre la masse suspendue et la masse non suspendue. Si y est le déplacement relatif, on peut écrire :

$$f = C [\text{sign}] y'$$

Cette méthode de calcul est adoptée par le C.A.L. (Cornell Aeronautical Laboratory) et utilisée par le R.R.L. (Road Research Laboratory). Dans l'état actuel de notre travail, cela nous a paru une justification suffisante pour l'utiliser. On voit qu'à partir du moment qu'on doit ajouter une telle valeur pour le frottement de Coulomb, les méthodes de calcul basées sur les transformées de Fourier ou Carson-Laplace ne seront pas valables, et on passe du système linéaire à un système non linéaire. Ce problème sera étudié en détail dans le cadre de l'étude analogique.

1 - Les phénomènes dûs à l'uni des revêtements routiers

1.1 - L'accélération au centre de gravité de l'essieu

Les figures 36 à 41 montrent les courbes de la densité spectrale d'accélération au centre de gravité de la masse suspendue de l'essieu avant et de l'essieu arrière des trois voitures étudiées et pour les dix classes de route. On remarque que le niveau de la densité spectrale d'accélération à la fréquence de résonance de la masse suspendue varie à la fois avec la classe d'uni et avec le véhicule. Nous avons établi d'après ces courbes le tableau 37. Dans ce tableau, on a marqué les valeurs de la densité spectrale d'accélération à la fréquence de résonance de la masse suspendue ($1 \text{ Hz} + \epsilon$), pour chaque essieu et pour les trois voitures étudiées. On remarque tout d'abord, que le niveau de la P.S.D. varie considérablement avec le véhicule pour la même classe de route. On retrouve d'ailleurs la même remarque constatée lors de la discussion de l'influence de l'amortissement du pneumatique sur les fonctions de transfert : le véhicule "C" considéré plus confortable que le véhicule "B" présente des valeurs assez élevées de la P.S.D. au niveau du châssis du véhicule par rapport à celles du véhicule B ce qui confirme notre remarque concernant l'influence du siège.

Si l'on compare ce tableau avec le tableau 34 (le critère confort) on peut en tirer les résultats suivants :

S.N. en Hz											
Densité spectrale (P.S.D.)											
Véh	Ess	Classe I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	AV	I,45 10-3 (4)	4,73 10-3 (5)	4,95 10-3 (5)	6,39 10-3 (5)	6,94 10-3(5)	1,33 10-2 (5)	1,71 10-2 (5)	2,24 10-2 (6)	3,50 10-2 (6)	4,14 10-2(7)
	AR	I,12 10-3 (3)	3,62 10-3 (4)	3,67 10-3 (4)	4,70 10-3 (5)	5,00 10-3(5)	9,11 10-3 (5)	1,14 10-2 (5)	1,63 10-2 (5)	2,48 10-2 (6)	2,89 10-2(7)
B	AV	3,09 10-4 (2)	1,21 10-3 (4)	1,35 10-3 (4)	1,70 10-2 (4)	2,13 10-3(4)	3,56 10-2 (4)	5,06 10-3 (5)	6,66 10-3 (5)	9,70 10-3 (5)	1,17 10-2(5)
	AR	I,34 10-4 (2)	5,28 10-4 (3)	5,88 10-4 (3)	7,41 10-4 (3)	7,76 10-4(3)	1,66 10-3 (4)	2,22 10-3 (4)	2,89 10-3 (4)	4,21 10-3 (4)	5,10 10-3(5)
C	AV	6,03 10-4 (3)	2,14 10-3 (4)	2,24 10-3 (4)	2,88 10-3 (4)	3,13 10-3(4)	5,88 10-3 (5)	7,72 10-3 (5)	1,06 10-2 (5)	1,58 10-2 (5)	1,89 10-2(5)
	AR	3,81 10-4 (2)	1,23 10-3 (4)	1,29 10-3 (4)	1,60 10-3 (4)	1,74 10-3(4)	3,34 10-3 (4)	4,30 10-3 (4)	5,39 10-3 (5)	8,77 10-3 (5)	1,04 10-2(5)

TAB. 37

Classe	OA (cm3)	A	OB (cm3)	B
Classe I	29	1,10	1,35	1,76
Classe 2	120	2,20	2,00	2,00
Classe 3	200	3,30	3,00	1,90
Classe 4	600	3,70	5,00	2,25
Classe 5	1000	3,30	10,00	2,50

TAB. 38

1°) il n'y a pas de route "parfaite" (classe 1) pour les véhicules étudiés, on n'a pas de véhicule représentant une P.S.D. inférieure à $4.10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$.

2°) la route supposée de la première classe suivant les données géométriques représente une route de la deuxième classe du point de vue confort pour le véhicule et l'essieu avant du véhicule "C," cette même route est de la troisième classe pour l'essieu avant du véhicule "C", et pour l'essieu arrière du véhicule "A" et enfin elle est de la quatrième classe pour l'essieu avant du véhicule "A".

3°) a - le véhicule "A" représente un niveau de la P.S.D. d'accélération variable entre la classe 4 et la classe 7.

b - le véhicule "B" représente un niveau de la P.S.D. d'accélération variable entre la classe 2 et la classe 4.

c - le véhicule "C" représente un niveau de la P.S.D. d'accélération variable entre la classe 3 et la classe 5.

d - les trois véhicules varient entre la classe 2 et la classe 7.

4°) On peut déduire du paragraphe précédent que :

a - le classement géométrique adopté est "très sévère", car la route considérée géométriquement de la classe 10 est relativement acceptable même pour un véhicule de confort moyen.

b - les classes 4, 5 et 6 produisent pratiquement le même niveau d'accélération du point de vue de la tolérance de l'homme aux accélérations, on peut donc considérer les trois classes géométriques comme une seule classe ; même considération en ce qui concerne les classes géométriques 3 et 4 et les classes 8 et 9 qui représentent la même chose du point de vue confort.

c - pour un véhicule d'un confort limité, l'amélioration de la route a pratiquement une influence très limitée sur la performance, on remarque que les revêtements situés entre les classes géométriques 2 à 7 ont pratiquement la même influence sur ce véhicule.

d - Pour un véhicule d'un bon confort comme le véhicule "B", l'influence des caractéristiques de la surface est moins perceptible.

On remarque que l'essieu AV. de ce véhicule a montré une différence sensible entre les classes géométriques 1 et 2, puis aucune différence entre les classes géométriques 2 à 6. Le classement géométrique de l'uni en dix classes différentes a représenté pour le véhicule "B" un classement en trois classes seulement, on note que la classe routière la plus mauvaise a représenté pour le véhicule "B" une classe moyenne d'uni.

Le même raisonnement s'applique au véhicule "C", on remarque que les dix classes géométriques se résument pour le véhicule "C" en trois classes simplement.

Donc, le classement géométrique de l'uni des revêtements routiers n'est pas valable, il représente des limites "trop" sévères à imposer sur la construction routière. L'amélioration de la surface n'est perceptible qu'à partir d'une certaine valeur, on remarque qu'on peut réduire les classes adoptées en 5 classes uniquement pour les voitures moyennes. L'amélioration de l'état de la surface doit être effectuée en fonction des classes ainsi déterminées. Le tableau 38 représente les cinq classes de l'uni déterminées d'après les résultats obtenus au tableau 37. A partir de ce nouveau classement, on peut étudier l'état de l'uni de chaque revêtement, afin d'apporter des éléments réels concernant la mise en oeuvre de ces revêtements.

L'étude concernant cette partie de la recherche pourra être réalisée dans le futur, dont l'objet sera d'étudier l'influence du matériel de mise en oeuvre sur l'état des surfaces.

On ne peut adopter les résultats déjà obtenus qu'après la vérification de la validité des modèles mathématiques adoptés ; cette question sera abordée dans le cadre de l'étude expérimentale.

D'autre part, il ne faut pas oublier que la P.S.D. des routes est représentée dans le cadre de l'étude numérique par deux lignes droites en négligeant les pics. D'ailleurs, il faut noter que les spectres d'excitation sous la roue droite et la roue gauche du même essieu sont supposés identiques. L'analyseur de profil en long doubles traces est en cours, on peut prévoir de refaire les calculs dans le futur suivant la méthode présentée au chapitre 4.

2 - L'angle de roulis au centre de gravité de l'essieu

2.1 - L'accélération angulaire

Les figures 42 à 44 montrent les courbes de la densité spectrale de l'accélération angulaire, de la masse suspendue, autour du centre de roulis de l'essieu avant et arrière du véhicule "A" et de l'essieu

avant du véhicule "B". Pour les dix classes de routes, nous nous sommes contentés de ces trois fuseaux seulement, car nous ne possédons pas de renseignement concernant l'effet de l'accélération angulaire sur l'homme. La densité spectrale de l'accélération angulaire a comme unité : $\text{rad}^2 \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$. Le but de présenter ces courbes est de donner une idée sur l'influence de l'uni, sur le mouvement de roulis du véhicule en accélération. Nous résumons les résultats obtenus de la manière suivante :

1 - La réponse du véhicule "A" en S_0 varie entre 2. et 32,3 $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ pour l'essieu avant et entre $5,8 \cdot 10^{-1}$ et 12,74 $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ pour l'essieu arrière à la fréquence de résonance de la caisse (1,1 Hz), entre $1,1 \cdot 10^{-2}$ et $6,6 \cdot 10^{-2}$ $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ pour l'essieu avant et entre $7,84 \cdot 10^{-3}$ et $4,00 \cdot 10^{-2}$ $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ pour l'essieu arrière à la fréquence de résonance des masses non suspendues.

2 - La réponse de l'essieu avant du véhicule "B" en S_0 varie entre $2,37 \cdot 10^{-1}$ et 5,17 $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ à la fréquence de résonance de la masse suspendue, et entre $4,60 \cdot 10^{-3}$ et $3,10 \cdot 10^{-2}$ $\text{rad}^2 \text{S}^{-4} / \text{Hz}$ à la fréquence de résonance des masses non suspendues.

3 - On remarque que le niveau de la densité spectrale de l'accélération angulaire S_0 du véhicule "B" est nettement inférieur à celui du véhicule "A", il y a un rapport de 1/5 à la fréquence de résonance de la masse suspendue et de 1/3 à la fréquence de résonance de la masse non suspendue. Enfin à titre indicatif, on remarque que l'influence d'un revêtement de la dixième classe sur l'essieu avant du véhicule "B" est égale à l'influence d'un revêtement de la quatrième classe sur l'essieu avant du véhicule "A". On remarque d'ailleurs que la réponse du véhicule "A" à un revêtement de la première classe est égale à la réponse du véhicule "B" à un revêtement de la septième classe. On peut en conclure que la sensibilité du véhicule "A" aux défauts de l'uni dans le sens transversal est nettement supérieure à celle du véhicule "B", et que le jugement de l'état de l'uni dans le sens transversal doit tenir compte en premier lieu du genre de véhicule circulant sur la route.

2.2 - L'angle de roulis

Les figures 45 à 47 montrent les courbes de la densité spectrale de l'angle de roulis de la masse suspendue autour du centre de roulis, des deux essieux du véhicule "A" et de l'essieu avant du véhicule "B" pour les dix classes de route. Comme dans le cas précédent nous nous sommes contentés de présenter ces trois fuseaux car nous n'avons pas de renseignements sur l'effet de l'angle de roulis sur l'homme. La densité spectrale de l'angle de roulis a pour unité : rad^2 / Hz . Le but de présenter ces courbes est de donner une idée sur l'influence de l'uni sur l'angle de roulis du véhicule d'une part et de comparer les réponses de ces deux véhicules. On peut résumer les résultats obtenus de la manière suivante :

1 - Les courbes de S_0 présentent un seul pic dans le domaine des très basses fréquences (autour de 1 Hz).

2 - La réponse du véhicule "A" en S_0 à la fréquence indiquée varie entre $3,15 \cdot 10^{-4}$ et $3,47 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ pour l'essieu avant et entre $1,25 \cdot 10^{-4}$ et $2,72 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^2/\text{Hz}$ pour l'essieu arrière.

3 - La réponse de l'essieu avant du véhicule "B" en S_0 à la fréquence indiquée, varie entre $4,96 \cdot 10^{-5}$ et $1,12 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^2/\text{Hz}$.

4 - On remarque que le niveau de la densité spectrale S_0 du véhicule B est nettement inférieur à celui du véhicule "A", il y a dans ce cas (comme pour S_0) un rapport de Hz à la fréquence de référence.

Enfin, et comme dans le cas de S_0 , on trouve qu'il faut faire évaluer l'état de l'une dans le sens transversal en tenant compte d'un premier lieu du genre de véhicule circulant sur la route.

3 - Le déplacement vertical du centre de gravité de l'essieu

Les figures 48 à 53 montrent les courbes de la densité spectrale du déplacement au centre de gravité de l'essieu avant et de l'essieu arrière des trois voitures étudiées. On remarque que les courbes ont la même forme sauf celles de l'essieu arrière du véhicule "B". Ces courbes présentent un seul pic correspondant à la fréquence de résonance de la masse suspendue. Le niveau de ce pic varie (comme dans le cas des courbes de la P.S.D. d'accélération) à la fois avec la classe géométrique de l'uni et avec le véhicule. Nous avons établi à partir de ces six fuseaux les tableaux 39 et 40. Dans le tableau 39, nous avons marqué les valeurs de la densité spectrale du déplacement à la fréquence de résonance de la masse suspendue ($1 \text{ Hz} \pm \epsilon$), pour chaque essieu des trois voitures étudiées. On remarque tout d'abord que le niveau de la P.S.D. du déplacement varie sensiblement avec le véhicule pour la même classe de route. On trouve contrairement à ce qu'on a trouvé dans le cas de P.S.D. d'accélération, que le véhicule "C" considéré au départ comme le véhicule le plus confortable, représente en effet un niveau de la P.S.D. du déplacement inférieur à celles des véhicules "A" et "B". Il faut noter quand même que la différence entre le véhicule "C" et le véhicule "B" est peu importante, bien que la différence entre ces deux véhicules et le véhicule "A" est assez importante, en particulier pour les classes de route supérieures à la cinquième classe. On remarque d'ailleurs qu'il y a une nette différence entre le niveau de la P.S.D. du déplacement de l'essieu avant et celui de l'essieu arrière du même véhicule. On remarque aussi que le niveau de la P.S.D. du déplacement de l'essieu arrière est toujours inférieur à celui de l'essieu arrière sur les trois voitures. Dans le tableau 40, on a noté les valeurs de la P.S.D. du déplacement à la fréquence 0,5 Hz pour chaque essieu des trois voitures étudiées. On remarque que l'amplitude de la densité spectrale est quelquefois supérieure à celle notée à la fréquence de résonance, en particulier en ce qui concerne le véhicule "B". Sur les figures 48 à 53,

Densité spectrale (P.S.D.) S _z en cm ² /Hz à 1,1 Hz à 0,9 Hz à 1,1 Hz											
Véh	Ess.	Classe I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	AV	5,14. IO-I	1,82	1,91	2,46	2,67	5,12	6,58	9,03	13,45	15,95
	AR	3,33. IO-I	1,06	1,07	1,33	1,40	2,71	3,40	4,85	7,37	8,59
B	AV	4,86. IO-I	8,08. IO-I	9,65. IO-I	1 18	1,73	2,90	3,94	4,95	7,03	8,69
	AR	4,00. IO-I	4,26. IO-I	5,75. IO-I	6,75. IO-I	1,15	1,80	2,60	3,05	4,05	5,10
C	AV	2,40. IO-2	8,25. IO-I	8,91. IO-I	1,15	1,26	2,39	3,08	4,22	6,28	7,45
	AR	1,42. IO-I	5,03. IO-I	5,25. IO-I	6,78. IO-I	7,50. IO-I	1,41	1,86	2,49	3 71	4,40

TABLEAU 39

Densité spectrale (P.S.D.) S _z en cm ² /Hz à 0,5 Hz											
véh	Ess.	Classe I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	AV	4,80. IO-2	4,00. IO-I	7,03. IO-I	7,50. IO-I	2,60	2,98	4,70	4,56	5,66	7,86
	AR	4,57. IO-2	3,80. IO-I	6,69. IO-I	7,14. IO-I	2,47	2,83	4,48	4,34	5,39	7,49
B	AV	5,66. IO-I	4,70. IO-I	8,28. IO-I	8,83. IO-I	3,06	3,51	5,54	5,38	6,68	9,27
	AR	5,59. IO-I	4,65. IO-I	8 18. IO-I	8,72. IO-I	3,02	3,47	5,48	5,31	6,59	9,15
C	AV	4,95. IO-2	4,12. IO-I	7,25. IO-I	7,73. IO-I	2,68	3,07	4,85	4,70	5,84	8,11
	AR	4,77. IO-2	3,96. IO-I	6,97. IO-I	7,44. IO-I	2,57	2,95	4,67	4,53	5,62	7,80

TABLEAU 40

nous avons porté les valeurs de la P.S.D. à 20 Hz pour indiquer le niveau de la densité spectrale du déplacement à cette fréquence, on remarque d'ailleurs que les valeurs de cette densité deviennent très petites à partir de 5 Hz, c'est pourquoi nous nous sommes limités à la gamme 0,5 à 5 Hz dans les courbes sus-indiquées. Enfin on peut noter d'après les tableaux 39 et 40, que :

a - Pour une route de la première classe géométrique, les trois voitures se situent pratiquement dans le même ordre. Le niveau de la P.S.D. du déplacement est peu important.

b - Le niveau de la P.S.D. du déplacement relatif au véhicule "A" prend des valeurs relativement importantes à partir de la classe 2, bien que le niveau relatif aux véhicules "B" et "C" demeure faible jusqu'à la classe 4.

c - Une route de la deuxième classe donne une valeur de la P.S.D. du déplacement pour le véhicule "A", supérieure à la valeur que donnent les véhicules "B" et "C" s'ils circulent sur une route de la quatrième classe.

d - Le niveau minimal de la P.S.D. du déplacement est relatif à l'essieu arrière du véhicule C.

e - Les résultats ainsi obtenus confirment la remarque faite dans le cas de la P.S.D. d'accélération : le jugement de l'état de l'uni dans le sens transversal ne peut pas être valable si l'on ne tient pas compte du genre du véhicule qui en circule. On ne peut pas mettre, dans l'état actuel de notre travail, un critère concernant le niveau de la P.S.D. du déplacement admissible, mais il est bien évident qu'on peut relier facilement le niveau de la P.S.D. du déplacement au niveau du déplacement effectif de la masse suspendue.

3. Le mouvement de tangage

Comme nous l'avons indiqué au paragraphe 2. précédent, on a supposé que les mouvements de roulis et de tangage sont découplés. Le mouvement de tangage traduit l'effet des irrégularités longitudinales de l'uni.

A - Les phénomènes dûs au véhicule :

Les figures 55 à 66 montrent les fonctions de transfert C_i des trois véhicules étudiés. Comme nous l'avons indiqué au paragraphe 6. (Interprétation des calculs) du chapitre 4 ; il ne s'agit pas de fonctions de trans-

fert proprement dites, les fonctions C_i représentent pratiquement le carré de la réponse en fréquence du véhicule à un point donné. La fonction C_3 représente le carré de la fonction de transfert du véhicule au centre de gravité d'une masse non suspendue avant. La fonction C_4 représente le carré de la fonction de transfert du véhicule au centre de gravité d'une masse non suspendue arrière. La fonction C_5 représente le carré de la fonction de transfert du véhicule au centre de gravité de la masse suspendue avant, et enfin la fonction C_6 représente le carré de la fonction de transfert de véhicule au centre de gravité de la masse suspendue arrière. Donc, pour évaluer la valeur d'une fonction de transfert déterminée, il faut prendre la racine carré des fonctions C_i . Cette considération explique les valeurs "élevées" des fonctions C_i surtout celles du véhicule "A". On note enfin que les fonctions C_i sont des nombres réels, on se rappelle que :

$$C_i = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac + bd) \cos \omega t_0 + 2(ad - bc) \sin \omega t_0$$

avec : $H_{j1} = a + ib$

$$H_{j2} = c + id$$

où H_{j1} est la fonction de transfert du point j du véhicule si celui-ci est excité uniquement par les roues avant, et H_{j2} est la fonction de transfert du même point j du véhicule si celui-ci est excité uniquement

par les roues arrière et $t_0 = \frac{L}{v_0}$, en supposant que la voiture circule à une vitesse constante $v_0 = 72$ kms/h. Nous discutons ici, ces courbes C_5 et C_6 des trois véhicules seulement, car nous nous intéressons au comportement du véhicule au niveau de la caisse pour étudier le confort. On remarque d'après ces courbes (figures 57 à 66) que :

1 - Le véhicule "A", considéré comme voiture peu confortable présente au niveau de l'essieu avant (C_5), huit pics plus ou moins importants à 0,9 , 1,3 , 2,1 , 5, 9, 11, 15 et 18 Hz. Les pics les plus importants se trouvent à 0,9 Hz et à 1,3 Hz et au niveau de l'essieu arrière (C_6), sept pics plus ou moins importants à 1,2 , 5, 9, 13, 15 et 18 Hz. Les pics les plus importants se trouvent à 1,2 et 5 Hz.

2 - Le véhicule "B", considéré comme voiture d'un confort moyen présente deux pics : à 0,8 Hz et à 14 Hz au niveau de l'essieu avant (C_5) et à 1 Hz et à 11 Hz au niveau de l'essieu arrière (C_6).

3 - Le véhicule "C", considéré comme voiture confortable présente trois pics : à 1 Hz, 1,3 Hz et 11 Hz au niveau de l'essieu avant (C_5) et deux pics : à 1 Hz et 11 Hz au niveau de l'essieu arrière (C_6).

On remarque dans le cas du tangage que la fréquence ou les fréquences de résonance de la caisse interviennent dans la détermination du niveau du confort de la voiture, associées avec le niveau de l'amplitude de la fonction de transfert.

1 - Niveau d'amplification

1.1 - La fonction C_5 :

Cette fonction traduit la réponse du véhicule au centre de gravité de la masse suspendue avant, on remarque d'après les courbes relations aux trois véhicules que l'amplitude de cette fonction aux fréquences de résonance de la caisse varie de la façon suivante :

	<u>à 0,9 Hz</u>	<u>à 1,3 Hz</u>	<u>à 2 Hz</u>
Véhicule "A" :	8,91	7,63	4,81
Véhicule "B" :	8,97	-	-
Véhicule "C" :	7,26	2,83	-

c'est-à-dire que le niveau d'amplification des trois véhicules à la fréquence $1 \text{ Hz} \pm \epsilon$ est le même. Les véhicules sont différents en ce qui concerne les autres fréquences : le véhicule "C" présente à la fréquence 1,3 Hz un niveau d'amplification nettement inférieur à celui du véhicule "A", bien que le véhicule "B" ne présente pas de pic à cette fréquence. Le véhicule "A" seul présente un pic à la fréquence 2 Hz. Par conséquence on trouve que le véhicule "B" est le plus confortable, puis le véhicule "C" et enfin le véhicule "A". Ce résultat confirme la remarque faite dans le cas du mouvement du roulis.

1.2 - La fonction C_6 :

Cette fonction traduit la réponse du véhicule au centre de gravité de la masse suspendue arrière. L'amplitude de cette fonction aux fréquences de résonance de la caisse varie de la manière suivante :

	<u>à 1 Hz</u>	<u>à 2 Hz</u>	<u>à 5 Hz</u>
Véhicule "A" :	10,93	1,59	3,27
Véhicule "B" :	7,10	-	-
Véhicule "C" :	12,40	-	-

On remarque que le niveau d'amplification du véhicule C à la fréquence 1 Hz est le plus important, ainsi que pour les véhicules A et B.

Le véhicule "A" seul présente deux autres pics d'un niveau assez important. Par conséquent, on trouve que le véhicule "B" est le plus confortable, quant aux véhicules "C" et "A" : "C" a un niveau d'amplification à 1 Hz légèrement supérieur à "A", mais "A" présente deux autres pics à des fréquences voisines, donc on peut dire que le véhicule "C" est plus confortable que le véhicule A. Ce résultat confirme encore une fois la remarque faite dans le cas de roulis.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous nous sommes intéressé uniquement aux fonctions C_5 et C_6 étant donné que les mouvements relatifs aux masses non suspendues n'interviennent pas directement sur le confort du véhicule. On note cependant que les calculs effectués serviront pour vérifier la validité des modèles mathématiques et analogiques adoptés.

2 - Influence du siège et des éléments de la suspension

Les mêmes considérations faites lors de l'étude du mouvement du roulis concernant le siège ; l'amortisseur de la suspension, sont appliqués aussi dans le cas du tangage. Il est bien évident qu'il n'y a pas de barre anti-roulis dans ce cas, le couplage entre les deux essieux est assuré par la caisse du véhicule. Nous avons négligé l'amortissement du pneumatique dans l'étude de ce mouvement, car nous avons remarqué d'après l'étude du mouvement de roulis que cet amortissement intervient très peu dans le domaine des très basses fréquences.

L'influence du frottement de "Coulomb" sur le mouvement de tangage sera étudié dans le cadre de l'étude analogique, il est bien évident que les éléments "caoutchoutiques" de la suspension jouent leur rôle de la même façon dans les cas du tangage. Enfin, on note que la vérification des résultats obtenus concernant le comportement du véhicule entre dans le cadre de l'étude expérimentale.

B - Les phénomènes dûs à l'uni des revêtements routiers

Les figures 67 à 72 montrent les courbes de la densité spectrale d'accélération au centre de gravité de la masse suspendue avant (SY_5) et de la masse suspendue arrière (SY_6) des trois véhicules étudiés et pour les dix classes de route. Toutes ces courbes présentent "un pic" très important autour de 1 Hz, les véhicules B et C présentent un autre pic autour de 13 Hz, et le véhicule "A" présente trois autres pics assez importants à 5,9 et 13 Hz. Nous nous intéressons uniquement des pics relatifs à la fréquence de résonance de la masse suspendue (autour de 1 Hz) pour les raisons expliquées précédemment. On remarque que le niveau de la P.S.D. d'accélération à cette fréquence varie à la fois avec la classe du revêtement routier et avec le véhicule. Nous avons

établi d'après ces fuseaux les tableaux 41 et 42. Dans ces tableaux, nous avons noté les valeurs de la densité spectrale d'accélération à la fréquence de résonance des masses suspendues avant et arrière pour les trois voitures étudiées et pour chaque classe de route. On remarque tout d'abord, que le niveau de la P.S.D. d'accélération varie avec la classe du revêtement, la différence entre les trois véhicules pour le même revêtement est peu important. On trouve ici un classement des trois voitures du point de vue confort différent de celui qu'on a trouvé à l'issue de l'étude du mouvement de roulis. Pour la masse suspendue avant, le véhicule le plus confortable est cette fois la voiture "A", puis la voiture C et enfin la voiture B. Pour la masse suspendue arrière c'est le véhicule qui est le plus confortable puis le véhicule "A" et enfin le véhicule "C".

Si l'on compare ces tableaux avec le tableau 34 concernant le critère du confort, on trouve les résultats suivants :

1°) Comme dans le cas de roulis, il n'y a pas de route "parfaite" (de la première classe) pour les véhicules étudiés, les trois véhicules présentent un niveau de P.S.D. d'accélération supérieur à $4.10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$.

2°) La route supposée géométriquement de la première classe représente une route de la deuxième classe du point de vue confort pour les trois véhicules sauf pour l'essieu arrière du véhicule C, cette route est de la troisième classe).

3°) Les trois véhicules présentent un niveau de P.S.D. d'accélération variable entre la deuxième et la cinquième classe.

4°) On retrouve ici la remarque présentée lors de l'étude du mouvement de roulis : le classement géométrique est très sévère, la route considérée de la dixième classe géométriquement est acceptable pour les trois voitures.

5°) Les classes géométriques 2,3 et 4 produisent pratiquement le même niveau d'accélération du point de vue confort, on peut donc considérer les trois comme une seule classe ; même considération en ce qui concerne les classes géométriques 4, 5, 6, 7 et 8 et les classes 9 et 10 qui représentent le même niveau d'accélération du point de vue de la tolérance de l'homme aux vibrations.

6°) Pour les trois véhicules, l'amélioration de la surface n'est perceptible qu'à partir d'une certaine valeur, on remarque qu'on peut réduire les classes adoptées en cinq classes seulement pour les voitures moyennes. Le tableau 38 qui représente les cinq classes d'uni déterminées d'après les résultats concernant le mouvement de roulis, est aussi valable pour le mouvement de tangage. A partir du classement montré dans le tableau 38, on peut établir les caractéristiques géométriques de la surface à respecter. L'étude concernant ce point pourra être réalisée dans le futur comme nous l'avons indiqué lors de l'étude du mouvement de roulis.

MOUVEMENT DE TANGAGE

P.S.D. (densité spectrale) S _y en g ² /Hz		Véh	Classe I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		A	I,49 10-4 (2)	6,55 10-4 (3)	7,88 10-4 (3)	9,20 10-4 (3)	I,40 10-3 (4)	2,35 10-3 (4)	3,19 10-3 (4)	4,01 10-3 (4)	5,70 10-3 (5)	7,04 10-3 (5)
		B	I,91 10-4 (2)	7,54 10-4 (3)	8,40 10-4 (3)	I,06 10-3 (3)	I,41 10-3 (4)	2,38 10-3 (4)	3,22 10-3 (4)	4,13 10-3 (4)	6,02 10-3 (5)	7,28 10-3 (5)
		C	I,59 10-4 (2)	6,25 10-4 (3)	6,96 10-4 (3)	8,77 10-4 (3)	I,14 10-3 (3)	I,97 10-3 (4)	2,60 10-3 (4)	3,49 10-3 (4)	5,40 10-3 (5)	6,40 10-3 (5)

TABEAU 41

P.S.D. S _y en g ² /Hz		A	2,43 10-4 (2)	9,76 10-4 (3)	I,09 10-3 (3)	I,37 10-3 (4)	I,71 10-3 (4)	3,08 10-3 (4)	4,09 10-3 (4)	4,30 10-3 (4)	7,79 10-3 (5)	9,42 10-3 (5)
		B	I,60 10-4 (2)	6,31 10-4 (3)	7,03 10-4 (3)	8,95 10-4 (3)	I,11 10-3 (3)	2,00 10-3 (4)	2,63 10-3 (4)	3,46 10-3 (4)	5,04 10-3 (5)	6,09 10-3 (5)
		C	5,06 10-4 (3)	I,99 10-3 (4)	2,22 10-3 (4)	2,79 10-3 (4)	3,50 10-3 (4)	6,28 10-3 (5)	8,29 10-3 (5)	I,09 10-2 (5)	I,59 10-2 (5)	I,92 10-2 (5)

TABEAU 42

7°) On ne peut adopter définitivement les résultats ainsi obtenus qu'après la vérification de la validité des modèles mathématiques et analogiques adoptés. Cette vérification entre dans le cadre de l'étude expérimentale.

Enfin, et comme dans le cas du roulis, il ne faut pas oublier que la densité spectrale de la route est représentée par deux droites et que cette représentation néglige les points singuliers du revêtement (les pics). D'ailleurs nous avons supposé que la voiture circule suivant une ligne droite et qu'elle est excitée uniquement par le profil de la route.

CONCLUSIONS PARTIELLES :

1°) Les classes géométriques adoptées sont très sévères du point de vue confort du véhicule moyen.

2°) Le critère "confort" adopté (tableau 34) tient compte de l'influence de l'uni sur le niveau d'accélération admissible par l'Homme.

3°) Il n'y a pas de route "parfaite" actuellement pour les voitures moyennes Françaises.

4°) Pour le mouvement de roulis, le niveau de la P.S.D. d'accélération varie considérablement avec la voiture pour la même classe de route. La route considérée très mauvaise géométriquement est une route acceptable pour le véhicule moyen.

5°) Pour le mouvement de tangage, le niveau de la P.S.D. d'accélération varie avec la classe de route de la même façon pour la catégorie des voitures moyennes.

La route considérée très mauvaise géométriquement est une route moyenne pour les véhicules étudiés (les voitures moyennes).

6°) L'amélioration de l'uni n'est perceptible qu'à partir d'une gamme de valeurs données (tableau 38).

7°) A partir du classement établi suivant ces valeurs, on peut déterminer les caractéristiques géométriques de l'uni des revêtements routiers à respecter.

C H A P I T R E 5

L'ETUDE EXPERIMENTALE

Nous avons présenté dans les chapitres précédents les calculs théoriques réalisés.

Les mesures ont pour but d'étudier l'effet réel de l'uni sur le comportement dynamique du véhicule automobile d'une part, et de vérifier la validité des modèles numériques ou analogiques adoptés d'autre part.

Nous insistons toujours sur le choix d'un modèle numérique ou analogique, parce qu'il faut trouver un moyen général, qui nous permette avec nos moyens de mesure, de connaître l'influence d'un revêtement donné sur une voiture donnée.

Le but à atteindre est de trouver un modèle réaliste, qui constituera avec l'Analyseur de Profil en Long (simple ou double traces), un ensemble de mesure qui tient compte à la fois de l'uni et du véhicule, et qui nous permettra de vérifier le critère "confort" établi, puis de déterminer les limites de tolérance des défauts de l'uni.

On a remarqué au chapitre précédent, qu'il est bien évident que le critère de classement du réseau routier suivant le signal de l'A.P.L. est en toute rigueur insuffisant, car il tient compte uniquement de la géométrie de la route, il convient néanmoins de savoir l'effet des irrégularités du revêtement sur l'utilisateur, c'est à dire : le véhicule qui circule sur la route.

Pour étudier cette influence réellement, nous avons réalisé deux plans de mesure, sur deux voitures moyennes françaises (A et B).

I - PREMIER PLAN DE MESURES

1°) L'équipement de la voiture

Nous avons équipé la voiture (B) de trois accéléromètres fixés sur le châssis à trois points (fig. 94) :

1. le centre de gravité du véhicule (accéléromètre 3)
2. à la verticale de la suspension arrière droite (accéléromètre 5)
3. à l'intersection du plan passant par les suspensions avant et arrière droite et du plan passant par le centre de gravité du véhicule (accéléromètre 4).

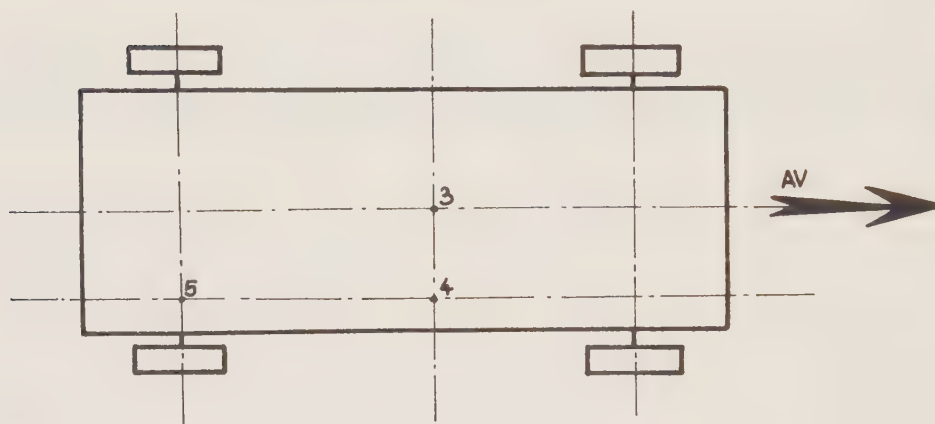


Fig. 94

Ces points doivent représenter respectivement les mouvements du pompage, du roulis et du tangage du véhicule.

2°) La route parcourue :

Nous avons effectué les mesures sur échantillon d'un réseau routier, composé de 27 sections dans la région de Bordeaux, et sur la R.N. 4 (PARIS-STRASBOURG) : 8 sections sur la N. 10, 2 sur la N. 650, 2 sur la N. 652, 1 sur le C.D. 106 et 14 sur la N. 4.

Le choix de ces tronçons était tout à fait arbitraire, nous avons essayé d'obtenir un échantillon représentatif du réseau national, les sections prises dans la région de Bordeaux sont caractérisées par un uni très mauvais, celles de la N. 4 sont d'un niveau variable d'un uni moyen au bon.

Dans la région de Bordeaux, la différence de l'uni entre les mesures effectués par l'A.P.L. et les mesures d'accélérations, étant très grande, les résultats obtenus ne sont pas exploitables. Nous nous sommes limités à l'étude des sections sur la N. 4.

3°) Les mesures effectuées - La densité spectrale d'accélération :

Nous avons enregistré les signaux des accéléromètres sur bandes magnétiques, puis nous avons effectué une analyse spectrale sur ces signaux.

Les courbes de la densité spectrale d'accélération ont d'une façon générale, l'allure montrée sur la figure 95, on distingue sur ces courbes deux pics importants à 1,1 Hz et à 11 Hz.

Nous avons choisi quatre valeurs significatives de chaque courbe :

1. la valeur de la densité spectrale au début de la gamme de fréquence : 0,5 Hz.
2. la valeur de la densité spectrale à 1,1 Hz (le premier pic)
3. la valeur de la densité spectrale à 11 Hz (le deuxième pic)
4. la valeur de la densité spectrale à la fin de la gamme de fréquence : 20 Hz.

On a obtenu ainsi les tableaux 43, 44 et 45 qui correspondent aux trois mouvements du véhicule : le tangage, le roulis et le pompage (associé avec le roulis - capteur 5), la densité spectrale sur ces tableaux a comme unité g^2/Hz .

Nous avons remarqué d'après ces courbes que :

1. Le niveau maximum de la D.S.^(*) pour le mouvement du roulis (capteur 4) est de $9,92 \cdot 10^{-3} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 1,1 Hz (pour un tronçon de route départementale C.D. I.E Bordeaux).
2. Le niveau maximum de la D.S. pour le mouvement du pompage (capteur 3) est de $1,36 \cdot 10^{-2} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 1,1 Hz (pour un tronçon de route nationale, la N. 652 Arcachon-Sanguinet).
3. Le niveau maximum de la D.S. pour le mouvement de tangage (capteur 5) est de $1,76 \cdot 10^{-2} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 1,1 Hz (pour le même tronçon de route mentionné ci-dessus : la N. 652 Arcachon-Sanguinet).
4. Le niveau minimal de la D.S. pour le mouvement du roulis est de $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 20 Hz (pour une route départementale C.D. I.E. Bordeaux (Saint Jean d'Illac-Pierretton).
5. Le niveau minimal de la D.S. pour le mouvement de pompage est de $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 20 Hz (pour la même route mentionnée ci-dessus).
6. Le niveau minimal de la D.S. pour le mouvement de tangage est de $1,76 \cdot 10^{-5} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la fréquence 20 Hz (pour une route nationale : la 650 Bordeaux- Arcachon).

(*) ou P.S.D.

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 3
 Vitesse : 72 Km/h
 Véhicule : B

Mouvement de : Pompage
 Point de mesure : 3

No. ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	10 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I	320 (8)	2 640	8 000	96	18-23	PARIS BORDEAUX	10
2	1 008 (6)	3 200	4 800	56	28-32	"	10
3	320 (6)	1 360	4 480	48	140-145	"	10
4	288 (4)	1 360	2 880	56	49-55	"	10
5	272 (3)	800	6 880	40	32-37	"	10
6	240 (2)	1 280	4 000	64	5-8	"	10
7	1 050 (10)	2 240	2 800	104	13-19	"	10
8	384 (7)	1 520	3 200	64	40-45	"	10
9	1 760 (13)	13 600	2 000	112		ARCACHON SANGUINET.	652
10	1 440 (11)	4 000	1 840	96		"	652
11	320 (5)	3 520	1 568	32			CD. I.E
12	136 (1)	1 240	4 640	40		BORDEAUX ARCACHON.	650
13	1 600 (12)	4 800	2 880	64		"	650

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

TABLEAU 44

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 4
 Vitesse : 72 Km/h
 Véhicule : B

Mouvement de : Roulis

Point de mesure : Caisse à la hauteur
 du C.G. (4)

No $\varnothing$	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I	160 (9)	640	2 240	28,8	I8-23	PARIS BORDEAUX	10
2	144 (8)	752	2 040	22,4	28-32	"	"
3	320 (11)	592	6 400	51,2	140-145	"	"
4	54,4 (1)	264	I 360	18,4	49-55	"	"
5	60,8 (3)	192	4 000	17,6	32-37	"	"
6	56 (2)	253	2 720	16,8	5-6	"	"
7	112 (6)	392	1 600	17,6	13-19	"	"
8	64 (4)	272	1 760	16,8	40-45	"	"
9	208 (10)	4 080	1 040	64			N. 652
10	1 040 (13)	2 240	830	27,2	33-4	ARCACHON SANGUINET	"
11	104 (5)	9 920	832	16		St Jean PIERROTON	CD I.E.
12	128 (7)	1 296	2 160	16	22 allée T9	BORDEAUX ARCACHON	650
13	384 (12)	880	1 184	16,8		"	"

Unité : $\text{cm}^2 \text{sec}^{-4}/\text{HZ}$

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 5
Vitesse : 72 Km/H.
Véhicule : B

Mouvement de : Tangage
Point de mesure : Caisse à la hauteur
de l'ess. arr. (5)

No $\varnothing$	0,5 Hz	1,1 Hz	10 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I	244	4 320	3 040	48	18-23	PARIS BORDEAUX	10
2	163,2	6 400	3 680	112	28-32	"	"
3	148	4 000	4 000	35,2	140-145	"	"
4	164,8	1 792	2 800	80	49-55	"	"
5	164,8	2 440	6 080	40	32-37	"	"
6	163,2	1 920	3 760	64	5-8	"	"
7	400	2 944	2 800	48	13-19	"	"
8	164,8	2 320	2 960	80	40-45	"	"
9	480	1 760	2 240	160			N.652
10	416	4 800	1 648	96	33-4	ARCACHON SANGUINET	"
11	288	7 200	1 760	48	CD 106 RN 650	St JEAN PIERRETON	C.D. E.I
12	192	2 320	4 160	48	22 Allée T.9	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
13	288	5 120	1 600	17,6			"

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4}/\text{HZ}$

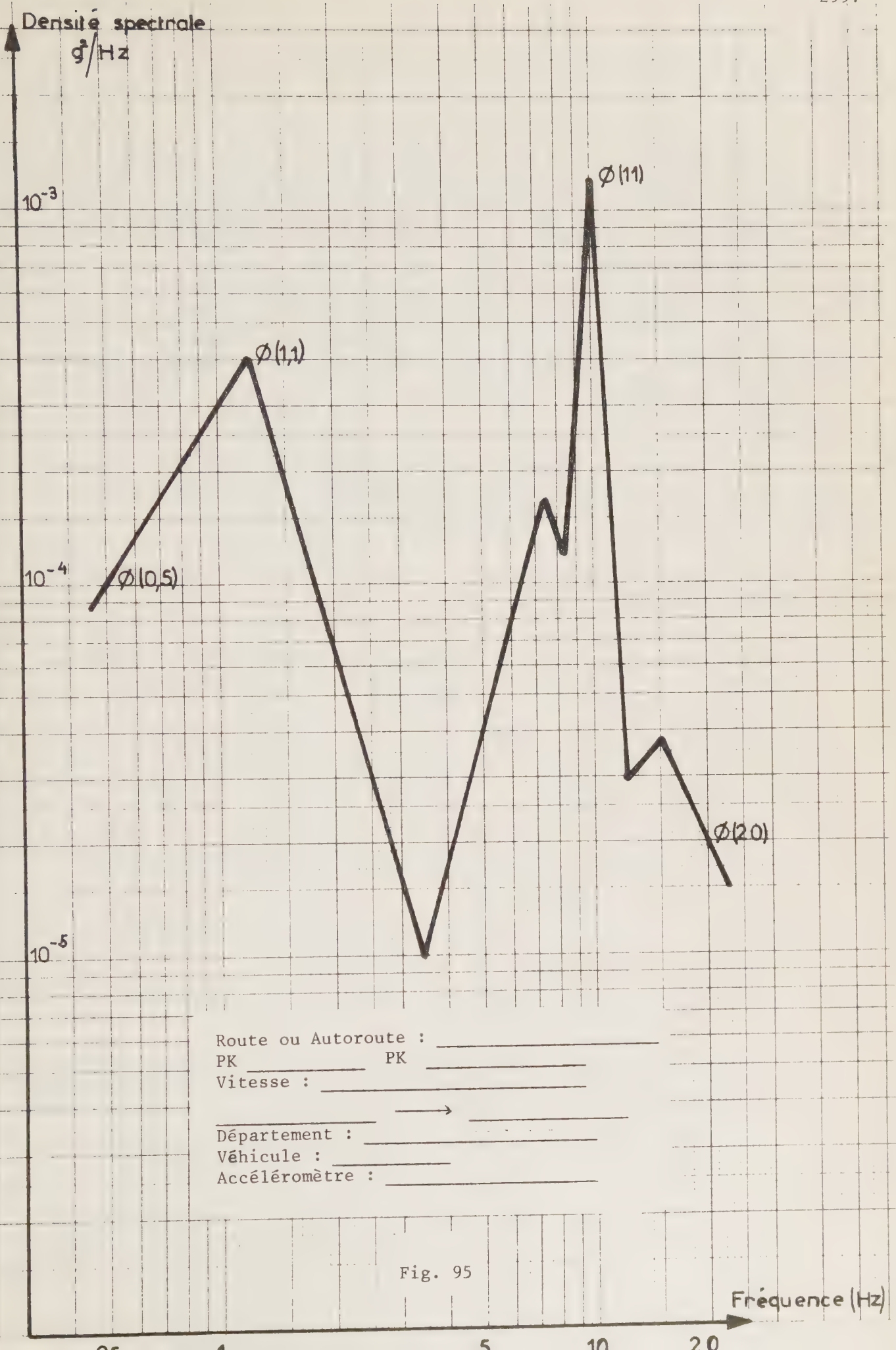


Fig. 95

Pour chaque mouvement, nous avons classé les tronçons étudiés, suivant l'ordre croissant de la D.S. à la fréquence 0,5 Hz, on a obtenu ainsi les tableaux 46, 47 et 48, nous avons remarqué que le classement est relativement valable pour les fréquences 1,1 Hz et 20 Hz et qu'il n'est pas valable pour la fréquence 11 Hz.

4°) Choix de la fréquence de référence :

Comme nous l'avons indiqué dans les chapitres précédents, le domaine du confort est situé au niveau de très basses fréquences, c'est pourquoi, nous nous intéressons en particulier au pic qui se trouve à la fréquence 1,1 Hz.

Nous avons représenté sur le tableau 49, le classement des tronçons étudiés pour les trois mouvements à la fréquence 1,1 Hz. On remarque que le classement est valable pour l'ensemble des trois mouvements.

Ce classement paraît cohérent avec les constatations subjectives pendant les mesures.

La confirmation ne pourra être obtenue qu'après comparaison avec le signal A.P.L.

5°) Analyse des résultats :

Nous avons remarqué que :

1. La densité spectrale d'accélération au niveau du châssis du véhicule donne une estimation fidèle de l'influence des irrégularités du revêtement sur le confort (au moins pour la catégorie des véhicules moyens).
2. Le niveau de cette densité varie d'une façon considérable suivant le point de mesure et la fréquence.
3. La fréquence choisie pour cette voiture, pour le confort est 1,1 Hz.
4. Le niveau maximal enregistré à la fréquence choisie est de l'ordre de $18 \cdot 10^{-2} \text{ g}^2/\text{Hz}$ à la verticale de la suspension arrière droite du véhicule étudié.
5. Le niveau maximal enregistré est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-4} \text{ g}^2\text{Hz}$.

6. Les sections routières étudiées se classent approximativement de la même façon pour les trois mouvements du véhicule : roulis, tangage et pompage.
7. Si l'on prend comme critère de confort, la densité spectrale d'accélération au centre de gravité du véhicule, on trouve que la meilleure section étudiée a une densité spectrale de : 8.10^{-4} g²/Hz et la plus mauvaise a une densité spectrale de : $1,36.10^{-2}$ g²/Hz, le rapport des deux densités est de l'ordre de 1 à 17, à la fréquence de référence.
8. On peut établir une relation directe entre la D.S. d'accélération au niveau du véhicule et celle des irrégularités de la route avec les résultats de l'A.P.L. Ainsi, l'analyseur de profil peut donner un premier temps et pour la catégorie moyenne des véhicules, une indication intéressante. Mais cette indication ne saurait être suffisante pour l'ensemble des véhicules, ni pour les points singuliers qui ne sont pas mis en évidence avec l'analyse statique.

6°) Signification des résultats :

6.1. La fonction de transfert du véhicule :

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que les mesures sur véhicule réel restent sans signification, si on n'établit pas une corrélation directe entre la densité spectrale d'accélération au niveau du véhicule et celles des irrégularités de la route avec le signal de l'A.P.L.

Pour établir cette corrélation, nous avons choisi la fonction de transfert du véhicule d'après la relation :

$$S \ddot{z}_i = w^4 |H_i|^2 S Z$$

$$|H_i|^2 = \frac{S \ddot{z}_i}{S Z} \frac{1}{w^4}$$

Les valeurs de $S \ddot{z}$ sont données toujours d'après la chaîne d'analyse analogique de l'A.P.L. en fonction de $(\frac{1}{\ell})$, pour passer à $S \ddot{z}$ en fonction de la fréquence, il faut appliquer la relation :

$$S \ddot{z}(f) = \frac{S \ddot{z}(\frac{1}{\ell})}{v_0}$$

v_0 , étant la vitesse de mesure (72 Km/h.)

La relation précédente devient alors :

$$\left| (H_i) \right|^2 = \frac{S \ddot{Z}_i}{S \ddot{Z}} \cdot \frac{v}{w^4}$$

Nous possédons les valeurs de $S \ddot{Z}$ d'après les mesures montrées au paragraphe précédent et nous avons cherché les valeurs de $S \ddot{Z}$ correspondant aux sections routières parcourues par la voiture étudiée.

Les fonctions de transfert nous montrent donc l'influence réelle de l'uni sur le véhicule.

6.2. Les unités :

$$\begin{aligned} S \ddot{Z} &= g^2/\text{Hz} = \text{cm}^2/\text{s}^4/\text{Hz} \\ &= L^2 \cdot T^{-4} \cdot T \end{aligned}$$

$$S \ddot{Z} \left(\frac{l}{\rho} \right) = \text{cm}^3 = L^3$$

$$S \ddot{Z} (f) = \frac{S \ddot{Z} \left(\frac{l}{\rho} \right)}{v} = L^3 \cdot L^{-1} \cdot T$$

$$w = T^{-1}$$

On a :

$$S \ddot{Z} = w^4 \cdot (H)^2 \cdot S \ddot{Z}$$

$$H^2 = \frac{S \ddot{Z}}{S \ddot{Z}} \cdot \frac{I}{w^4}$$

$$H^2 = \frac{L^2 \cdot T^{-4} \cdot T}{L^3 \cdot L^{-1} \cdot T} \cdot \frac{I}{T^{-4}} = 1$$

donc : La fonction de transfert H est sans dimensions et il suffit de multiplier le rapport $\frac{S \ddot{Z}}{S \ddot{Z}}$ par $\frac{v}{w^4}$ pour obtenir cette fonction.

6.3. Calcul des fonctions de transfert réelles :

$$\text{Posons : } |(H)^2| = \frac{v_0}{w^4} \frac{\ddot{S Z}}{S Z} = K \frac{\ddot{S Z}}{S Z}$$

H = est la fonction de transfert du véhicule

$\ddot{S Z}$ = la densité spectrale d'accélération mesurée à un point du véhicule circulant sur une section donnée.

$S Z$ = la densité spectrale de la section routière donnée

v_0 = vitesse du véhicule (72 Km/h)

f = la fréquence

w = la pulsation

$$K = \frac{v}{w^4} = \frac{v}{(2\pi f)^4} \frac{\text{cm/sec}}{\text{Hz}^4}$$

A - Calcul de "K" :

Nous avons remarqué d'après les mesures d'accélération effectuées sur le véhicule (B) que la densité spectrale d'accélération montre un pic à la fréquence 1,1 Hz et un autre pic à la fréquence 11 Hz, conformément aux études théoriques effectuées, et comme nous avons pris comme critère du confort le niveau de la densité spectrale à la fréquence 1,1 Hz qui représente la fréquence de résonance de la masse suspendue, il faut calculer la fonction de transfert du véhicule à cette fréquence, on commence par le calcul de K à la fréquence 1,1 Hz avec la vitesse de mesure prise à : 72 Km/h à la fois pour le véhicule circulant sur route et pour l'A.P.L.

On a :

$$K = \frac{v_0}{w^4} = \frac{v_0}{(2\pi f)^4}$$

$$v_0 = 2000 \text{ cm/sec}$$

$$f = 1,1 \text{ Hz}$$

d'où :

$$K = \frac{2\,000}{(2\pi \cdot 1,1)^4} = 0,88$$

$K = 0,88$

TABLEAU 46

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 3
Vitesse : 72 Km/h
Véhicule : B

Mouvement de : Pompage
Point de mesure : 3

No ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I	136	1 240 (2)	4 640 (11)	40 (2)	22 Allé T9	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
2	240	1 280 (3)	4 000 (9)	64 (8)	5-8	PARIS BORDEAUX	N. 10
3	272	800 (1)	6 880 (12)	40 (3)	32-37	"	"
4	288	I 360 (4)	2 880 (7)	56 (5)	49-55	"	"
5	320	3 520 (10)	1 568 (1)	32 (1)			CD I.E.
6	320	1 360 (5)	4 480 (10)	48 (4)	140-145	"	N. 10
7	384	1 520 (6)	3 200 (8)	64 (7)	40-35	"	"
8	880	2 640 (8)	8 000 (13)	96 (10)	18-23	"	"
9	I 008	3 200 (9)	4 800 (4)	56 (6)	28-32	"	"
10	I 050	2 240 (7)	2 800 (5)	104 (12)	13-19	"	"
11	I 440	4 000 (11)	I 840 (2)	96 (11)	33-40	ARCACHON SANGUINET	652
12	I 600	4 800 (12)	2 880 (6)	64 (9)		BORDEAUX ARCACHON	650
13	I 760	13 600 (13)	2 000 (3)	112 (13)		ARCACHON SANGUINET	652

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 3

Vitesse : 72 Km/h

Véhicule : B

Mouvement de : Pompage

Point de mesure : 3

No ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I		240 (10)	1 230		90-97	PARIS STRASBOURG	N.4
2		200 (9)	2 240		23-28	"	"
3		80 (1)	1 600		9-16	"	"
4		160 (6)	2 400		13-17	"	"
5		144 (3)	2 400		4-96	STRASBOURG PARIS	"
6		176 (7)	2 240		45-36	"	"
7		2 320 (13)	8 160		39-34	"	"
8		192 (8)	1 520		10-7	"	"
9		512 (11)	3 200		21-18	"	"
10		123 (2)	5 120		2-97	"	"
11		144 (3)	2 112		83-78	"	"
12		157 (5)	1 200		63-55	"	"
13		880 (12)	4 160		79-74	"	"
14		152 (4)	1 600		37-26	"	"

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 4
Vitesse : 72 Km/h.
Véhicule : B

Mouvement de : Roulis
Point de mesure : 4

No	ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I		54	264 (3)	I 360 (5)	I8 (6)	49-55	PARIS BORDEAUX	N. 10
2		56	253 (2)	2 720 (11)	17 (3)	5-8	"	"
3		61	192 (1)	4 000 (12)	18 (7)	32-37	"	"
4		64	272 (4)	1 760 (7)	17 (4)	40-45	"	"
5		104	9 920 (13)	832 (1)	16 (1)		St JEAN PIERRETON	C.D I.E
6		112	392 (5)	1 600 (6)	18 (8)	13-19	PARIS BORDEAUX	N. 10
7		128	1 296 (10)	2 160 (9)	16 (2)	22 Allée T9	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
8		144	752 (8)	2 040 (8)	22 (9)	28-32	PARIS BORDEAUX	N. 10
9		160	640 (7)	2 240 (10)	29 (11)	18-23	"	"
10		208	4 080 (12)	I 040 (3)	64 (13)		ARCACHON SANGUINET	N. 652
11		320	592 (6)	6 400 (13)	51 (12)	140-145	PARIS BORDEAUX	N. 10
12		384	880 (9)	I I84 (4)	I7 (5)		BORDEAUX ARCACHON	N. 650
13		I 040	2 240 (11)	830 (2)	27 (10)	33-4	ARCACHON SANGUINET	N. 652

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 4
 Vitesse : 72 Km/h
 Véhicule : B

Mouvement de : Roulis
 Point de Mesure : 4

No $\varnothing$	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I		188 (6)	736		90-97	PARIS STRASBOURG	N. 4
2		224 (7)	I 536		23-28	"	"
3		80 (1)	I 760		9-16	"	"
4		136 (2)	I 920		13-17	"	"
5		176 (5)	1 440		4-96	STRASBOURG PARIS	"
6		154 (3)	1 472		45-36	"	"
7		368 (9)	4 800		39-34	"	"
8		176 (5)	880		10-7	"	"
9		272 (8)	2 240		21-18	"	"
10		136 (2)	3 200		2-97	"	"
11		176 (5)	1 600		83-78	"	"
12		160 (4)	720		63-55	"	"
13		384 (10)	2 560		79-74	"	"
14		160 (6)	960		37-26	"	"

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

TABLEAU 48

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 5

Vitesse : 72 Km/h

Véhicule : B

Mouvement de : Tangage

Point de mesure :

No $\backslash$ ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
1	163	6 400 (11)	3 680 (9)	112 (12)	28-32	PARIS BORDEAUX	N. 10
2	163	1 920 (2)	3 760 (10)	64 (8)	5-8	"	"
3	165	1 792 (1)	2 800 (5)	80 (9)	49-55	"	"
4	165	2 440 (5)	6 080 (13)	40 (3)	32-37	"	"
5	165	2 320 (3)	2 960 (7)	80 (10)	40-45	"	"
6	192	2 320 (4)	4 160 (12)	48 (4)	22 Allé T9	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
7	244	4 320 (8)	3 040 (8)	48 (5)	18-23	PARIS BORDEAUX	N. 10
8	288	7 210 (12)	1 760 (3)	48 (6)	-	St JEAN	CD I.E
9	288	5 120 (10)	1 600 (1)	18 (1)	-	"	N. 650
10	400	2 944 (6)	2 810 (6)	48 (7)	13-19	PARIS BORDEAUX	N. 10
11	416	4 810 (9)	1 648 (2)	96 (11)	33-40	ARCACHON SANGUINET	N. 652
12	448	4 000 (7)	4 000 (11)	35 (2)	140-145	PARIS BORDEAUX	N. 10
13	480	17 600 (13)	2 240 (4)	160 (13)	140-145	"	N. 652

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{HZ}$

NIVEAUX DE LA DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION MESUREE

Accéléromètre : 5
 Vitesse : 72 Km/h
 Véhicule : B

Mouvement de : Tangage
 Point de mesure : 5

No ϕ	0,5 Hz	1,1 Hz	11 Hz	20 Hz	PK à PK	Direction	Route
I		480 (5)	352		90-97	PARIS STRASBOURG	N. 4
2		512 (6)	848		23-28	"	"
3		432 (4)	1 120		9-16	"	"
4		352 (2)	1 056		13-17	"	"
5		352 (2)	960		4-96	STRASBOURG PARIS	"
6		336 (1)	560		45-36	"	"
7		1 200 (10)	3 520		39-34	"	"
8		560 (7)	496		10-7	"	"
9		1 020 (8)	1 020		21-18	"	"
10		400 (3)	1 700		2-97	"	"
11		1 120 (9)	1 200		83-78	"	"
12		480 (5)	464		63-55	"	"
13		1 344 (11)	1 360		79-74	"	"
14		400 (3)	416		37-26	"	"

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{HZ}$

Classement des sections étudiées à la fréquence 1,1 Hz pour les trois mouvements du véhicule.

No $\backslash$ $\emptyset$	Roulis	Tangage	Pompage	Classemt général	PK à PK	Direction	Route
I	I92 (1)	800 (1)	2 440 (5)	I	32-37	PARIS STRASBOURG	N. IO
2	1 296 (10)	1 240 (2)	2 320 (4)	2	22 Allée T9	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
3	253 (2)	1 280 (3)	1 920 (2)	3	5-8	PARIS BORDEAUX	N. IO
4	264 (3)	1 360 (4)	1 792 (1)	4	49-55	"	"
5	592 (6)	1 360 (5)	4 000 (7)	5	140-145	"	"
6	272 (4)	1 520 (6)	4 320 (3)	6	40-45	"	"
7	392 (5)	2 240 (7)	2 944 (6)	7	13-19	"	"
8	640 (7)	2 640 (8)	4 320 (8)	8	18-23	"	"
9	752 (8)	3 200 (9)	6 400 (11)	9	28-32	"	"
10	9 920 (13)	3 520 (10)	7 210 (12)	10	-		CD E.I
11	2 240 (11)	4 000 (11)	4 810 (9)	11	33-40	ARCACHON SANGUINET	N. 652
12	880 (9)	4 800 (12)	5 120 (10)	12	-	BORDEAUX ARCACHON	N. 650
13	4 080 (12)	13 600 (13)	17 600 (13)	13	-	ARCACHON SANGUINET	N. 652

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{Hz}$

DENSITE SPECTRALE D'ACCELERATION

Classement des sections routières étudiées à la fréquence dominante de "1,1" Hz pour les trois mouvements du véhicule.

No	Tangage	Roulis.	Pompage	Classemt. Général	PK à PK	Direction	Route
I	240 (10)	188 (6)	480 (5)	8	90-97	PARIS STRASBOURG	N. 4
2	200 (9)	224 (7)	512 (6)	8	23-28	"	"
3	80 (1)	80 (1)	432 (4)	I	9-16	"	"
4	160 (6)	136 (3)	352 (2)	4	13-17	"	"
5	144 (3)	176 (5)	352 (2)	3	4-96	STRASBOURG PARIS	"
6	176 (7)	154 (4)	336 (1)	5	45-36	"	"
7	2 320 (13)	368 (9)	1 200 (10)	10	39-34	"	"
8	192 (8)	176 (5)	560 (7)	8	10-7	"	"
9	512 (11)	272 (8)	1 020 (8)	9	21-18	"	"
10	123 (2)	136 (2)	400 (3)	2	2-97	"	"
11	144 (3)	176 (5)	1 120 (9)	6	83-78	"	"
12	157 (5)	160 (5)	480 (5)	5	63-95	"	"
13	880 (12)	384 (10)	1 344 (11)	10	79-74	"	"
14	152 (4)	160 (6)	400 (3)	5	37-26	"	"

Unité : $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-4} / \text{HZ}$

B - Calcul des fonctions de transfert :

Posons :

$$H_3^2 = K. \frac{S_{\ddot{z}_3}}{S_z}$$

$$H_4^2 = K. \frac{S_{\ddot{z}_4}}{S_z}$$

$$H_5^2 = K. \frac{S_{\ddot{z}_5}}{S_z}$$

avec :

$S_{\ddot{z}_3}$ = la densité spectrale d'accélération au point "3" du véhicule B (Figure 94), à la fréquence 1,1 Hz

$S_{\ddot{z}_4}$ = la densité spectrale d'accélération au point "4" du véhicule B, à la fréquence 1,1 Hz

$S_{\ddot{z}_5}$ = la densité spectrale d'accélération au point "5" du véhicule B, à la fréquence 1,1 Hz

S_z = la densité spectrale de la section routière étudiée à la fréquence 1,1 Hz

K = une fonction dépendant de la vitesse du véhicule et de la fréquence, prise ici équivalente à 0,88 à la fréquence 1,1 Hz et à la vitesse de 72 Km/h du véhicule.

Les valeurs de $S_{\ddot{z}_3}$, $S_{\ddot{z}_4}$ et $S_{\ddot{z}_5}$ sont données dans les tableaux 46, 47, 48 et 49, les valeurs de S_z sont données dans le tableau 50 pour les sections routières de la N. 4 uniquement, car comme nous l'avons expliqué, on ne possède pas des mesures adéquates de l'A.P.L. pour les sections routières de la région de Bordeaux (N. 10, N. 650 et N. 652).

On peut quand même généraliser les résultats obtenus sur la N. 4, étant donné que la route est un phénomène aléatoire, stationnaire et ergotique et que le véhicule testé est le même (voiture B).

Nous avons calculé sur le tableau 50 les valeurs à la fréquence 1,1 Hz des fonctions de transfert mesurée du véhicule correspondant aux trois points situés au niveau du châssis.

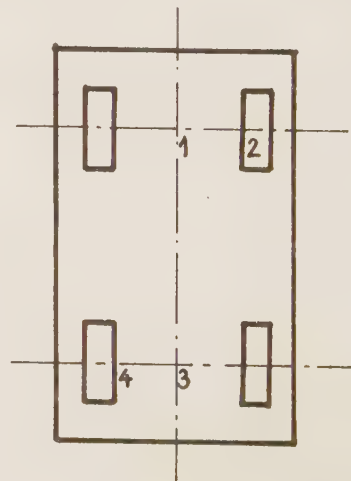
No	PK à PK	Route	S Z cm3	S Z3	S Z4 ..	S Z5	H ² ₃	H ² ₄	H ² ₅	H ₃	H ₄	H ₅	Obs.
I	9-16	N. 4	130	80	80	432	0,54	0,54	2,92	0,73	0,73	I,71	
2	2-97	"	160	123	136	400	0,68	0,75	2,20	0,82	0,87	1,48	
3	83-78	"	350	144	176	1120	0,41	0,50	2,82	0,64	0,71	1,68	
4	4-96	"	250	144	176	512	0,51	0,62	1,23	0,71	0,79	1,11	
5	63-55	"	200	157	160	480	0,69	0,70	2,11	0,83	0,84	1,45	
6	13-17	"	220	160	136	352	0,64	0,54	1,41	0,80	0,73	1,19	
7	45-36	"	170	176	154	496	0,91	0,80	1,74	0,95	0,89	1,32	
8	10-7	"	260	192	176	560	0,65	0,60	1,90	0,81	0,77	1,38	
9	23-28	"	500	200	224	512	0,35	0,39	0,90	0,59	0,62	0,95	
10	90-97	"	230	240	188	480	0,92	0,72	1,84	0,96	0,85	1,36	
11	79-74	"	450	880	384	1344	1,72	0,75	2,63	1,31	0,87	1,62	
12	39-34	"	500	2320	368	1200	4,08	0,65	2,11	2,02	0,81	1,45	

$$H_i^2 = 0,88 \frac{S Z_i}{S Z}$$

TABLEAU 50

On remarque d'après ce tableau que :

1. L'ordre croissant des valeurs de la fonction de transfert suit assez fidèlement l'ordre croissant de S_z .
2. Les valeurs de la fonction de transfert suivant la section routière parcourue sont de l'ordre de 0,9 pour le point 8, de 0,8 pour le point 4 et de 1,3 pour le point 5.
3. La fonction de transfert la plus importante est celle du point 5, ce résultat est logique car le point 5 accumule à la fois les mouvements de roulis et de tangage.
4. La fonction de transfert la plus faible est celle du point 4, car le point 4 est situé au centre de gravité du véhicule ; par conséquent, il subit un mouvement de pompage pur.
5. Théoriquement, à une fréquence déterminée, on doit trouver la même fonction de transfert pour un point donné du véhicule quelque soit la section routière parcourue, les résultats obtenus ainsi montrant que la voiture est un système non linéaire et qu'on ne peut pas appliquer la technique des fonctions de transfert pour étudier la réponse du véhicule.
6. Il faut signaler que l'application de la relation : $\ddot{S}_z = w^4 |(H)|^2 S_z$, ne donne pas une précision suffisante, il faut prendre le spectre $S_{z_1 + 2}$ qui représente la somme de la densité spectrale de la route sous les deux roues du véhicule. Il est bien évident qu'en prenant S_z , on a négligé les spectres intercorrélés $S_{z_{34}}$ et $S_{z_{43}}$. Cette étude doit être renouvelée avec la mise en route de l'A.P.L. double traces.
7. Nous ajoutons enfin que les mesures ne sont pas effectuées en même temps, il y a un décalage de quelques mois entre les mesures de l'A.P.L. et les mesures d'accélération donc l'uni a changé pendant le temps écoulé, nous avons envisagé pour le futur de faire passer simultanément l'A.P.L. et le véhicule testé.
8. Les trois points pris au niveau du châssis du véhicule, ne représentent pas les mouvements indiqués, il fallait prendre les centres de gravité des essieux avant et arrière et deux points situés à la verticale de la suspension avant droite et de la suspension avant gauche, comme l'indique le schéma ci-contre.



Les points 1 et 3 accumulent les déplacements et les accélérations dûes aux deux mouvements : le roulis et le tangage. Les points 2 et 4 seront excités principalement par le mouvement de roulis. Dans les calculs numériques, nous n'avons pas calculé les déplacements et les accélérations aux points 2 et 4, par contre, nous avons calculé l'angle de roulis au centre de l'essieu. Dans l'état actuel, nous ne possédons pas d'appareils de mesures capables de mesurer cet angle, c'est pourquoi, nous nous contenterons dans le deuxième plan de mesure, de mesurer les accélérations aux points 2 et 3. Par contre, nous mesurerons les accélérations et les déplacements aux centres des roues de chaque essieu et le déplacement relatif entre la masse suspendue et la masse non suspendue, afin de vérifier la validité de modèles adoptés étage par étage.

Enfin, nous présentons dans les pages suivantes, trois spectres mesurés aux points 3, 4 et 5 indiqués au début de ce chapitre, avec la densité spectrale de l'échantillon routier parcouru (figures 96, 97, 98 et 99). La figure 96 montre le spectre d'accélération enregistré au point 3 du véhicule, nous avons marqué sur cette figure la courbe "lissée" et l'analyse originale, on remarque que le bruit du signal était très important et que les courbes "lissées" ont une "faible" précision. Ce bruit a plusieurs origines : les capteurs utilisés, la résonance de la tôle de la caisse, la résonance des organes mécaniques de l'enregistreur magnétique.. .. ect. Ces inconvénients seront éliminés pendant l'étude du second véhicule. L'analyse définitive des résultats de ces mesures sera effectuée en même temps que les résultats du second véhicule.

2 - DEUXIEME PLAN DE MESURES :

Ces mesures ont pour but d'étudier l'effet réel de l'uni sur le comportement dynamique du véhicule automobile d'une part, et de vérifier la validité des modèles mathématiques adoptés d'autre part.

Les mesures s'effectuent en trois étapes successives :

- Détermination des emplacements des capteurs.
- Détermination des fonction du transfert du véhicule sur pots vibrants avec des entrées sinusoïdales et carrées.
- Mesure des accélérations et des déplacements sur une route donnée.

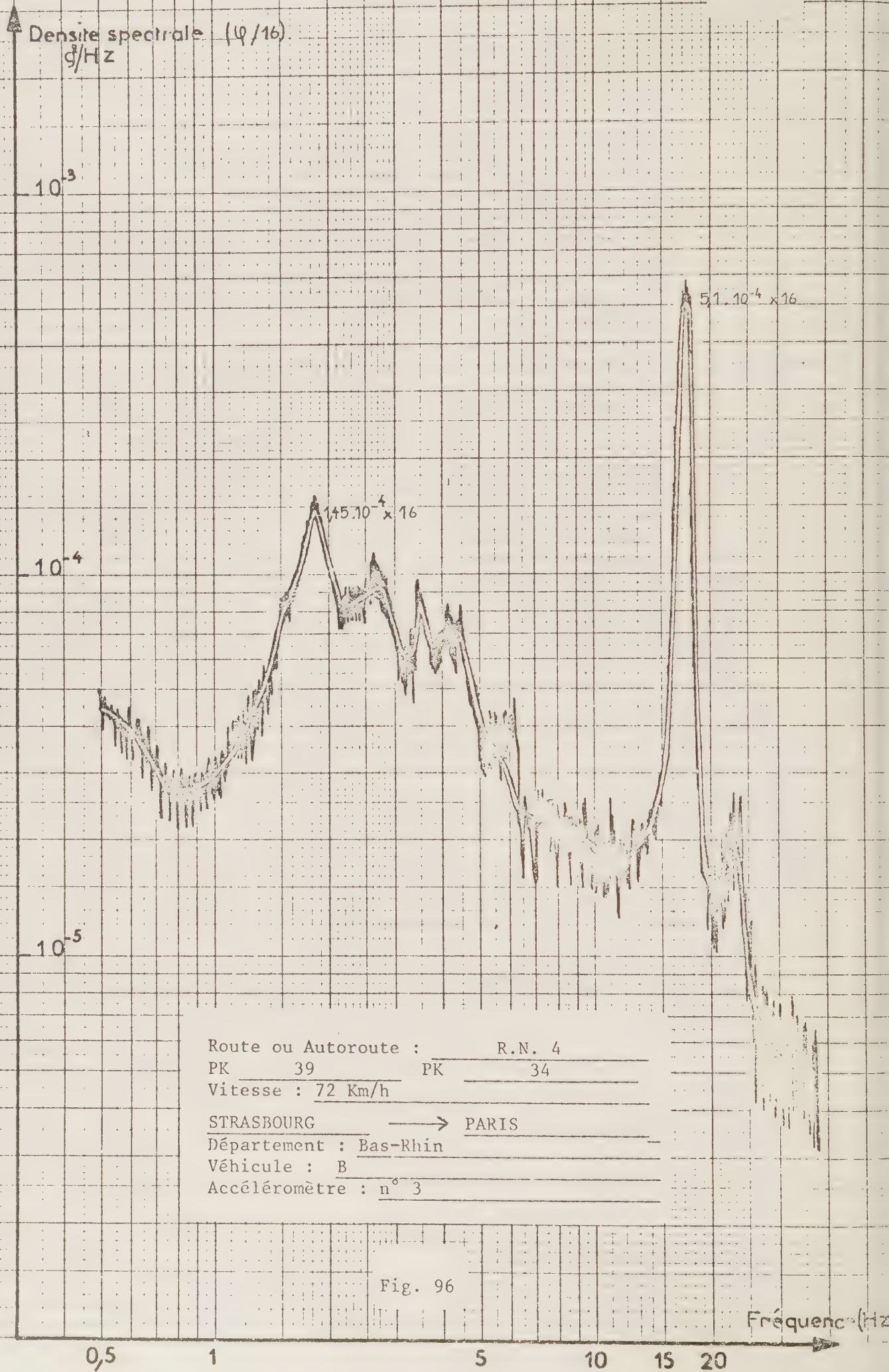


Fig. 96

Densité spectrale (g^2/Hz)

317

10^{-4}

$7,5 \cdot 10^{-5} \times 16$

$2,2 \cdot 10^{-3} \times 16$

10^{-5}

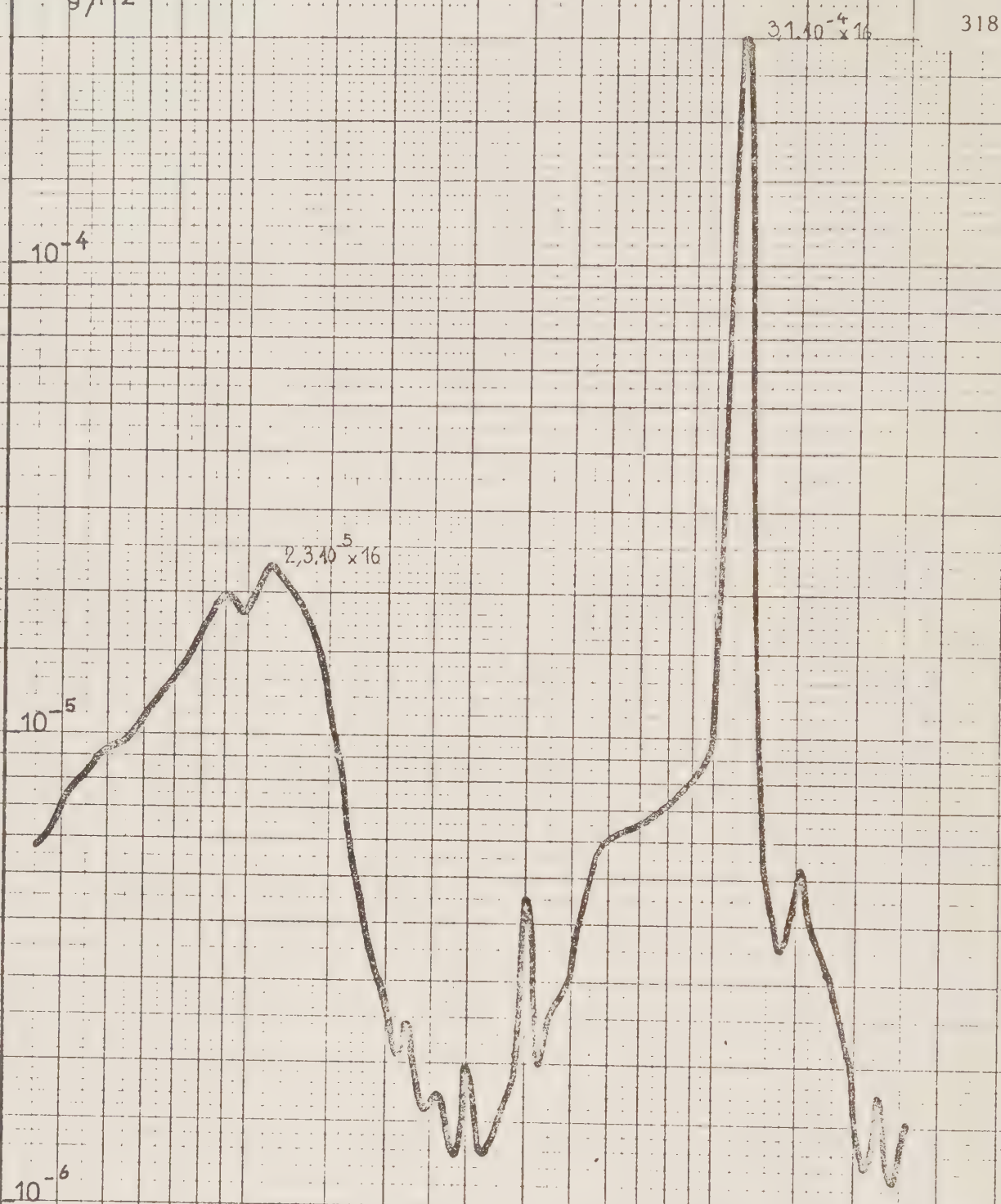
10^{-6}

Route ou Autoroute : R.N. 4
PK 39 PK 34
Vitesse : 72 Km/h
STRASBOURG → PARIS
Département : Bas Rhin
Véhicule : B
Accéléromètre : n° 5 BIM 500

Fig. 97

Fréquence (Hz)

Densité spectrale ($\psi/16$)
 g^2/Hz



Route ou Autoroute : R.N. 4
PK 39 PK 34
Vitesse : 72 Km/h
STRASBOURG PARIS
Département : Bas-Rhin
Véhicule : B
Accéléromètre : n° 4 BJM 150

Fig.98

Densité
Spectrale
mm⁻¹

RN 4
BAS-RHIN
V = 72 Km/h
Strasbourg → Paris

319.

PK 39 à 34

10⁰
9
8
7
6
5
4
3
2
1
10⁵
9
8
7
6
5
4
3
2
1
10⁴
9
8
7
6
5
4
3
2
1
10³
9
8
7
6
5
4
3
2
1

$\times 5 \cdot 10^5$

Fig 99

Le véhicule choisi pour ce plan est la voiture "A", caractérisée par son confort limité ; il faut noter cependant, que ce véhicule n'est pas "inconfortable" et qu'il est un des plus vendus en France durant les cinq dernières années, les résultats obtenus d'après cette voiture peuvent être généralisés sur le parc routier moyen en France.

1°) Détermination des emplacements des capteurs :

Nous mesurons l'accélération aux Centres de gravité de la masse suspendue avant et arrière du véhicule et aux contrôles de gravité des masses non suspendues droite et gauche, par ailleurs nous mesurons les déplacements des centres de gravité des masses non suspendues et les déplacements relatifs entre la masse suspendue et les masses non suspendues. Nous avons placé sur la caisse, deux accéléromètres (Hottinger) l'un sur le châssis à la verticale du centre géométrique de l'essieu avant et l'autre sur le châssis également et à la verticale du centre géométrique de l'essieu arrière, figure 100. Nous avons placé un accéléromètre sur l'amortisseur gauche et droit de l'essieu pour obtenir l'accélération des masses non suspendues, figure 102. Un capteur de déplacement est fixé sur chacun des deux amortisseurs de l'essieu et attaché à la caisse du véhicule grâce à un aimant assez puissant (afin d'éviter un choc brutal au capteur).

Deux autres capteurs sont fixés sur les roues droite et gauche de l'essieu (ces deux capteurs sont utilisés uniquement pendant la détermination des fonctions de transfert du véhicule), Figure 101. Le châssis du véhicule est consolidé par des plaques métalliques très épaisses pour réduire les phénomènes parasites dûs aux résonnances des tôles. Sur la figure 100, on remarque la présence d'un deuxième capteur, il s'agit en effet du capteur utilisé pour mesurer l'accélération de la masse suspendue avant, on l'a présenté dans cette photo uniquement pour montrer son support métallique servant à diminuer la résonnance de la tôle.

2°) Détermination des fonctions de transfert du véhicule :

Nous avons posé successivement l'essieu avant et l'essieu arrière du véhicule "A" sur deux pots vibrants (la roue droite et la roue gauche), figure 103. Pour les très basses fréquences de 0,5 à 5 Hz, nous avons imposé des entrées sinusoïdales avec une amplitude constante de + 10 mm, puis nous avons effectué un balayage de fréquence entre 0,5 et 20 Hz avec une amplitude constante de 1,5 mm, 3 mm et 5 mm.

Par ailleurs, nous avons imposé des entrées en signal carré de 0,5 mm, 1 mm, 2,5 mm, 3 mm, 5 mm et 10 mm à une fréquence constante assez lente de 0,5 Hz.



Fig. 100 — Capteurs d'accélération au niveau du châssis. On remarque les plaques métalliques servant à diminuer la résonance de la tôle.

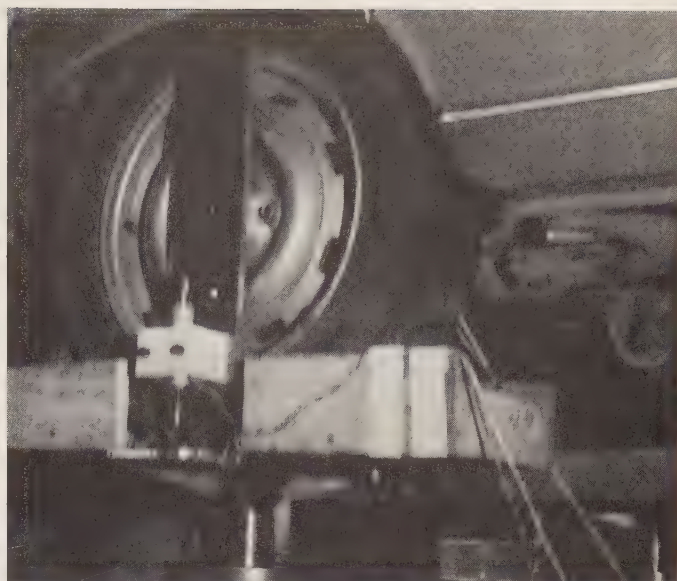


Fig. 101 — Capteurs de déplacement mesurant le mouvement du centre de la roue par rapport au niveau constant du contact pneu-sol. Le capteur est fixé sur plaque métallique solidaire du centre de la roue.

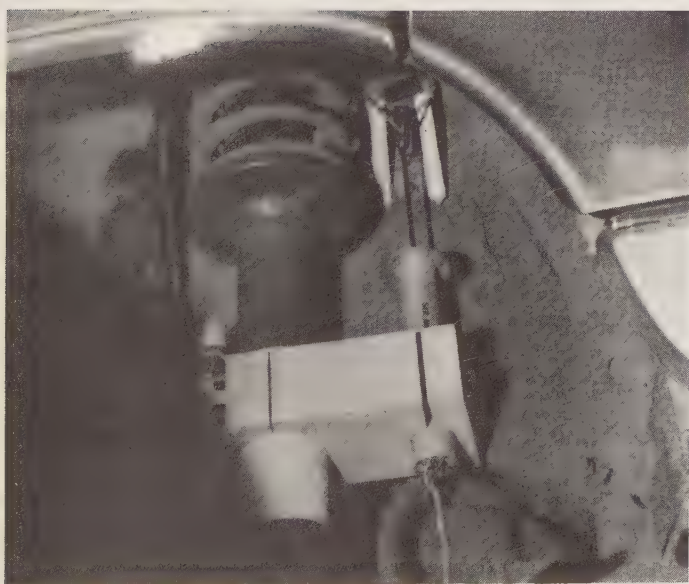


Fig. 102 — Capteurs de déplacement et d'accélération fixés sur l'amortisseur de la suspension. On remarque la fixation du capteur de déplacement à la caisse (masse suspendue).



Fig. 103 — Véhicule «A» monté sur les pots vibrants. L'essieu avant est posé sur support fixe, l'essieu arrière est excité par le banc.

L'étude est réalisée de la façon suivante :

1. Les deux roues excitées en phase avec une entrée sinusoïdale à différentes amplitudes suivant la fréquence.
2. Une seule roue excitée par un signal sinusoïdale à différentes amplitudes suivant la fréquence.
3. Les deux roues excitées en phase avec un signal carré à différentes amplitudes à la fréquence 0,5 Hz.
4. Une seule roue excitée avec un signal carré à différentes amplitudes à la fréquence 0,5 Hz.
5. Les mêmes essais pour le deuxième essieu.

Les résultats obtenus dont les figures 104 à 113 donnent l'allure, nous ont permis de tracer les courbes d'accélération et de déplacement dans les points étudiés, dont les figures 114 à 117 montrent quelques exemples.

Pratiquement, les courbes enregistrées étaient inexploitable autour de la fréquence de résonance des masses non suspendues. Les signaux des accéléromètres étaient très perturbés à partir de la fréquence 11 Hz. D'autre part, les essais effectués au L.N.E. en présence de nombreuses machines, le bruit de fond était quelquefois assez important.

A partir des courbes d'accélération et de déplacement, nous avons calculé les fonctions de transfert réelles du véhicule.

Principe de la méthode : Si l'on soumet un système linéaire à un essai harmonique, c'est à dire, si l'on impose à l'entrée une excitation sinusoïdale :

$$e(t) = e_0 \sin wt;$$

il en résultera à la sortie, une solution forcée de même pulsation w , différente de $e(t)$ par son amplitude S_0 et sa phase ϕ :

$$S(t) = A e_0 \sin (wt + \phi)$$

c'est-à-dire que la réponse forcée est une grandeur sinusoïdale de fréquence angulaire w , mais dont l'amplitude est celle de l'entrée multipliée par le module de $H(iw)$, et dont la phase est en avance algébrique sur l'entrée de l'argument de $H(iw)$. On dira que $H(iw)$ exprime la réponse en fréquences du système (ou la fonction de transfert).

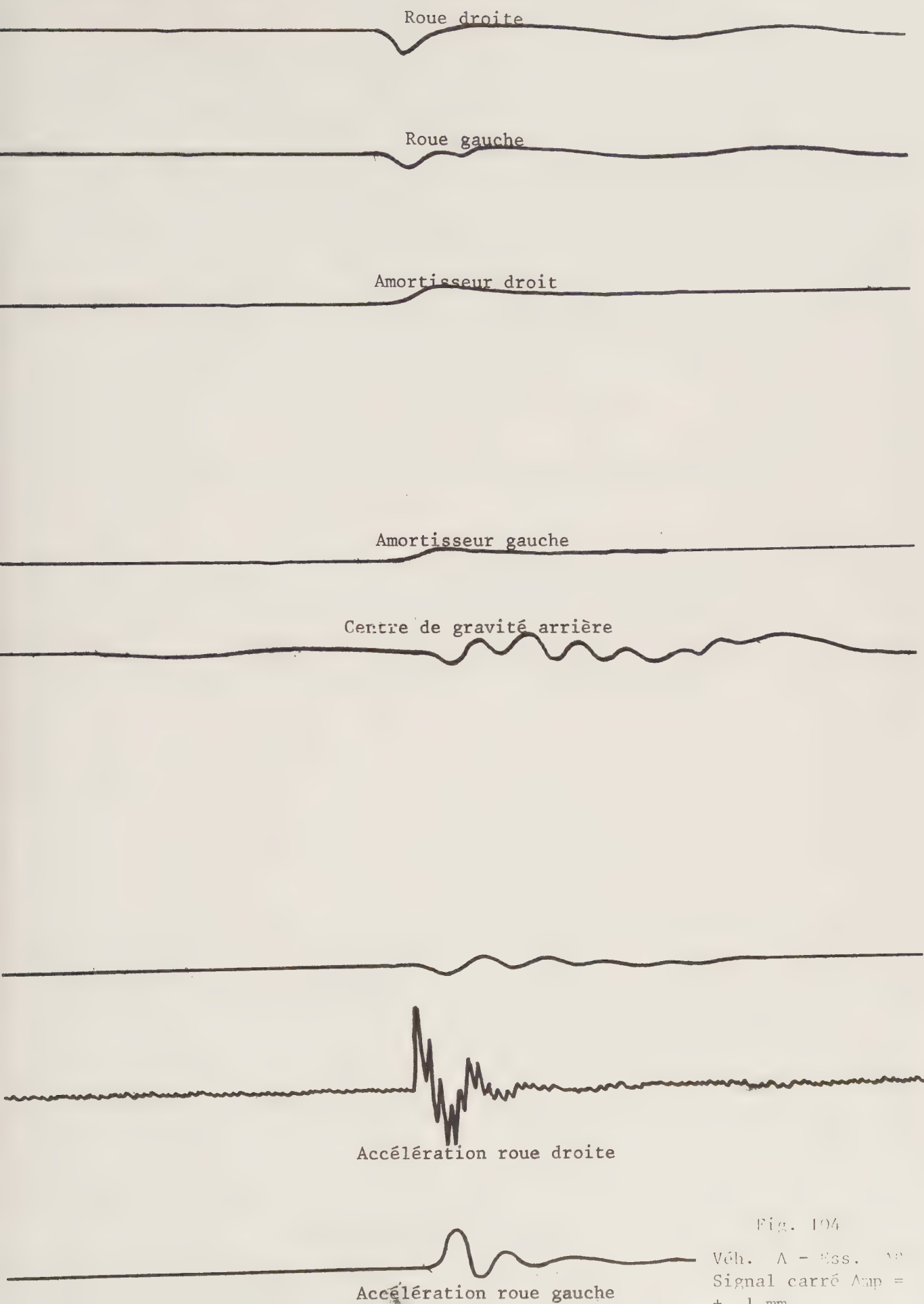


Fig. 104

Véh. A - Ess. AP
 Signal carré Amp =
 ± 1 mm
 $f = 0,5$ HZ. 2 Roues
 excitées.

Roue gauche

Amortisseur droit

Amortisseur gauche

Centre de gravité arrière

Accélération roue droite

Accélération roue gauche

Fig. 105

Véhicule A- ESS. AR
Signal carré Amp =
+ 5mm
 $f = 0,5 \text{ Hz}$, 1 Roue
excitée

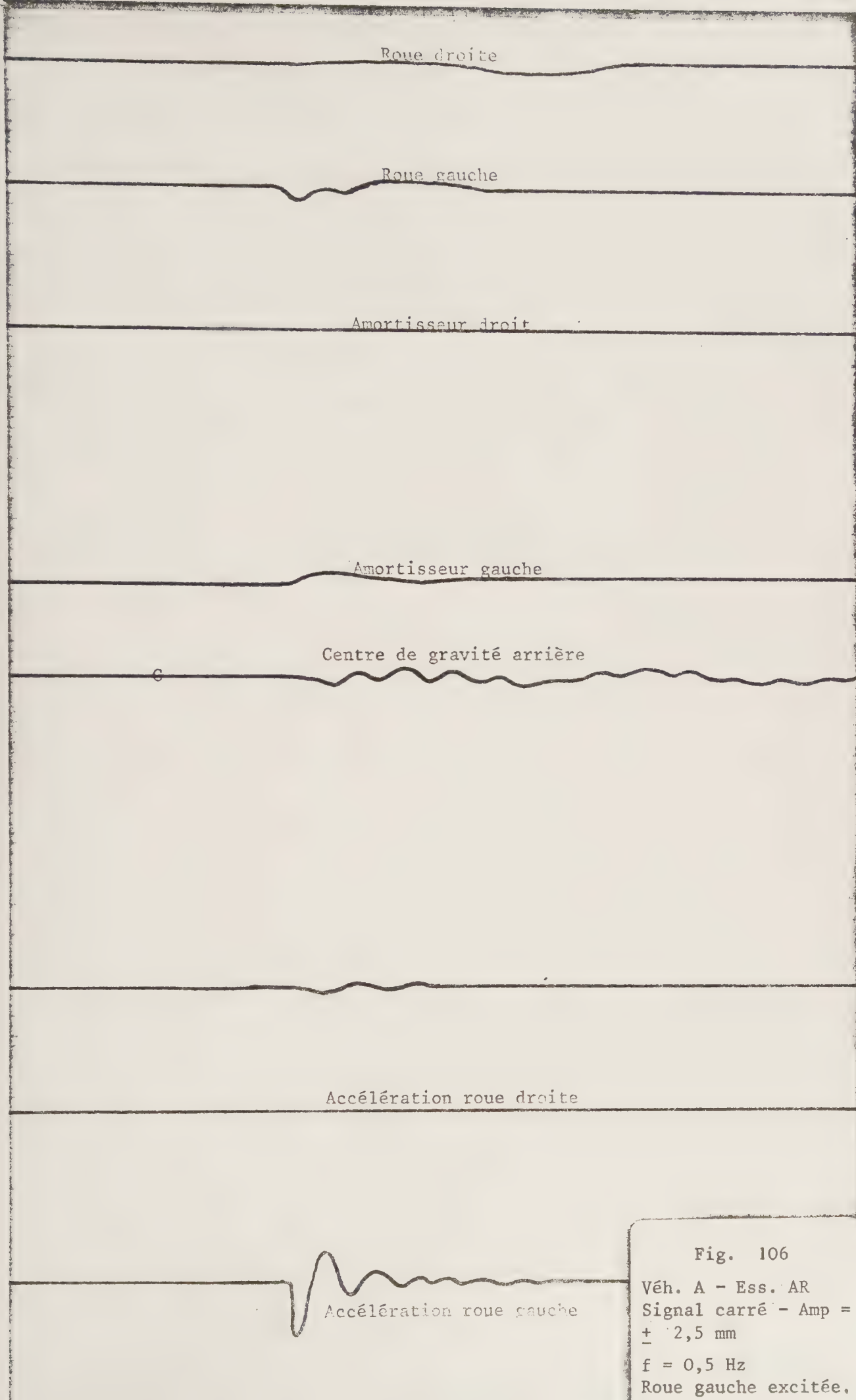


Fig. 106

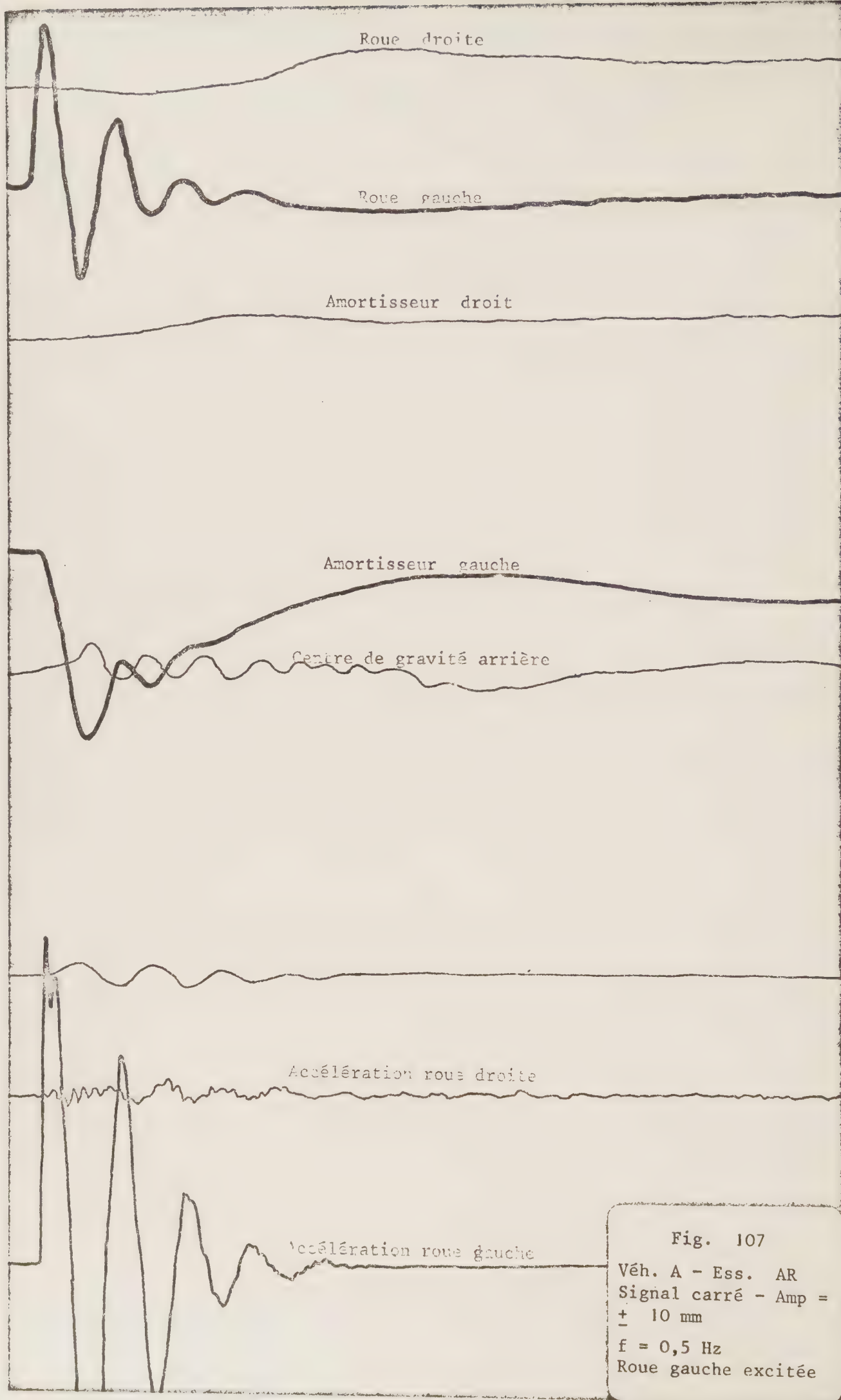
Véh. A - Ess. AR

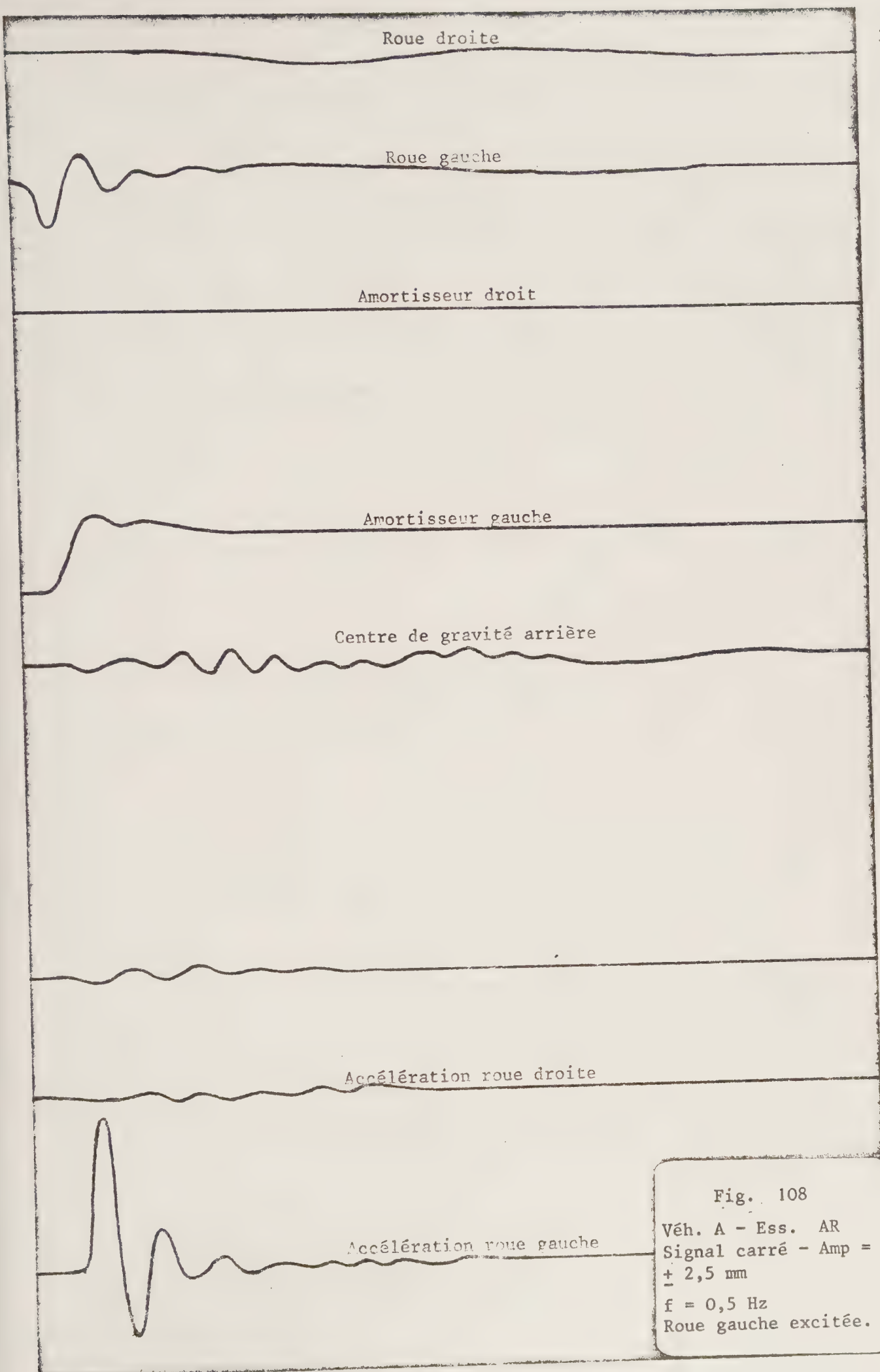
Signal carré - Amp =

± 2,5 mm

 $f = 0,5 \text{ Hz}$

Roue gauche excitée.





$\leftarrow 4/5'' \rightarrow$

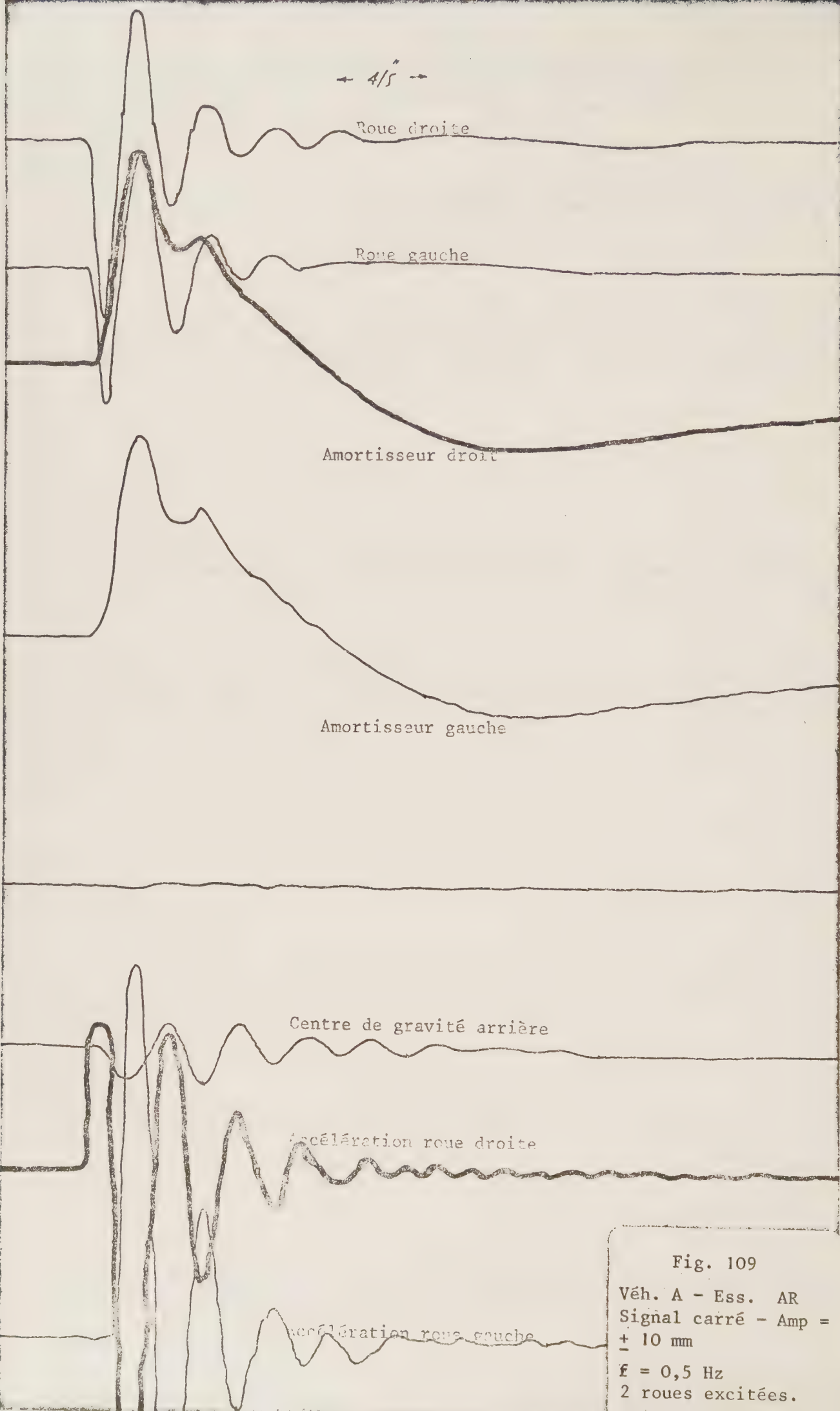


Fig. 109

Véh. A - Ess. AR
 Signal carré - Amp =
 ± 10 mm
 $f = 0,5$ Hz
 2 roues excitées.

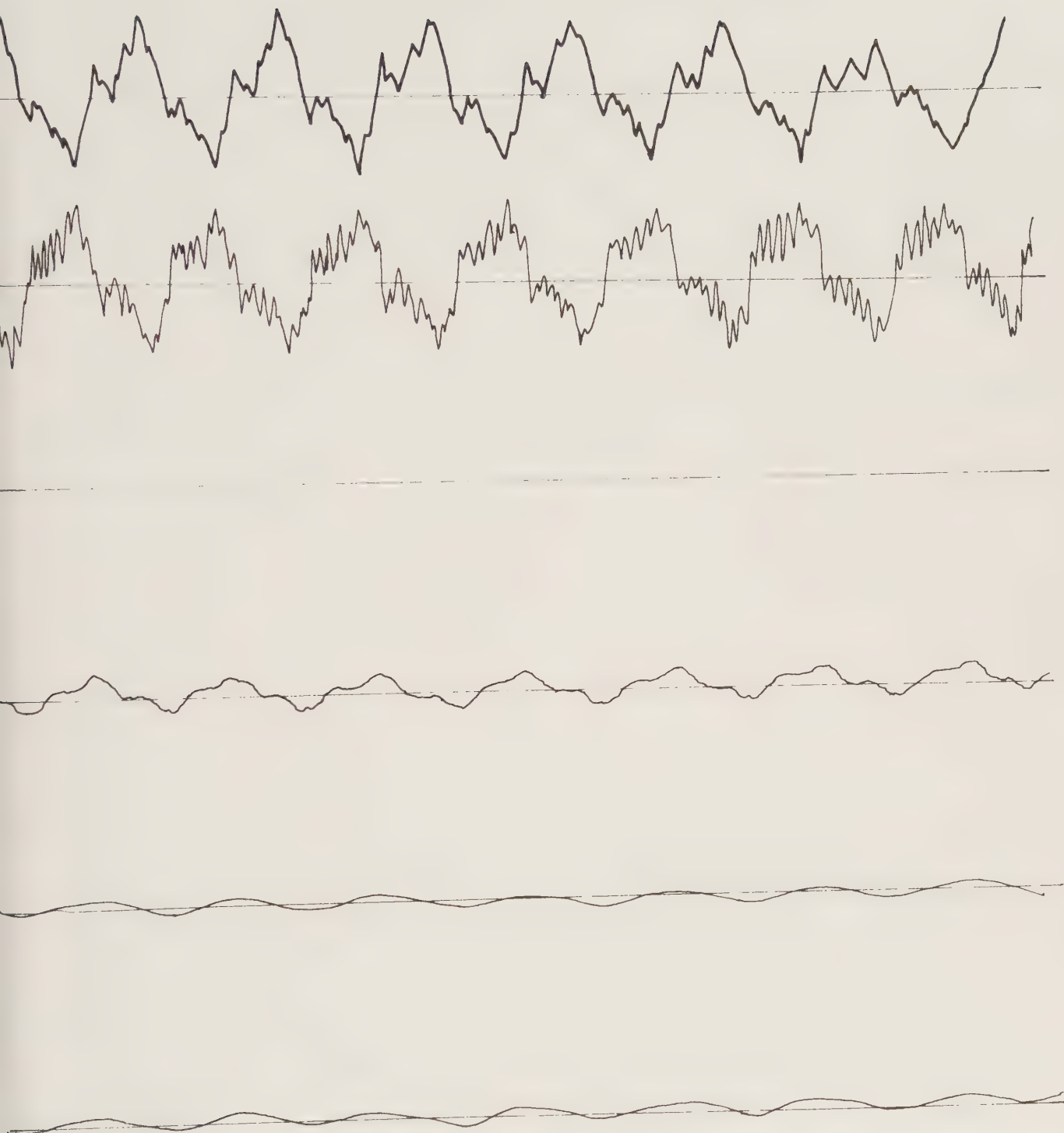


Fig. 110
Véhicule A - Essieu AV
Signal sinusoïdal
Amp : $\pm 1,5$ mm
 $f = 10$ HZ
Deux roues excitées.

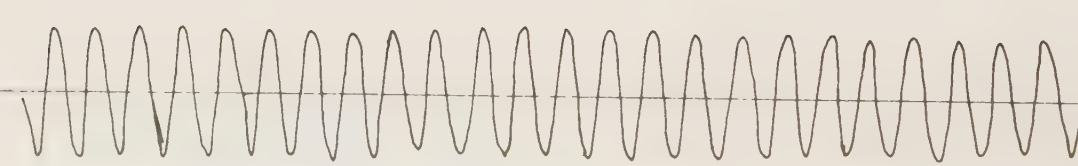
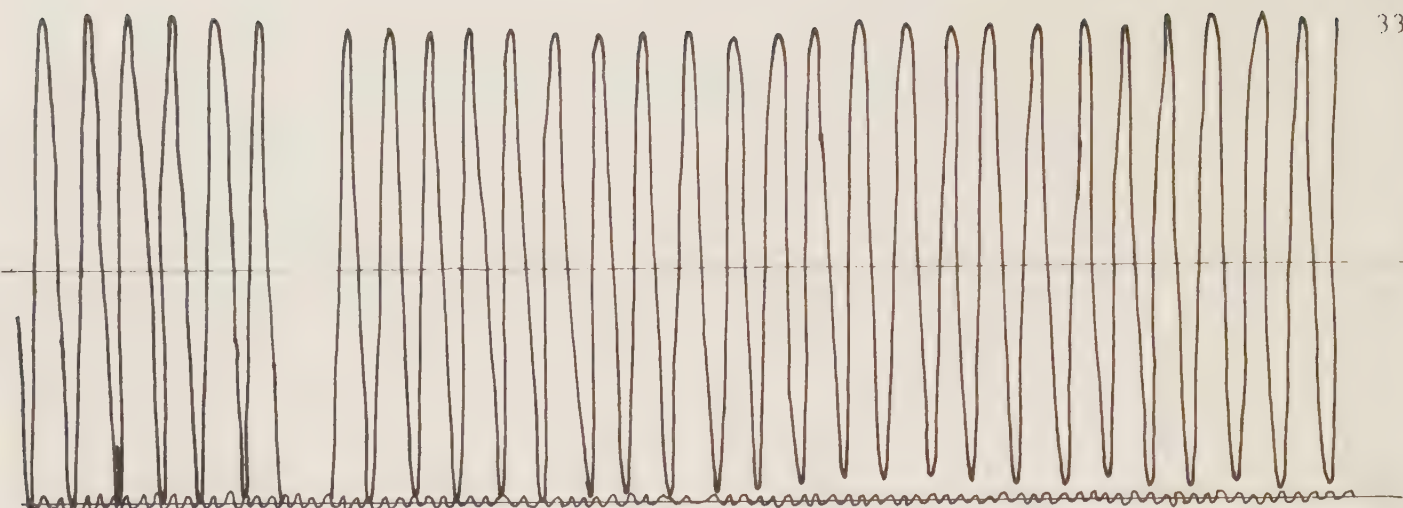


Fig. 111
 Véhicule A
 Essieu AV
 Signal sinusoïdal
 Amp : ± 3 mm
 $f = 13$ HZ
 Roue gauche excitée

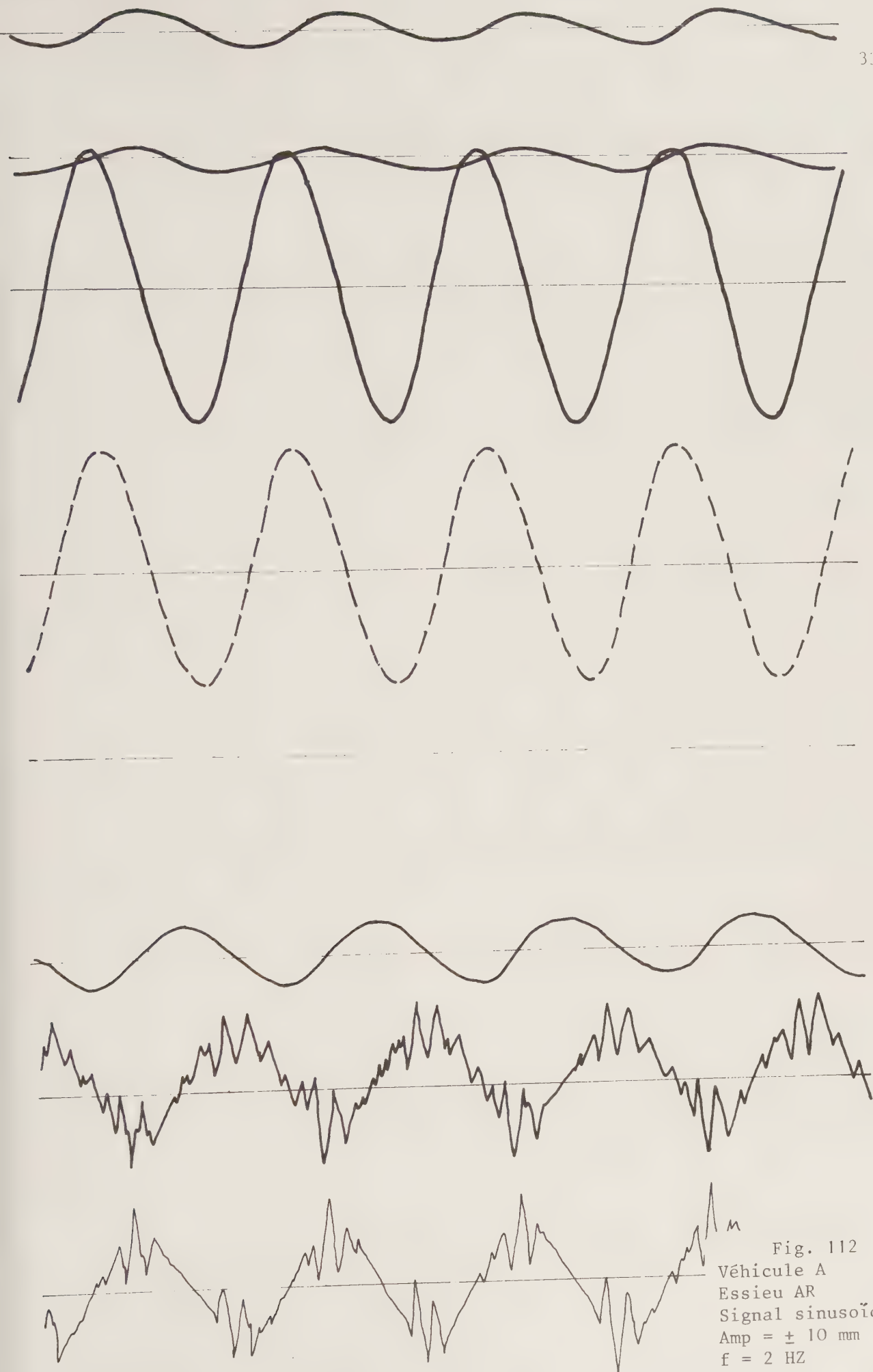


Fig. 112
Véhicule A
Essieu AR
Signal sinusoïdal
Amp = ± 10 mm
 $f = 2$ Hz
Deux roues excitées.

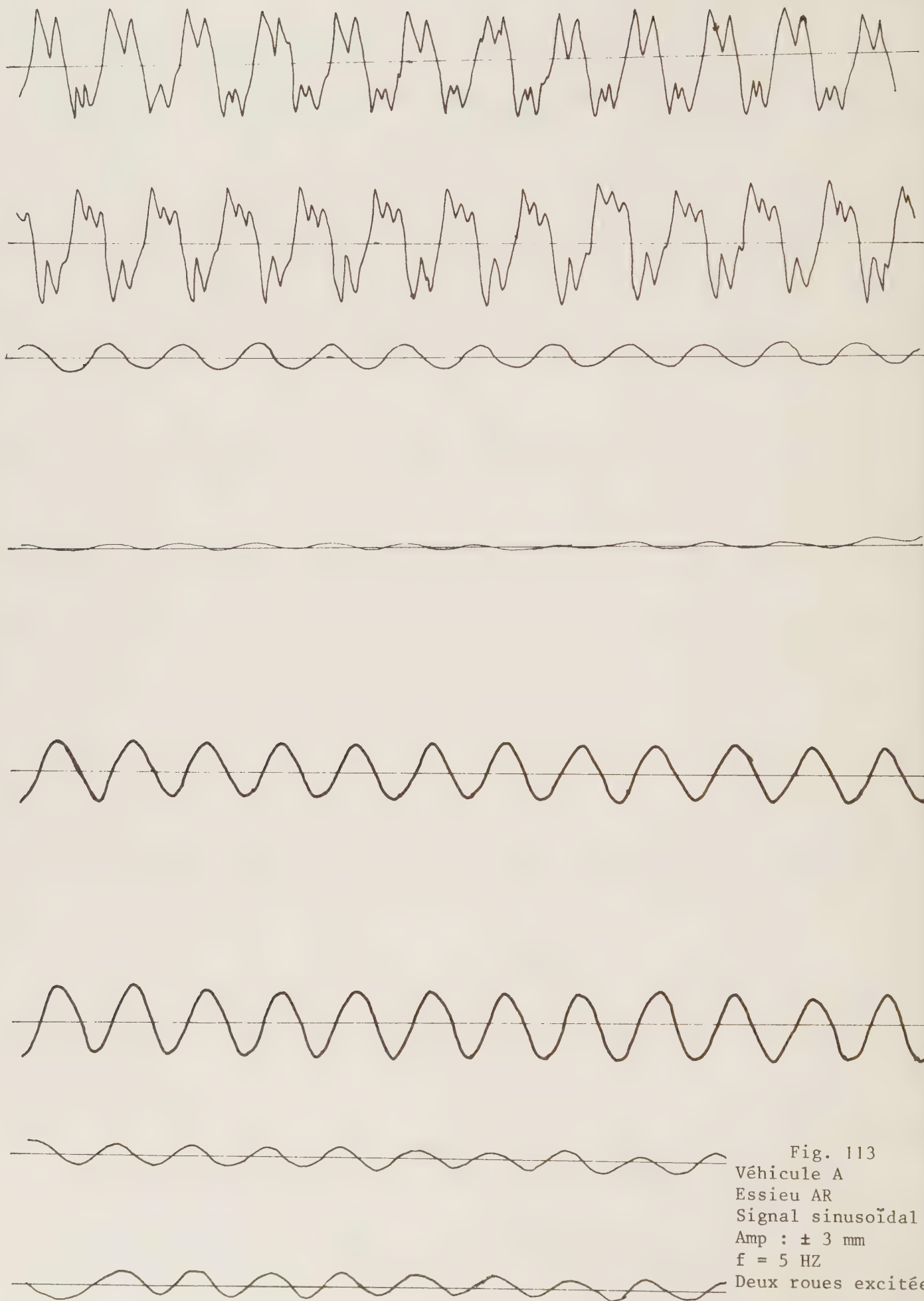
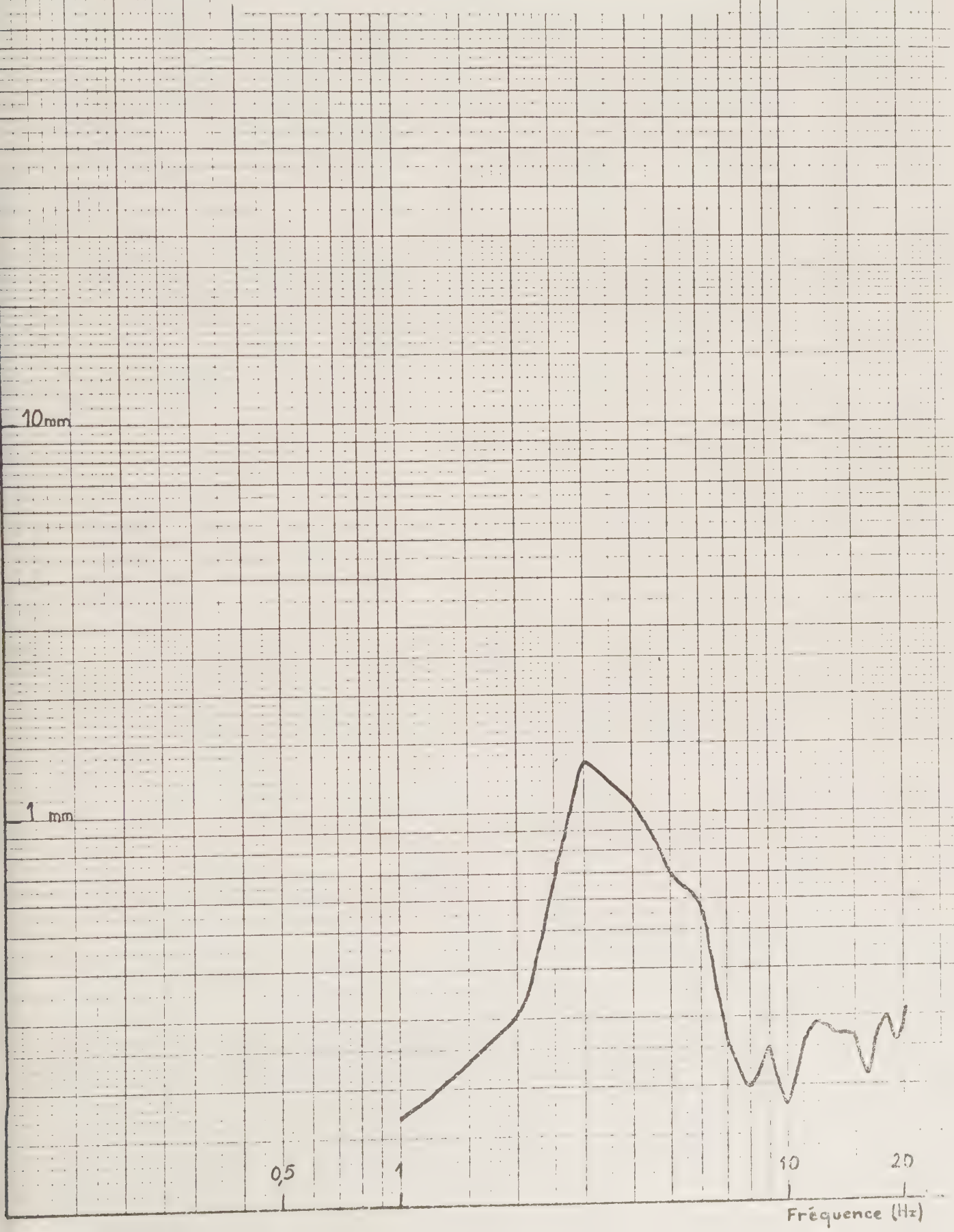


Figure 114
Réponse du véhicule réel
Véhicule A- Ess. AV.
Déplacement de la roue gauche
Entrée = ± 3 mm



mm

1334

Figure 115

Réponse du véhicule réel
Véhicule A- Ess. AV.
Déplacement relatif
Entrée = ± 10 mm

10mm

1 mm

0.5

1

10

20

Fréquence (Hz)

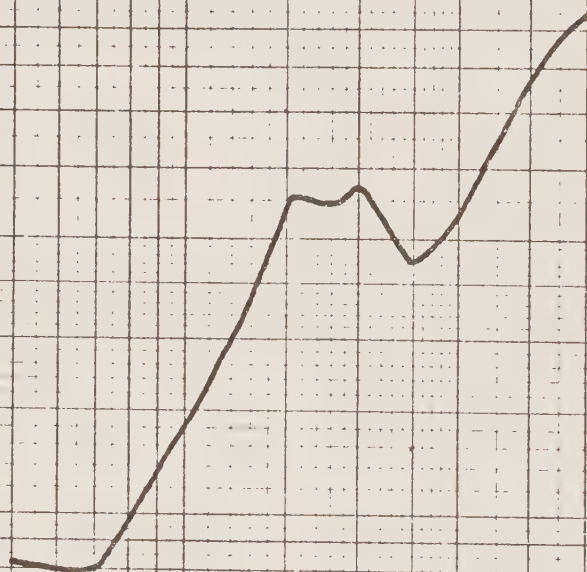


Figure 116

Réponse du véhicule réel
Véhicule A- Ess. AV.
Accélération roue gauche
Entrée = $\pm 3\text{mm}$

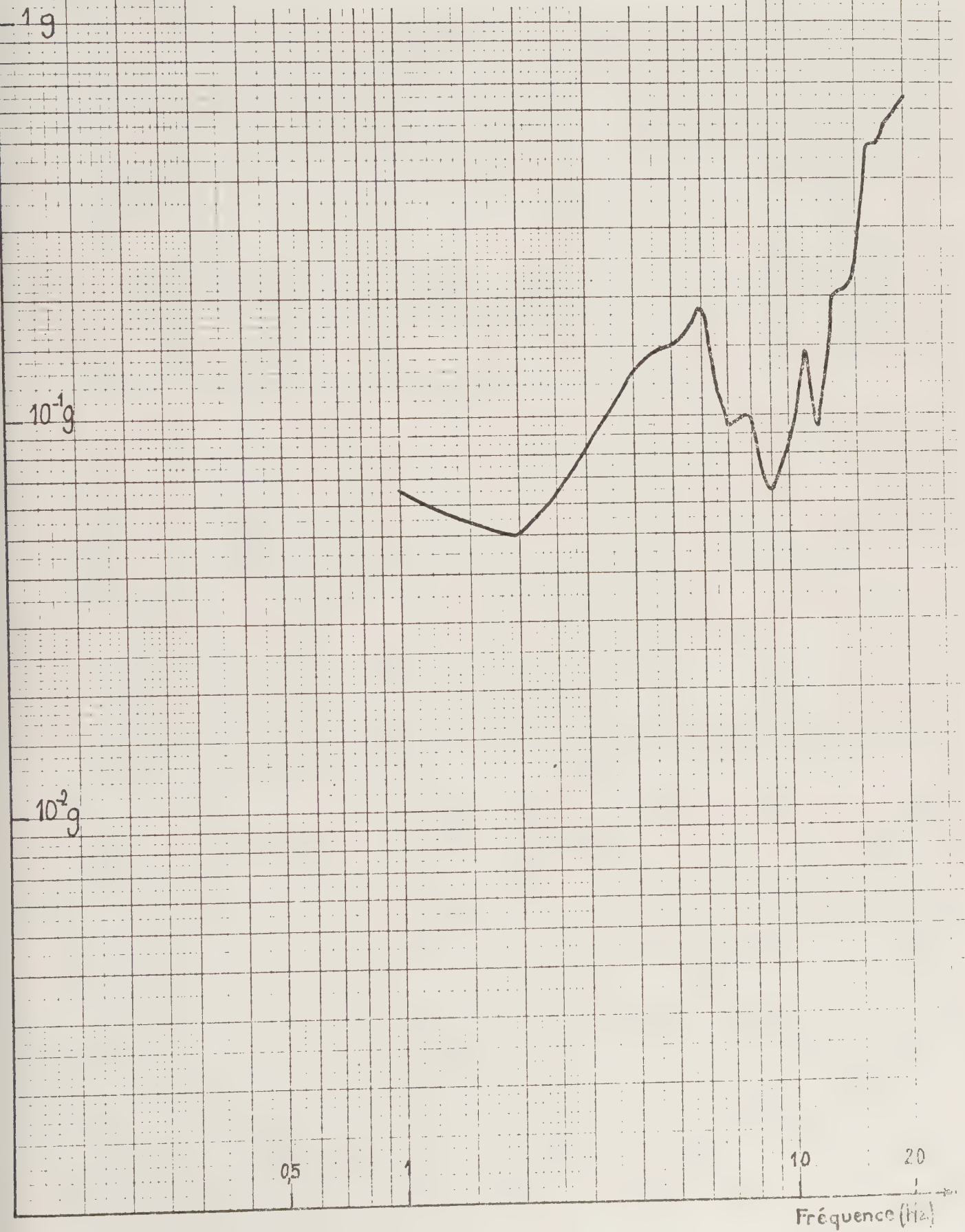
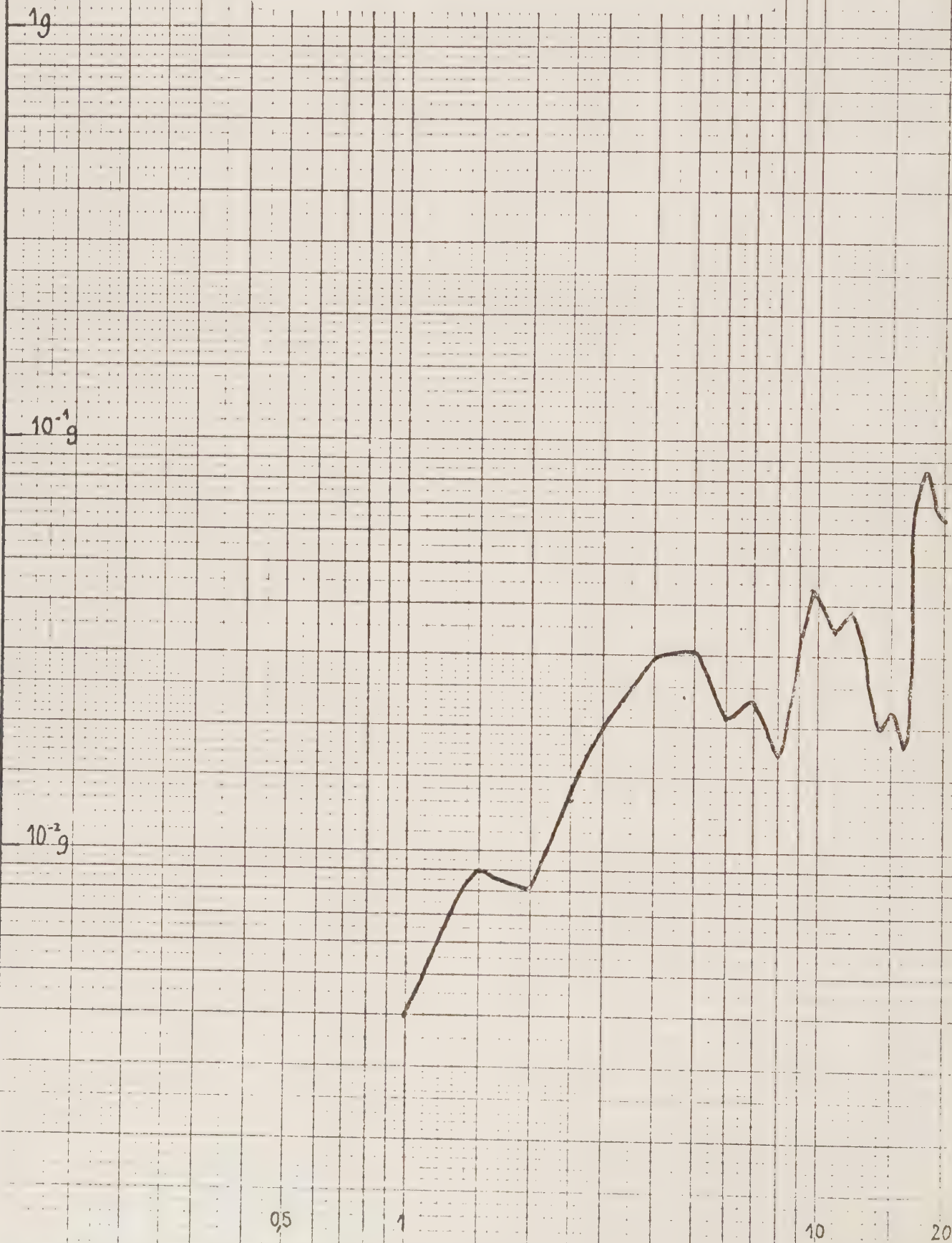


Figure 117

Réponse du véhicule réel
Véhicule A- Ess. AV.
Accélération- CG. caisse
Entrée = ± 3 mm



L'application : on suppose a priori que le véhicule est un système linéaire dans un domaine de linéarité de 20 HZ. Nous vérifierons ultérieurement ce domaine de linéarité.

Le véhicule est soumis à deux entrées sinusoïdales identiques d'une amplitude X, on suppose que le véhicule est symétrique.. La fonction de transfert d'un point A du système est la somme des fonctions relatives aux deux entrées :

$$Z_1 = H_{11} \cdot E_1$$

$$Z_2 = H_{12} \cdot E_2$$

Le véhicule étant symétrique :

$$H_{11} = H_{12}$$

Les deux entrées sont identiques

$$E_1 = E_2 = E$$

donc :

$$Z_1 = Z_2 = H_{11} \cdot E$$

$$H_{11} = \frac{Z_1}{E} \quad (\text{avec une seule entrée})$$

$$H_{11} = \frac{Z_1 + Z_2}{2 E} = \frac{Z}{2 E} \quad (\text{avec deux entrées})$$

Nous avons mesuré la réponse du point A en accélération, on peut donc écrire :

$$\text{le module de la F.T. } H_{11} = \frac{\ddot{Z}_1}{\omega^2 E} = \frac{\ddot{Z}_1}{(2 \pi f)^2 E}$$

$$\text{et } H_{11} = \frac{Z}{(2 \pi f)^2 E}$$

Pour calculer les fonctions de transfert, nous avons établi des tableaux à partir des valeurs mesurées de $\ddot{Z}_1$ et $\ddot{Z}$ avec l'amplitude d'entrée correspondante (le tableau 51 par exemple).

			Une roue excitée			Deux roues excitées		
f	$w = 2 \pi f$	w^2	$1/x.w^2$	$\ddot{z}_1$ en g.	$H = \frac{\ddot{z}_1}{xw^2}$	$\ddot{z}$ en g.	$1/2x.w^2$	$H = \frac{\ddot{z}}{2xw^2}$
0,5	3,14	9,86	16,9				8,45	
0,7	4,40	19,36	8,61				4,30	
1,0	6,28	38,44	4,22	$1,5.10^{-2}$	$6,3.10^{-2}$	9.10^{-2}	2,11	$1,1.10^{-2}$
1,5	9,42	88,75	1,88				$9,4.10^{-2}$	
2	12,48	156	1,07	$4,7.10^{-2}$	5.10^{-2}	9.10^{-2}	$5,3.10^{-2}$	$4,8.10^{-2}$
3	18,84	355	$4,5.10^{-2}$	$1,7.10^{-1}$	$7,6.10^{-2}$	2.10^{-1}	$2,25.10^{-1}$	$4,5.10^{-2}$
4	25,12	631	$2,6.10^{-1}$	$9,5.10^{-2}$	$2,5.10^{-2}$	$1,7.10^{-1}$	$1,3.10^{-1}$	$2,2.10^{-2}$
5	31,40	986	$1,7.10^{-1}$	8.10^{-2}	$1,4.10^{-2}$	$1,35.10^{-1}$	$8,5.10^{-2}$	$1,15.10^{-2}$
6	37,68	1420	$1,17.10^{-1}$	$7,1.10^{-2}$	$8,3.10^{-3}$	$1,35.10^{-1}$	$5,8.10^{-2}$	$7,8.10^{-3}$
7	43,96	1932	$8,6.10^{-2}$	$6,5.10^{-2}$	$5,5.10^{-3}$	$1,35.10^{-1}$	$4,3.10^{-2}$	$5,8.10^{-3}$
8	50,24	2524	$6,6.10^{-2}$	$5,3.10^{-2}$	$3,5.10^{-3}$	$1,0.10^{-1}$	$3,3.10^{-2}$	$3,3.10^{-3}$
9	56,52	3194	$5,2.10^{-2}$	$5,0.10^{-2}$	$2,6.10^{-3}$	$9,5.10^{-1}$	$2,6.10^{-2}$	$2,47.10^{-2}$
10	62,80	3943	$4,2.10^{-2}$	$6,9.10^{-2}$	$2,9.10^{-3}$	$1,4.10^{-1}$	$2,1.10^{-2}$	$2,9.10^{-3}$
11	69,08	4772	$3,5.10^{-2}$	$6,5.10^{-2}$	$2,3.10^{-3}$	$1,35.10^{-1}$	$1,75.10^{-2}$	$2,4.10^{-3}$
12	75,36	5679	$2,9.10^{-2}$	$6,0.10^{-2}$	$1,75.10^{-2}$	$1,20.10^{-1}$	$1,45.10^{-2}$	$1,7.10^{-3}$
13	81,64	6665	$2,5.10^{-2}$	8.10^{-2}	2.10^{-3}	45.10^{-1}	$1,25.10^{-2}$	$1,9.10^{-3}$
14	87,92	7730	$2,15.10^{-2}$	$9,5.10^{-2}$	2.10^{-3}	$1,8.10^{-1}$	$1,07.10^{-2}$	$1,93.10^{-3}$
15	94,20	8874	$1,9.10^{-2}$	$1,05.10^{-1}$	4.10^{-3}	$1,7.10^{-1}$	$9,5.10^{-3}$	$1,60.10^{-3}$
16	100,48	10096	$1,65.10^{-2}$	$8,3.10^{-2}$	$1,4.10^{-3}$	$1,9.10^{-1}$	$8,2.10^{-3}$	$1,56.10^{-3}$
17	106,76	11398	$1,46.10^{-2}$	$1,46.10^{-2}$	$7,5.10^{-2}$	$1,9.10^{-1}$	$7,3.10^{-3}$	$1,39.10^{-3}$
18	113,04	12778	$1,30.10^{-2}$				$6,5.10^{-3}$	
19	119,32	14237	$1,17.10^{-2}$				$5,8.10^{-3}$	
20	125,60	15775	$1,05.10^{-2}$				5.10^{-3}	

F.T. H₁₁

"Déplacement vertical du centre de gravité de l'essieu arrière"

TABLEAU 51

$x = \pm 3 \text{ mm} = 6 \text{ mm} = 6.10^{-3} \text{ m}$

Les fonctions de transfert trouvées sont différentes, ce fait est dû d'une part aux simplifications prises, en particulier la symétrie absolue du véhicule, et d'autre part, à l'hypothèse de départ, c'est-à-dire la linéarité du véhicule. Les figures 118 à 123 montrent quelques unes des fonctions de transfert tracées d'après les tableaux précédents. On remarque d'après ces figures que :

- a. Pour les fréquences inférieures à 2 Hz, les fonctions de transfert sont très différentes suivant l'amplitude de l'excitation, il faut noter cependant que la divergence des fonctions n'est pas due uniquement à la non linéarité du véhicule, mais à l'insuffisance de la précision des mesures dans ce domaine de fréquences.

Il faudra répéter ces mesures ultérieurement avec des dispositifs de mesures mieux adaptés, par exemple : il serait bon de modifier la fixation des capteurs de déplacement, celle-ci se faisant par l'intermédiaire de pièces en caoutchouc qui créent des perturbations du signal de réponse.

- b. Pour les fréquences entre 2 et 11 Hz, la différence entre les différentes courbes des fonctions de transfert est pratiquement négligeable sauf en ce qui concerne les déplacements relatifs, on retrouve ici la même remarque concernant la fixation des capteurs.
- c. Pour les fréquences supérieures à 11 Hz, les signaux occasionnèrent un dépouillement très difficile, la précision de mesure dans ce domaine de fréquence est très modeste malgré les précautions prises pour diminuer la résonance de la tôle du châssis.
- d. Les fonctions de transfert ainsi obtenues ne sont pas très différentes des fonctions de transfert obtenues à partir de l'étude numérique, en particulier les fonction de transfert H_{11} (expérimentales, calculées) sont presque identiques dans le domaine de fréquence supérieure à 2 Hz et peu différentes dans le domaine des très basses fréquences.

Nous verrons plus loin l'utilité réelle de cette phase de l'étude expérimentale pour le réglage des modèles analogiques.

Véhicule : A
Essieu : AV
F.T. mesuré
H 11

340.

— Deux roues excitées Amp = $\pm$ 10 mm
- - - Deux roues excitées Amp = $\pm$ 3 mm



Fig.118

Véhicule : A

Essieu : AR

F.T. mesuré

341.

H11

--- } Deux roues excitées Amp = $\pm$ 3 mm
--- } Deux roues excitées Amp = $\pm$ 1,5 mm
— Une roue excitée Amp = $\pm$ 3 mm

1

10^{-1}

10^{-2}

0,5

1

10

20

Fig. 119

Fréquence (Hz)

Véhicule : A
Essieu : AV
F.T. mesuré
(roue droite) H21

342.

----- 2 roues excitées Amp = + 10 mm
- . - . - . 2 roues excitées Amp = + 3 mm
===== 2 roues excitées Amp = - 2,5 mm

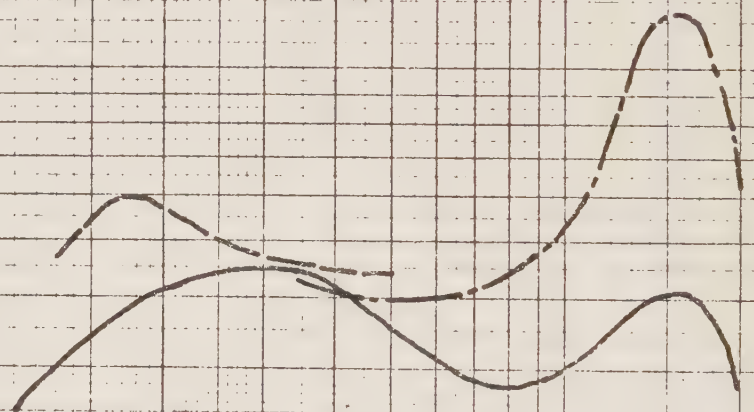


Fig. 120

Fréquence (Hz)

Véhicule : A
Essieu : AR
F.T. mesuré
(roue gauche) H21

343.

— 2 roues excitées Amp = + 3 mm
- - 2 roues excitées Amp = + 10 mm
- . - 2 roues excitées Amp = - 2,5 mm

10

1

10^{-1}

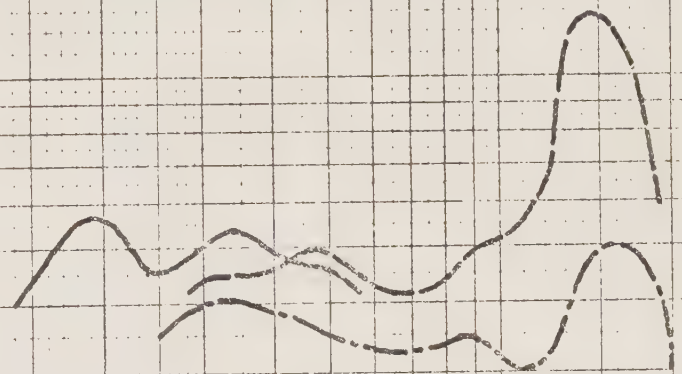


Fig. 121

0.5

1

10

20

Fréquence (Hz)

Véhicule : A

344.

Essieu : AV

F.T. mesuré du déplacement relatif :

F.T. = $\frac{z_5 - z_4}{z_3}$

— 2 roues excitées Amp = ± 3 mm
- - - 2 roues excitées Amp = $\pm 2,5$ mm

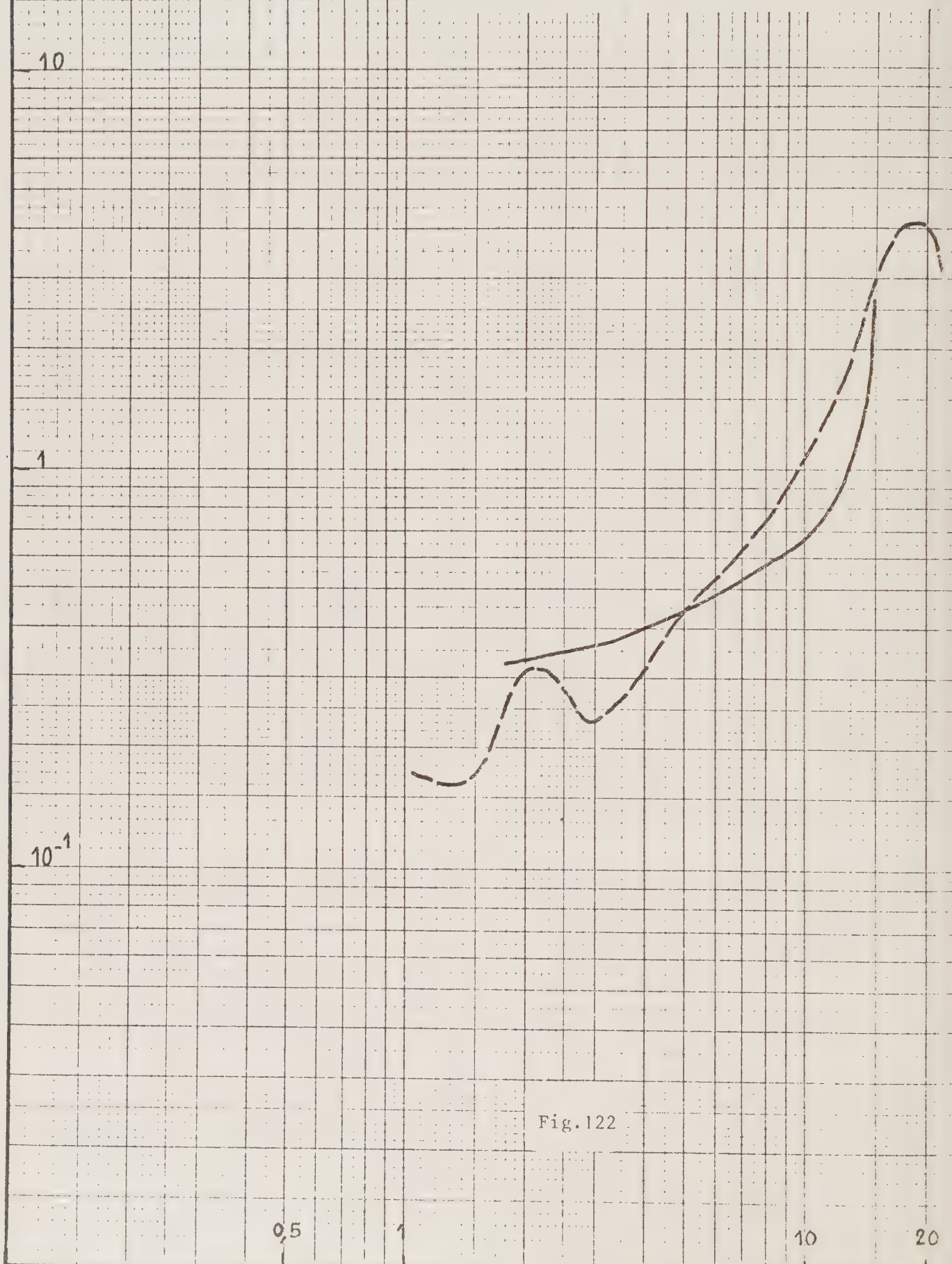


Fig.122

Fréquence (Hz)

Véhicule : A - Essieu : AR 345.
F.T. mesuré

(roue droite) F.T. = $\frac{z_6 - z_2}{z_3}$

Déplacement relatif

— roue gauche excitée Amp = + 3 mm
- - - roue gauche excitée Amp = + 2,5 mm

10

1

10^{-1}

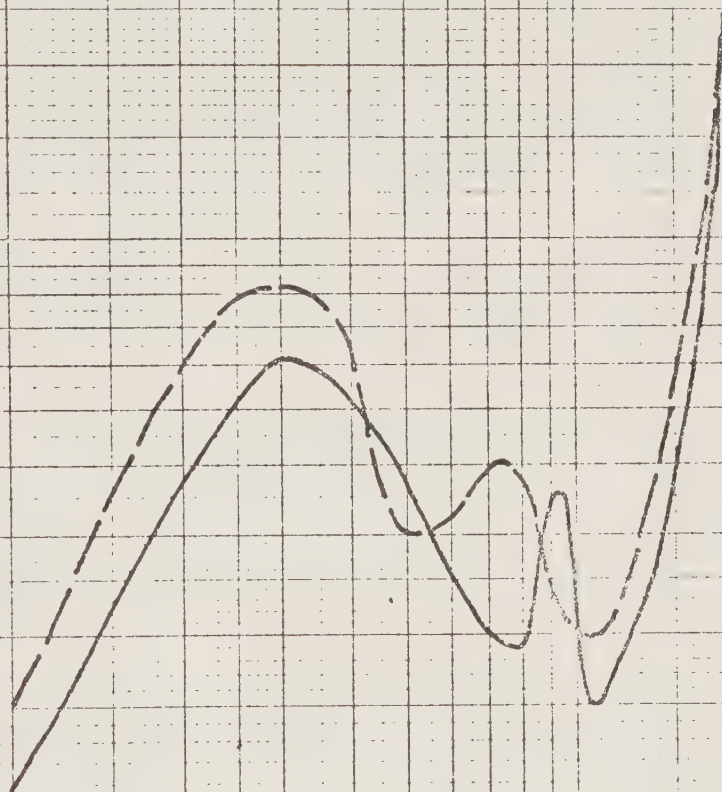


Fig.123

0,5

1

10

20

Fréquence (Hz)

Conclusions partielles :

1. Le véhicule est un système non linéaire, on peut néanmoins considérer un domaine de linéarité relative qui se situe dans le domaine des basses fréquences.

2. Les fonctions de transfert calculées dans le cadre de l'étude numérique sont assez proches des fonctions de transfert mesurées, il faut améliorer les modèles mathématiques et tenir compte des éléments non linéaires du véhicule.

2.3. Mesure des accélérations sur une route déterminée :

Nous avons choisi comme route la N. 4 car (et comme nous l'avons indiqué précédemment), les analyses spectrales de l'uni effectuées par le groupe uni du L.C.P.C. ont montré que la N. 4 comprend toute la gamme d'uni qu'il est possible de rencontrer pratiquement sur le réseau routier (principal) français.

Le choix des échantillons est effectué de manière à avoir le maximum possible de classes géométriques de l'uni.

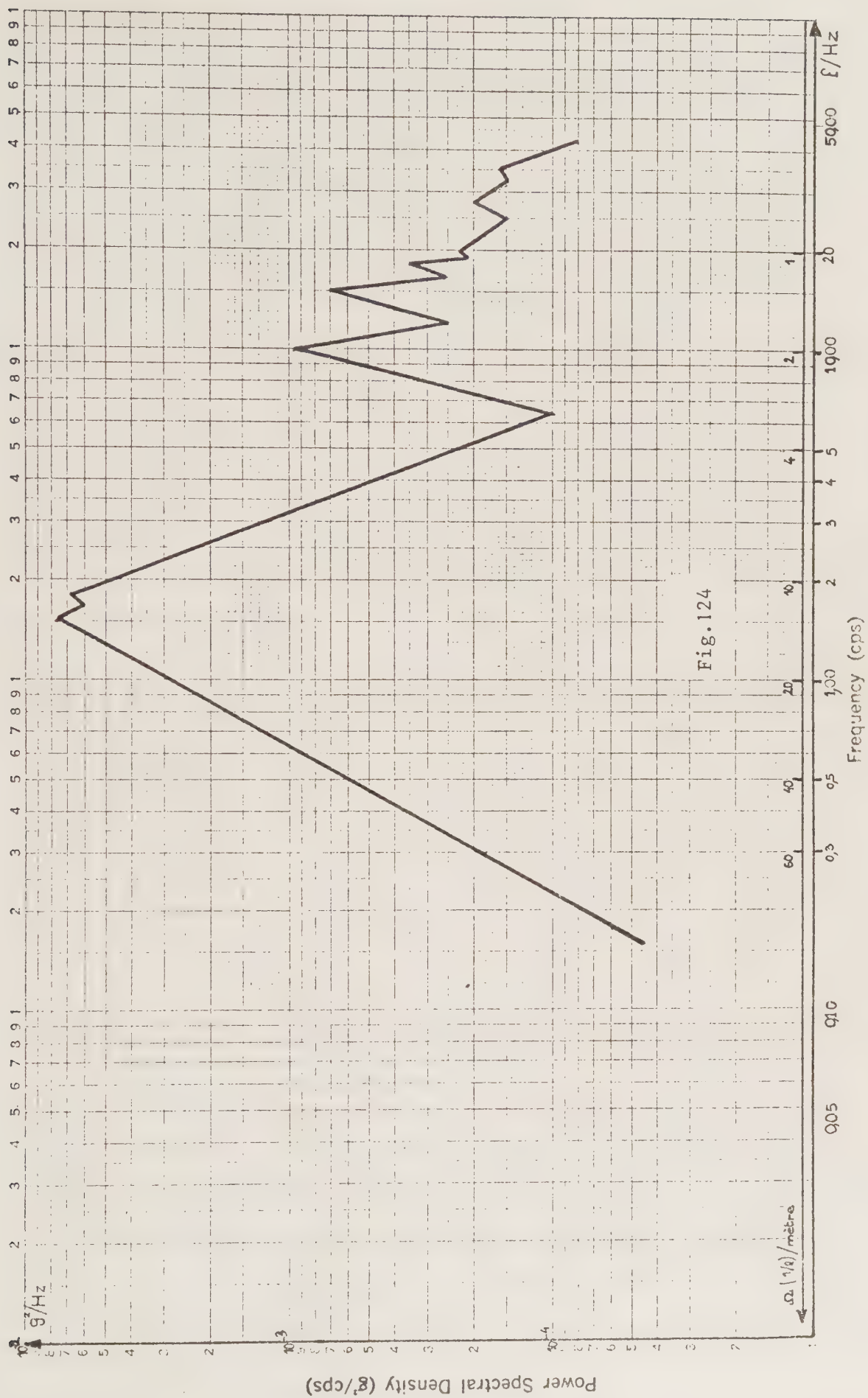
Pour éviter la différence entre l'état de l'uni du revêtement pendant les mesures effectuées sur le véhicule testé et les spectres routiers que possèdent le groupe uni, nous avons réalisé ces mesures en même temps avec le groupe uni, c'est-à-dire que nous avons fait circuler le véhicule A et l'A.P.L. bi-traces ensemble, les mesures ont été prises sur les mêmes tronçons et en même temps grâce à un système de repère "temps" (top sonore) adapté.

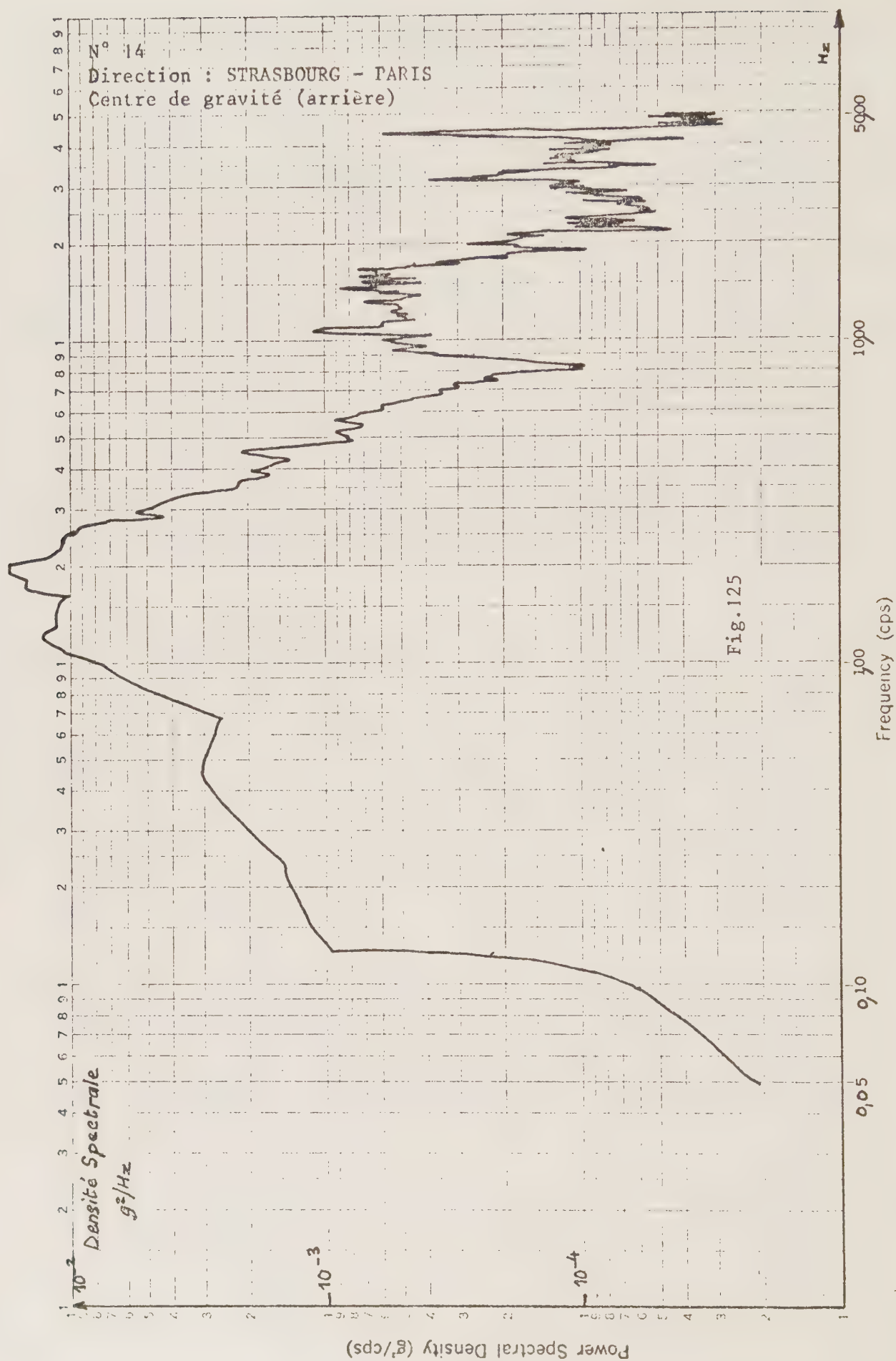
2.3.1. Les mesures effectuées - La densité spectrale d'accélération :

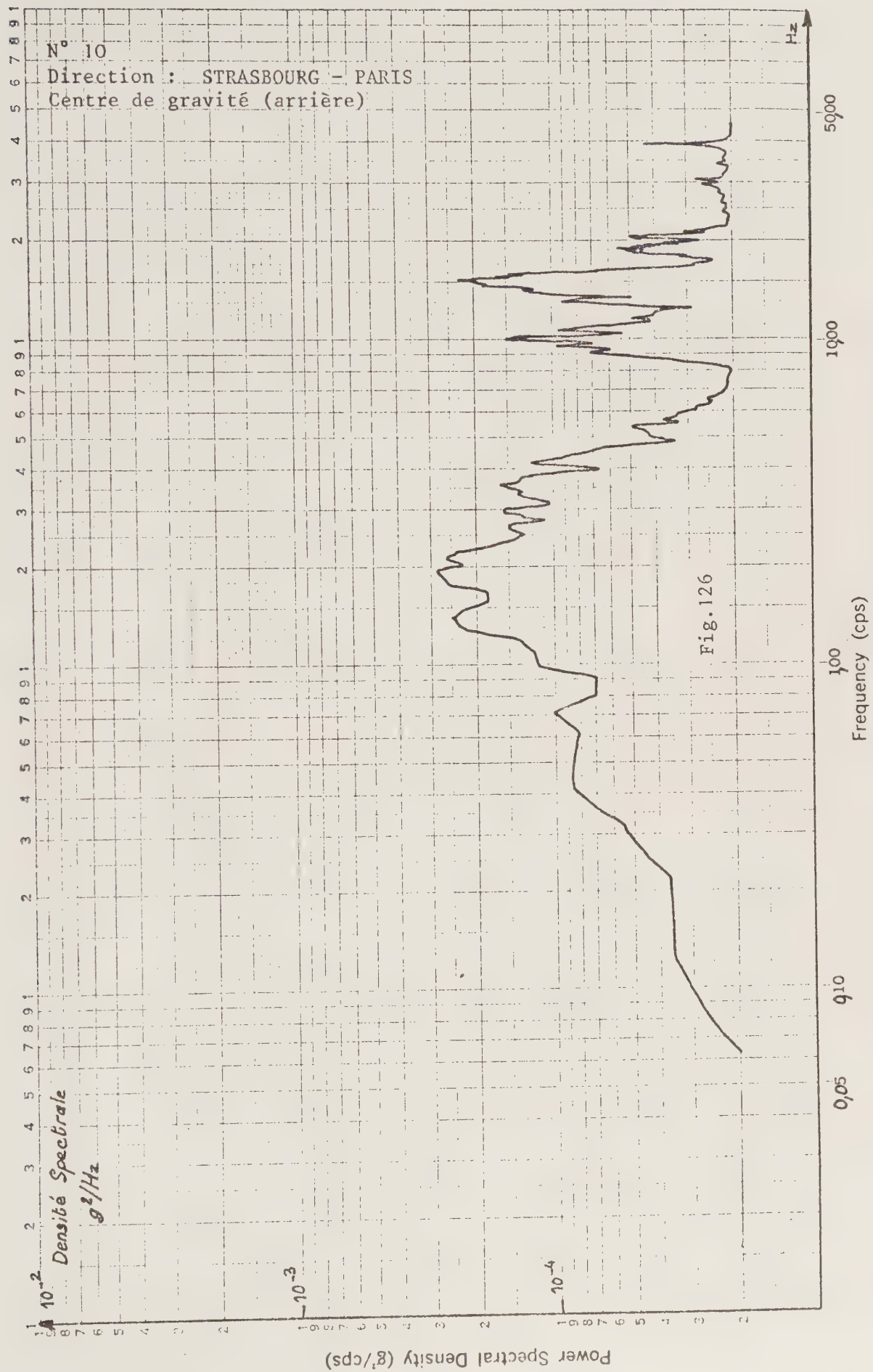
Nous avons enregistré les signaux des accéléromètres et des capteurs de déplacement sur bande magnétique, puis nous avons effectué une analyse spectrale sur ces signaux.

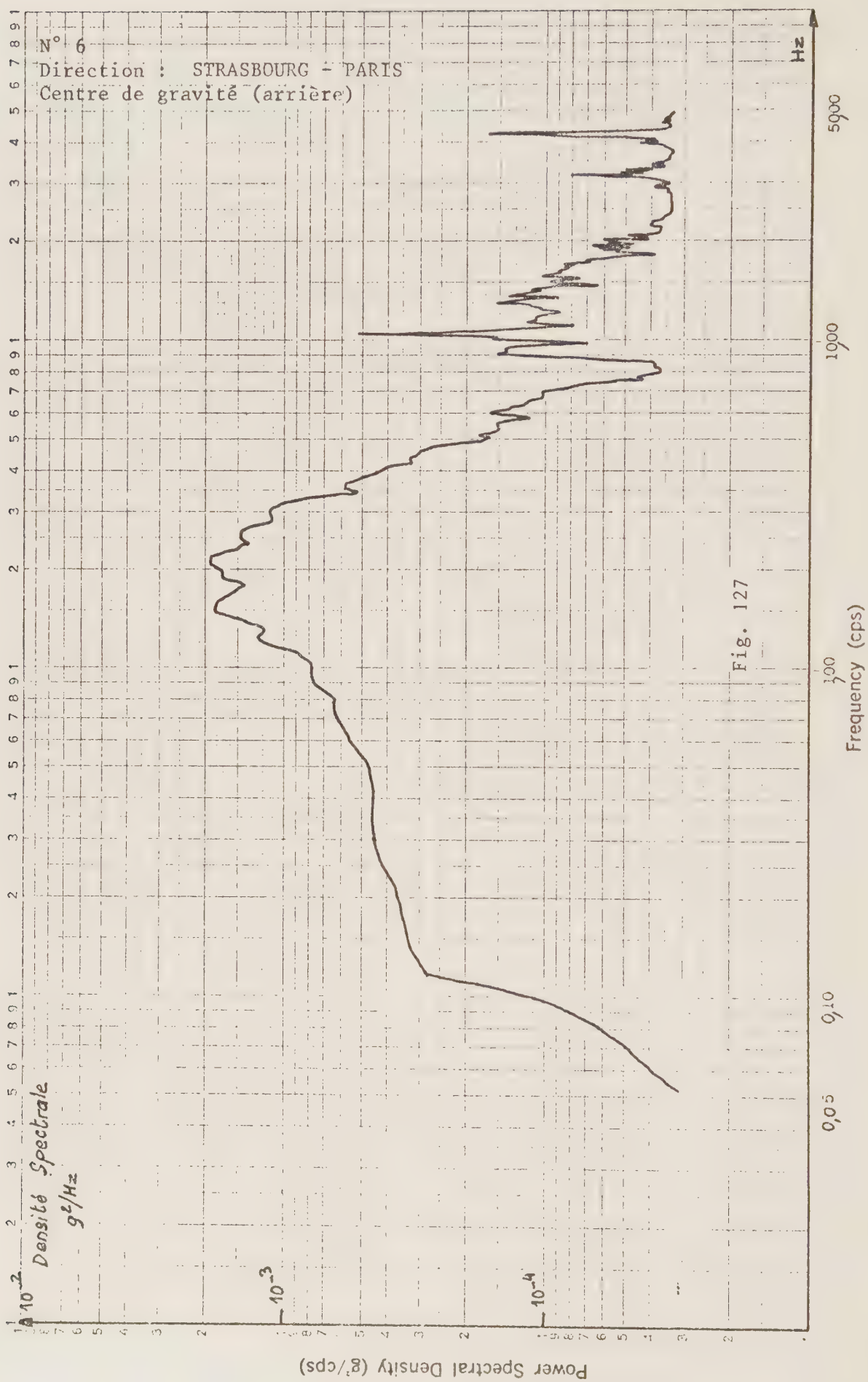
Les courbes de la densité spectrale d'accélération de la masse suspendue avant n'ont pas été exploitables à cause du bruit du moteur du véhicule et de ses vibrations.

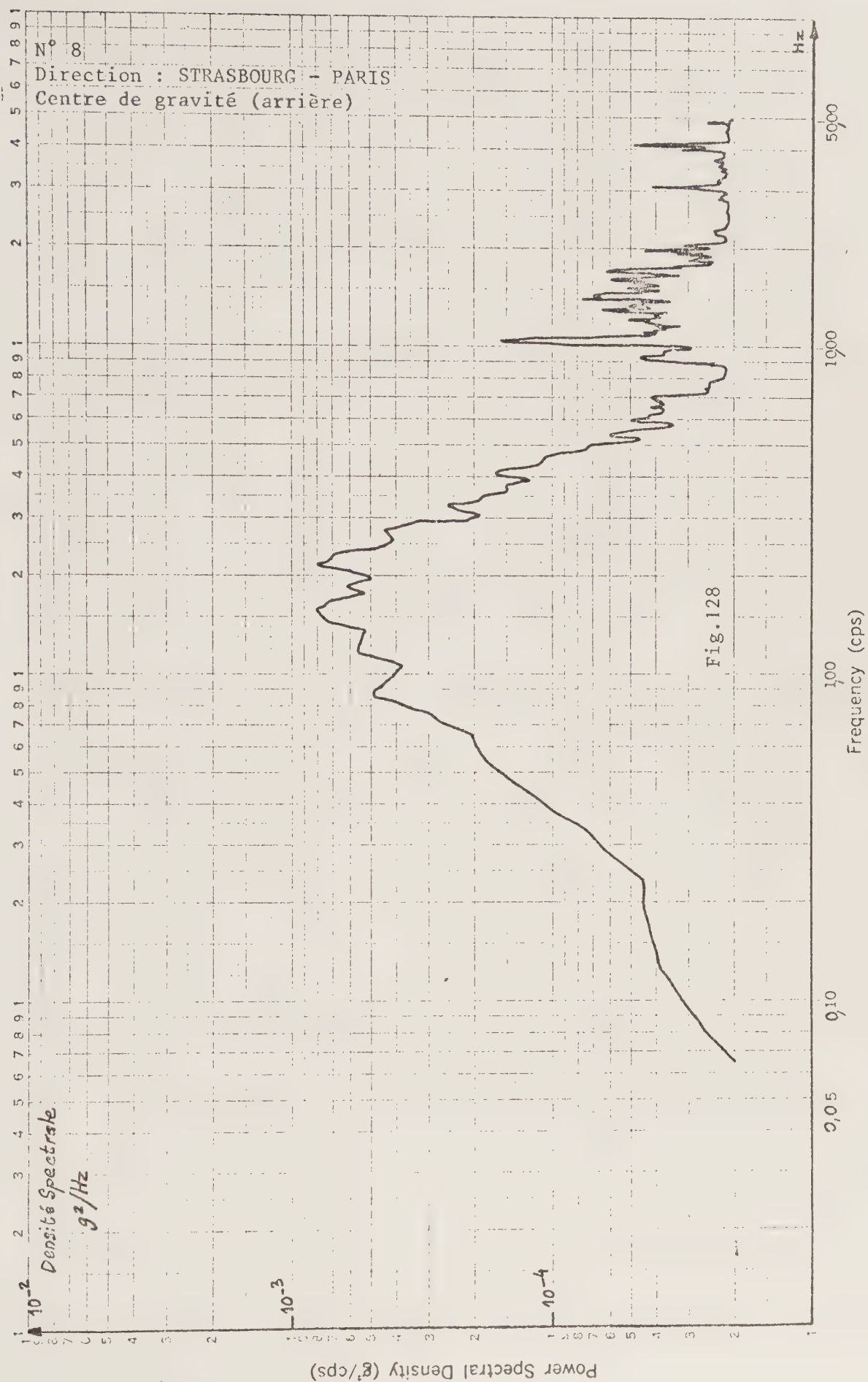
Les courbes de la densité spectrale d'accélération de la masse suspendue arrière ont d'une façon générale, l'allure montrée sur la figure 124.

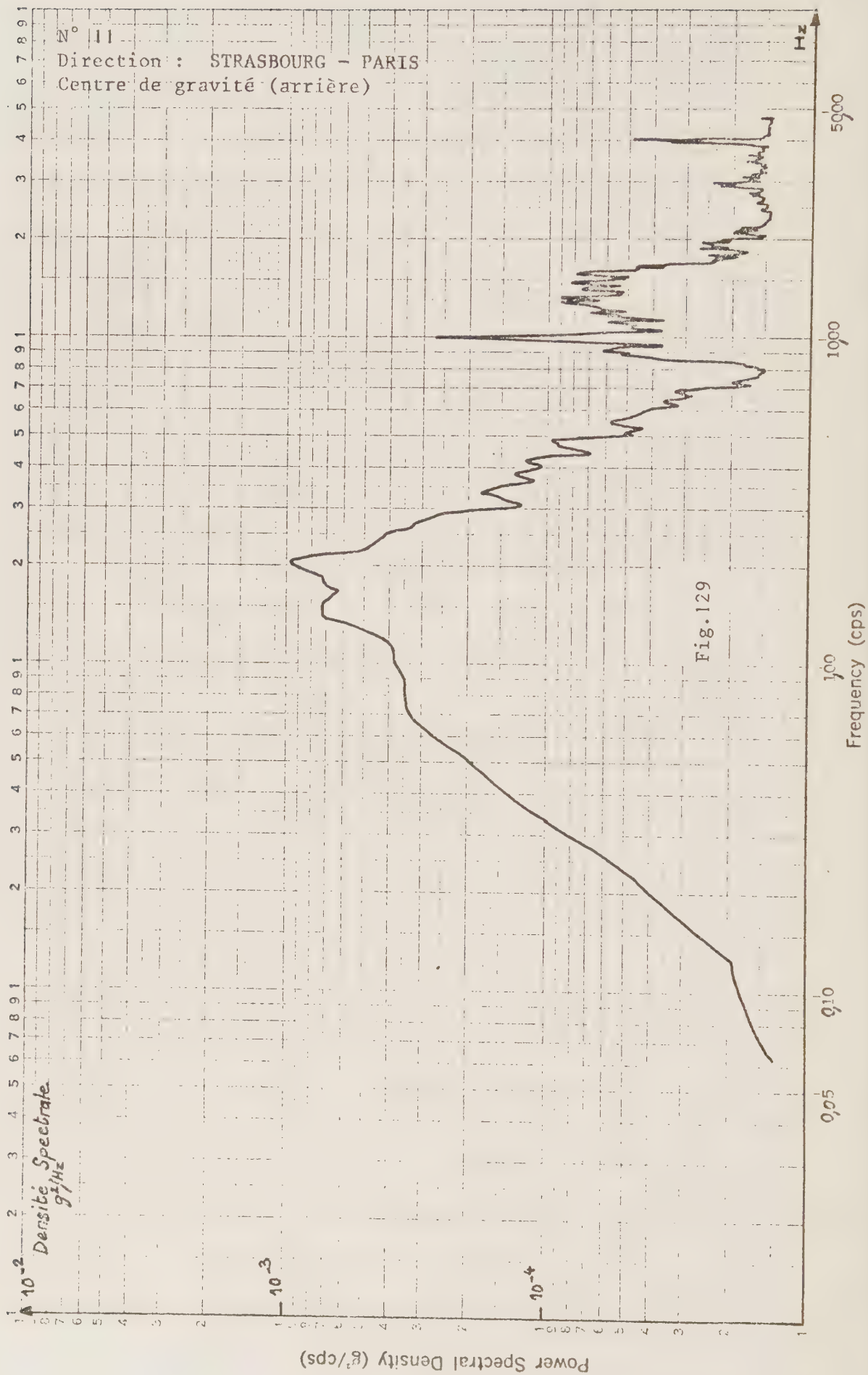


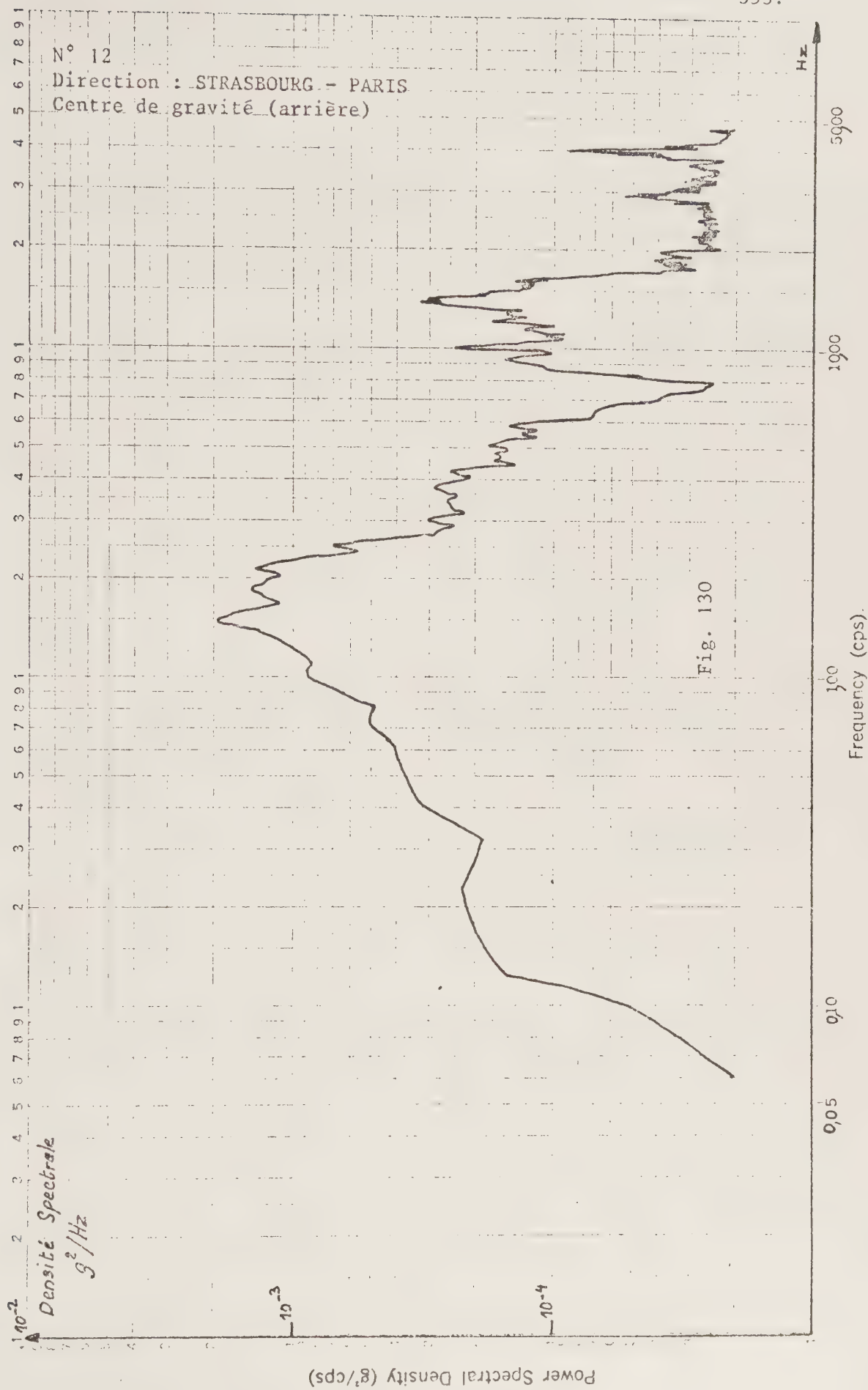












N°	PK à PK	Direction et route	Densité spectrale d'accélération	N°	PK à PK	Direction et route	Densité spectral d'accélération
1	10 - 15	N.4 Paris - Strasbourg	6.10^{-3}	1	34 - 29	N.4 Strasbourg Paris	$1,6.10^{-2}$
2	37 - 41	"	6.10^{-3}	2	8 - 5	"	$1,6.10^{-3}$
3	51 - 56	"	4.10^{-3}	3	86 - 82	"	$1,6.10^{-3}$
5	26 - 31	"	4.10^{-3}	4	81 - 77	"	$1,1.10^{-3}$
6	44 - 49	"	9.10^{-3}	5	73 - 68	"	$1,3.10^{-3}$
7	66 - 70	"	$4,2.10^{-3}$	6	58 - 26	N.4 - 4bis Str.-Paris	$2,0.10^{-3}$
8	95 - 100	"	$8,6.10^{-3}$	7	12 - 8	N.4 S - P	$1,25.10^{-3}$
9	5 - 11	"	$7,4.10^{-3}$	8	4 - 1	"	8.10^{-4}
10	21 - 24	"	$1,9.10^{-3}$	9	95 - 90	"	$4,6.10^{-4}$
11	10 - 15	"	$6,2.10^{-3}$	10	-	Autoroute Nancy	$2,8.10^{-4}$
12	-	Autoroute Nancy . P. - S.	$1,2.10^{-3}$	11	75 - 69	N.4 S - P	$9,6.10^{-4}$
13	4 - 9	N.4 P - S	$3,1.10^{-3}$	12	9 - 3	"	$1,9.10^{-3}$
14	16 - 21	"	$1,7.10^{-2}$	14	97 - 92	"	$3,2.10^{-3}$
15	73 - 78	"	$1,5.10^{-2}$	15	53 - 48	"	$4,1.10^{-3}$
				16	29 - 24	"	$4,1.10^{-3}$
				17	17 - 12	"	$3,5.10^{-3}$
				18	50 - 45	"	$3,7.10^{-3}$
				19	29 - 25	"	$3,6.10^{-3}$

TABLEAU 52

Niveau de la P.S.D. d'accélération g^2/HZ à la fréquence 1,5 - 2 HZ (★)

- Vitesse de mesure : 72 Km/h - Véhicule A - Unité : g^2/HZ
 - Mesures au centre de gravité de la masse suspendue arrière

On remarque sur ces courbes un double pic très important à la fréquence 1,5 - 2 HZ et quelques pics moins importants aux fréquences 10,15 et 17 HZ. Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous nous intéressons en particulier au pic qui se trouve à la fréquence 1,5 - 2 HZ. Le tableau 52 montre le niveau de la densité spectrale d'accélération des tronçons étudiés à la fréquence indiquée (en g^2/HZ). Nous avons remarqué que la densité spectrale la plus élevée correspond au tronçon n° 14 (Fig. 125) de la N. 4 (direction STRASBOURG PARIS), elle s'élève à $1,7 \cdot 10^{-2} g^2/HZ$. La densité spectrale la plus basse correspond au tronçon n° 10 (Fig. 126) de l'autoroute de NANCY, elle s'élève à $2,8 \cdot 10^{-4} g^2/HZ$. Les figures 127 à 130 montrent les P.S.D. des tronçons 6, 8, 11 et 12 de la route étudiée.

2.4. Analyse des résultats :

Nous avons remarqué que :

1. La densité spectrale d'accélération au niveau du châssis du véhicule donne une estimation précise de l'influence de l'uni sur le confort (pour la catégorie des véhicules moyens).
2. La fréquence choisie (pour cette voiture) pour le confort est 1,7 HZ.
3. Le niveau minimal enregistré à la fréquence choisie est de l'ordre de $2,8 \cdot 10^{-4} g^2/HZ$.
4. Si l'on prend comme critère de confort, la valeur de la densité spectrale d'accélération à la fréquence de référence, on trouve que la meilleure section étudiée a une densité spectrale de $7 \cdot 10^4 mm^3$ et la plus mauvaise a une densité spectrale de $5 \cdot 10^5 mm^3$, le rapport des deux densités est de 1 à 7.

2.5. Signification des résultats :

Le tableau 53 donne un classement des 10 tronçons routiers suivant l'ordre croissant de la P.S.D. de la route et l'ordre croissant de la P.S.D. d'accélération du véhicule à la fréquence de référence.

N°	PK à PK	Direction	Route	P.S.D. route (mm3)	P.S.D. véhicule (g2/HZ)	Classe "confort"	Classe géométrique
8	4 - 1	Strasbourg Paris	N.4	$7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	3	4
11	75 - 69	"	"	$8,4 \cdot 10^{-4}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	3	4
4	81 - 77	"	"	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	3	4
7	18 - 8	"	"	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-5}$	4	4
3	36 - 32	"	"	$2 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	4	4
12	9 - 3	"	"	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	4	5
6	58 - 26	"	"	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-3}$	4	5
16	29 - 24	"	"	$3,0 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$	4	6
15	53 - 48	"	"	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$	4	6
1	34 - 29	"	"	$5 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	6	7

TABLEAU 53

Classement des tronçons étudiés suivant l'ordre croissant de la densité spectrale de la route.

On remarque d'après ce tableau que :

1. Les tronçons étudiés se classent de la même façon pour la P.S.D. de l'uni et pour la P.S.D. d'accélération du véhicule.

2. Les tronçons supposés de la quatrième classe suivant les données géométriques représentent une route de la troisième ou de la quatrième classe du point de vue confort (pour le véhicule (A)). Les tronçons supposés de la cinquième classe suivant les données géométriques sont de la quatrième classe du point de vue confort et enfin les tronçons de la sixième classe géométrique sont également de la sixième classe du point de vue confort.

3. On retrouve ici les mêmes remarques que nous avons faites à l'issue de l'étude numérique :

- a) le classement géométrique est "sévère", car la route considérée de la sixième classe géométrique est relativement acceptable pour un véhicule de confort limité.
- b) pour le véhicule, l'amélioration de la route a pratiquement une influence très limitée sur sa performance, on remarque que les revêtements situés dans les classes 4, 5 et 6 ont pratiquement la même influence sur le véhicule étudié.
- c) le véhicule "A" est relativement plus sensible que le véhicule "B" du point de vue confort pour les mauvaises routes, cela est dû aux caractéristiques propres du véhicule "A", l'amélioration de l'uni est plus perceptible par le véhicule "A" que par le véhicule "B".
Par contre, le véhicule "A" est moins sensible que le véhicule "B" du point de vue confort pour les routes moyennes, l'amélioration des routes de cette catégorie diminue très peu le niveau d'accélération que subit la caisse de ce véhicule.
- d) il n'y a pas de route parfaite (première classe) pour le véhicule "A", le tronçon "10" de la N. 4 étudiée qui représente une route située entre la première classe et la deuxième classe géométriquement, est de la troisième classe pour le véhicule "A" du point de vue confort.
- e) la notion de confort est fonction à la fois de la route et du véhicule, pour généraliser les résultats obtenus, il faut étudier le comportement dynamique de plusieurs véhicules.

3. CONCLUSION :

1. Le véhicule est un système non linéaire, on peut néanmoins considérer un domaine de linéarité relative entre les fréquences 1 et 16 Hz.

2. Les fonctions de transfert calculées dans le cadre de l'étude numérique sont assez proches de celles déterminées par l'étude expérimentale dans le domaine de linéarité (1 à 16 Hz).

3. Les modèles mathématiques ne tiennent pas compte des éléments non linéaires du véhicule, c'est pourquoi il est nécessaire de passer à un modèle analogique.

4. Le classement géométrique de l'uni des revêtements routiers n'est pas adopté, il représente des limites très "sévères" à imposer à la construction routière.

5. L'amélioration de la surface n'est perceptible par le véhicule qu'à partir d'une certaine valeur. On peut donc réduire les 10 classes géométriques à 5 classes pour la catégorie des voitures moyennes (tableau 38).

6. Pour bien préciser les limites géométriques des cinq classes proposées, il faudra poursuivre l'étude sur un nombre plus important de véhicules et de routes.

LES CALCULS ANALOGIQUESINTRODUCTION :

L'influence de l'uni des revêtements routiers sur le confort du véhicule automobile est déterminée par :

- les irrégularités du profil de la route,
- les caractéristiques du véhicule et de la suspension.

Dans le cadre de l'étude précédente, nous avons représenté le véhicule par des modèles mathématiques plus ou moins compliqués afin d'étudier l'influence de l'uni sur le confort de l'automobile. Ces modèles malgré leur complexité sont insuffisants pour simuler le véhicule réel. On a négligé en effet le frottement interne dû aux "éléments caoutchoutiques" de la suspension et on a pris pour le pneumatique - supposé être composé d'une masse, d'un ressort et d'un amortisseur - une valeur arbitraire de l'amortisseur.

D'autre part, nous avons représenté la route par une équation mathématique simplifiée qui ne tient pas compte des points singuliers, ni des particularités de la route (représentation de la P.S.D. par deux lignes droites).

On a donc été conduit à "trop" simplifier les éléments route et véhicule pour pouvoir procéder aux calculs numériques.

Il est donc nécessaire de trouver d'autres moyens pour représenter plus fidèlement l'uni de la chaussée et le véhicule automobile, puis d'étudier l'influence du premier paramètre sur le deuxième.

La présente étude devient alors, une recherche de cette influence en tenant compte des éléments négligés précédemment.

Le but de cette étude est de développer un programme analogique pour simuler le véhicule étudié, puis de vérifier la validité du modèle analogique adopté en comparant sa performance avec la réponse du véhicule réel.

Une fois la validité du modèle vérifiée, on pourra alors utiliser le modèle pour déterminer l'influence des différentes classes de routes sur les véhicules courants.

L'étude est réalisée de la façon suivante :

1. Etude de la réponse du véhicule réel à une excitation type :
sinusoïdale, échelon ...
Détermination en quelques points de la fonction de transfert
du véhicule. Vérification de certains paramètres du véhicule
qui sont donnés par le constructeur.
2. Développement d'un programme analogique (modèle) pour
représenter le véhicule réel, et établissement des fonctions
de transfert.
3. Comparaison des réponses du modèle analogique et du véhicule
réel.
4. Modification des paramètres du modèle analogique afin d'obtenir
la réponse la plus proche du véhicule réel.
5. Injection du signal A.P.L. d'une route déterminée, dans le
modèle analogique et comparaison de la réponse du modèle avec
celle du véhicule réel circulant sur cette route.
6. Etablissement d'un fuseau de courbes à partir du signal A.P.L.,
représentant l'influence de chaque type de revêtement sur le
véhicule étudié.

Cette étude peut être répétée sur plusieurs véhicules afin
d'obtenir les fuseaux correspondants à l'influence de chaque type
de route sur un nombre de véhicules représentatifs des modèles courants.

I - LES VEHICULES CHOISIS :

Ce chapitre est limité à l'étude complète d'une seule voiture (véhicule A), les valeurs nécessaires pour répéter l'étude sur les véhicules B et C sont montrées dans ce chapitre pour permettre de continuer cette étude dans le futur, toutes ces valeurs sont fournies par le constructeur sauf les paramètres "C" représentant le frottement solide de Coulomb qui sont estimés puis vérifiés sur le modèle, pour cette estimation on charge la voiture (sur chaque essieu) avec des poids de 5, 10, 15 ... kg, au moment où le véhicule s'abaisse sous ce poids "P" déterminé, nous pouvons estimer que la valeur du frottement est égale à ce poids.

2 - LES MODELES DU VEHICULE :

La figure 132 montre le modèle dynamique du véhicule pour le mouvement de roulis, ce modèle est doté d'un couplage élastique entre les masses non suspendues ce qui permet de représenter la barre anti-roulis dont sont munies les trois voitures choisies, d'ailleurs, il est muni d'un élément de suspension qui représente le frottement solide de Coulomb (les éléments caoutchoutiques de la suspension).

- la suspension est représentée ainsi par trois éléments : un ressort, un amortisseur et un frottement,
- le pneu est représenté par une masse, un ressort et un amortisseur.

La figure 133 montre le modèle dynamique du véhicule pour le mouvement de tangage, ce modèle est différent du premier par deux points :

- l'absence de la barre anti-roulis,
- l'assymétrie.

Enfin, on note que le premier modèle représente un essieu complet du véhicule (avant ou arrière) et le deuxième représente un demi-véhicule.

3 - LE CALCULATEUR ANALOGIQUE UTILISE :

La manipulation sur calculateur analogique a débuté sur un calculateur du type NADAC 100 de la faculté d'Orsay. Pour cause de pannes intermittentes difficilement résolubles dans un temps très court, nous nous sommes dirigés vers le calculateur de l'E.N.S.T.A. du type E.A.I. 580.

CALCUL ANALOGIQUE

mouvement de roulis

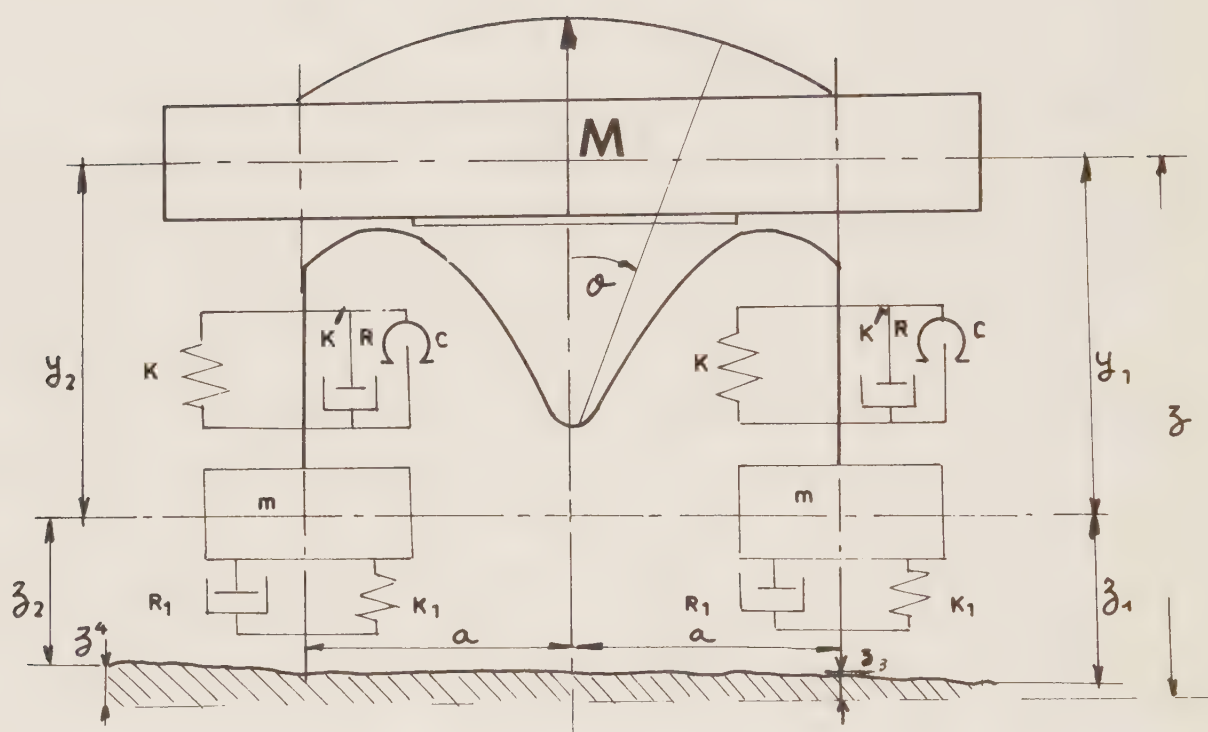


Fig. 132

CALCUL ANALOGIQUE
mouvement de tangage

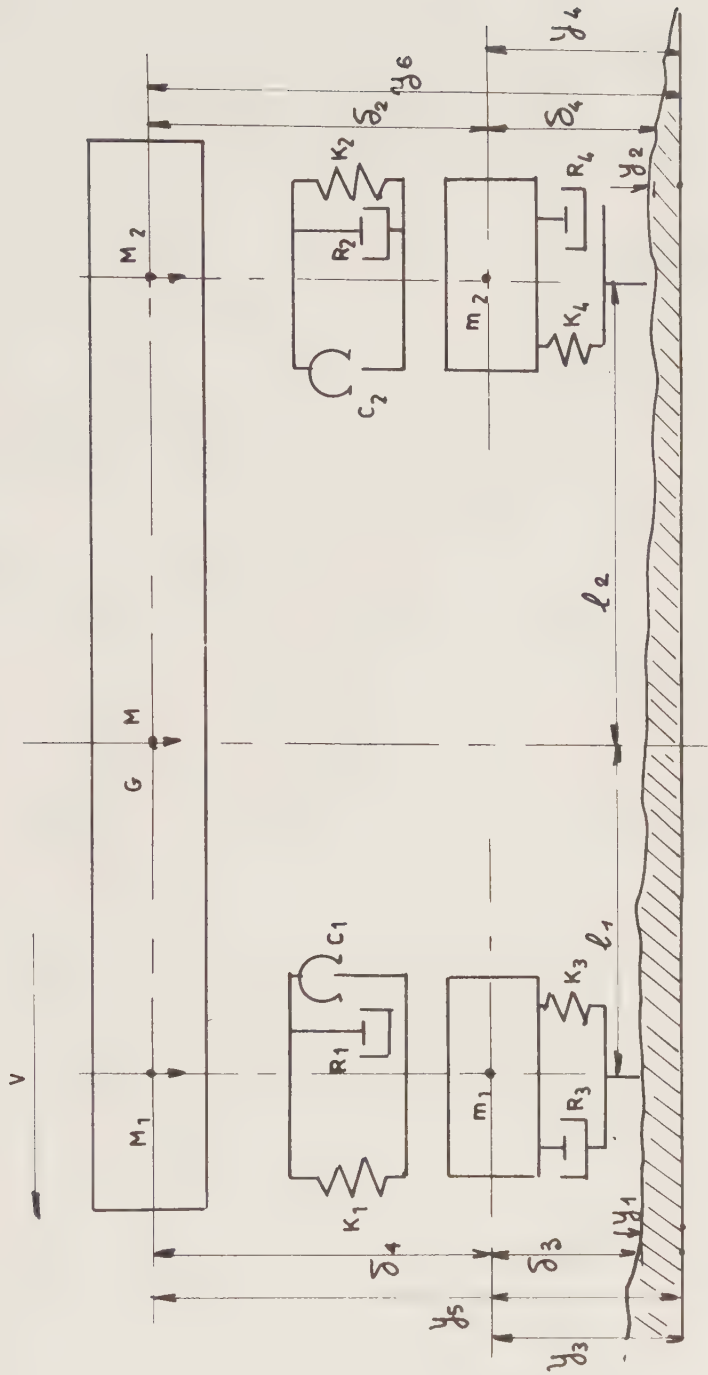


Fig. 133

C'est un calculateur de grande puissance de la classe 10^{-4} qui se présente sous l'aspect d'un meuble, dont la face avant comporte un pupitre de commande avec voltmètre digital, un panneau d'interconnexion amovible, ainsi qu'une table imprimante X.Y. Ses fonctions sont multiples, entre autres nous utiliserons pour nos propres besoins les montages suivants : intégrateurs, sommateurs, changeurs de signe, comparateurs.

4 - LE PROGRAMME ANALOGIQUE :

1°) Le mouvement de roulis :

Les équations d'équilibre du système figuré, sont :

$$\text{I} \quad M p^2 z + R p (2z - z_1 - z_2) + K (2z + z_1 - z_2) = 0$$

$$\text{II} \quad I p^2 \theta + a R p (2a\theta - z_1 + z_2) + a K (2a\theta - z_1 + z_2) + a K' (2a\theta - z_1 + z_2) = 0$$

$$\text{III} \quad m p^2 z_1 + R p (z_1 - z - a\theta) + K (z_1 - z - a\theta) + R_1 p (z_1 - z_3) + K_1 (z_1 - z_3) - \frac{K'}{2} (z_2 - z_1 + 2a\theta) = 0$$

$$\text{IV} \quad m p^2 z_2 + R p (z_2 - z + a\theta) + R_1 p (z_2 - z_4) + K (z_2 - z + a\theta) + K_1 (z_3 - z_4) - \frac{K'}{2} (z_1 - z_2 - 2a\theta) = 0$$

Le frottement de "Coulomb" :

Nous représentons le frottement de "Coulomb" par un terme constant égal à une force "C" qui prend le signe de la vitesse du déplacement relatif entre la masse suspendue et la masse non suspendue; à la verticale de la suspension le déplacement relatif "y" est égal :

$$y_i = z_i - a\theta - z$$

d'où :

$$y_1 = z_1 - a\theta - z$$

$$y_2 = z_2 - a\theta - z$$

Le frottement de "Coulomb" s'écrit alors :

$$C [\text{sign}] p y_1$$

$$C [\text{sign}] p y_2$$

Les équations précédentes deviennent :

$$\text{I.1} \quad \text{Mp}^2 z + \text{Rp} [2z - z_1 - z_2 + (a\theta - a\theta)] + K (2z - z_1 - z_2) + a\theta - a\theta \\ + C [\text{sign}] p (z - z_1 + a\theta) + C [\text{sign}] p (z - z_2 - a\theta) = 0$$

$$\text{II.1} \quad \text{Ip}^2 \theta + \text{Rap} (2a\theta - z_1 + z_2 + z - z) + aK (2a\theta - z_1 + z_2 + z - z) \\ + aK' (2a\theta - z_1 + z_2) + aC [\text{sign}] p (a\theta + z - z_1) \\ + aC [\text{sign}] p (a\theta - z + z_2) = 0$$

$$\text{III.1} \quad \text{mp}^2 z_1 + \text{Rp} (z_1 - z - a\theta) + K (z_1 - z - a\theta) - \frac{K'}{2} (z_2 - z_1 + 2a\theta) \\ + \text{R}_1 p (z_1 - z_3) + \text{K}_1 (z_1 - z_3) + C [\text{sign}] p (z_1 - z - a\theta) = 0$$

$$\text{IV.1} \quad \text{mp}^2 z_2 + \text{Rp} (z_2 - z + a\theta) + K (z_2 - z + a\theta) - \frac{K'}{2} (z_1 - z_2 - 2a\theta) \\ + \text{R}_1 p (z_2 - z_4) + \text{K}_1 (z_2 - z_4) + C [\text{sign}] p (z_2 - z + a\theta) = 0$$

d'où :

$$\text{I.2} \quad \text{Mp}^2 z - \text{Rp} y_1 - \text{Rp} y_2 - \text{Ky}_1 - \text{Ky}_2 - C [\text{sign}] p y_1 - C [\text{sign}] p y_2 = 0$$

$$\text{II.2} \quad \text{Ip}^2 \theta - \text{Rap} y_1 + \text{Rap} y_2 - aK y_1 + aK y_2 - aK' y_1 + aK' y_2 \\ - aC [\text{sign}] p y_1 + aC [\text{sign}] p y_2 = 0$$

$$\text{III.2} \quad \text{mp}^2 z_1 + \text{Rp} y_1 + \text{Ky}_1 + \frac{K'}{2} y_1 - \frac{K'}{2} y_2 + (\text{R}_1 p + \text{K}_1) (z_1 - z_3) \\ + C [\text{sign}] p y_1 = 0$$

$$\text{IV.2} \quad \text{mp}^2 z_2 + \text{Rp} y_2 + \text{Ky}_2 + \frac{K'}{2} y_2 - \frac{K'}{2} y_1 + (\text{R}_1 p + \text{K}_1) (z_2 - z_4) \\ + C [\text{sign}] p y_2 = 0$$

On pose :

$$\text{Rp} y_1 + C [\text{sign}] p y_1 = f_1$$

$$\text{Rp} y_2 + C [\text{sign}] p y_2 = f_2$$

$$(\text{R}_1 p + \text{K}_1) (z_1 - z_3) = e_1$$

$$(\text{R}_1 p + \text{K}_2) (z_2 - z_4) = e_2$$

et,

$$p^y_1 = pz_1 - ap\theta - pz$$

$$py_2 = pz_2 + ap\theta - pz$$

d'où :

$$I'.3 \quad Mp^2_z - f_1 - f_2 - K y_1 - K y_2 = 0$$

$$II.3 \quad Ip^2_0 + af_2 - af_1 - aK y_1 + aK y_2 - aK'y_1 + aK'y_2 = 0$$

$$III.3 \quad mp^2_{z_1} + f_1 + e_1 - \frac{K'}{2} y_2 + \frac{K'}{2} y_1 + Ky_1 = 0$$

$$IV.3 \quad mp^2_{z_2} + f_2 + e_2 - \frac{K'}{2} y_1 + \frac{K'}{2} y_2 + Ky_2 = 0$$

$$p^2_z = \frac{f_1}{M} + \frac{f_2}{M} + \frac{K}{M} y_1 + \frac{K}{M} y_2$$

$$p^2_\theta = \frac{a}{I} f_1 - \frac{a}{I} f_2 + \frac{aK}{I} y_1 - \frac{aK}{I} y_2 + \frac{aK'}{I} y_1 - \frac{aK'}{I} y_2$$

$$p^2_{z_1} = \frac{f_1}{m} - \frac{1}{m} e_1 + \frac{K'}{2m} y_2 - \frac{K'}{2m} y_1 - \frac{K}{m} y_1$$

$$p^2_{z_2} = \frac{f_2}{m} - \frac{1}{m} e_2 + \frac{K'}{2m} y_1 - \frac{K'}{2m} y_2 - \frac{K}{m} y_2$$

$$I.3 \quad p^2_z = \left(\frac{1}{M}\right) f_1 + \left(\frac{1}{M}\right) f_2 + \left(\frac{K}{M}\right) y_1 + \left(\frac{K}{M}\right) y_2$$

$$II.3 \quad p^2_\theta = \left(\frac{a}{I}\right) f_1 - \left(\frac{a}{I}\right) f_2 + \frac{a(K + K')}{I} y_1 - \frac{a(K + K')}{I} y_2$$

$$III.3 \quad p^2_{z_1} = -\left(\frac{1}{m}\right) f_1 - \left(\frac{1}{m}\right) e_1 + \left(\frac{K'}{2m}\right) y_2 - \left(\frac{K'}{2m}\right) y_1 - \left(\frac{2K}{2m}\right) y_1$$

$$IV.3 \quad p^2_{z_2} = -\left(\frac{1}{m}\right) f_2 - \left(\frac{1}{m}\right) e_2 + \left(\frac{K'}{2m}\right) y_1 - \left(\frac{K'}{2m}\right) y_2 - \left(\frac{2K}{2m}\right) y_2$$

On pose :

$$\frac{1}{m} = b$$

$$\frac{1}{M} = d$$

$$\frac{K}{M} = f$$

$$\frac{a}{I} = h$$

$$\frac{a (K + K')}{I} = j$$

$$\frac{K'}{2m} = g$$

$$\frac{2K + K'}{2m} = n$$

d'où les équation machine :

$$\text{I.4} \quad p^2 z = df_1 + df_2 + fy_1 + fy_2$$

$$\text{II.4} \quad p^2 \theta = hf_1 - hf_2 + jy_1 + jy_2$$

$$\text{III.4} \quad p^2 z_1 = -bf_1 - be_1 + gy_2 - ny_1$$

$$\text{IV.4} \quad p^2 z_2 = -bf_2 - be_2 + gy_1 - ny_2$$

$$\text{IX} \quad f_1 = Rp y_1 + C [\text{sign}] p y_1$$

$$\text{X} \quad f_2 = Rp y_2 + C [\text{sign}] p y_2$$

$$\text{VII.1} \quad e_1 = (R_1 p + K_1) (z_1 - z_3)$$

$$\text{VIII.1} \quad e_2 = (R_1 p + K_1) (z_2 - z_4)$$

$$\text{V.1} \quad py_1 = pz_1 - pz - pa\theta$$

$$\text{VI.1} \quad py_2 = pz_2 - pz + pa\theta$$

Les valeurs des paramètres des véhicules : M, m, K, R, ... etc sont données dans les tableaux (17, 18 et 19) précédemment utilisés pour les calculs numériques, les valeurs de "C" sont données dans les tableaux (54, 55 et 56) ainsi que les conditions initiales et les valeurs des paramètres b, d, f, ... etc.

1.1. Signification des termes "C" et [Sign] :

La fonction [Sign] utilisée dans les équations du système signifie "signe de", il indique le frottement de Coulomb "C" est un constant qui prend le signe de py_1 et py_2 respectivement.

On note que l'unité de "C" est le Newton, les valeurs affichées dans les tableaux correspondants, sont données pour un demi essieu.

1.2. Les circuits analogiques utilisés :

Les circuits analogiques sont représentés sur les figures 134 à 144, le nombre d'amplificateurs utilisés dans ce programme s'élève à 25, le nombre d'intégrateurs est de 10.

Les figures 140 et 141 montrent la procédure adoptée pour amplifier le signal de l'analyseur de profil en long (A.P.L). Le signal A.P.L. enregistré sur bande magnétique a comme unité $2,2 \cdot 10^{-2}$ Volt/mm, les entrées Z_3 et Z_4 dans l'équation machine ont comme unité (voir tableau 58) 10^{-1} Volt/mm, c'est-à-dire qu'on doit amplifier le signal A.P.L. 5 fois. Le signal est branché sur une entrée 10 de l'amplificateur 31 (ou 71) et le coefficient correspondant au potentiomètre 41 (ou 45) est divisé par 2.

La figure 144 montre le schéma et la fonction de transfert du dérivateur utilisé pour obtenir PZ_3 et PZ_4 à partir des signaux Z_3 ET Z_4 , on constate que le dérivateur est valable dans le domaine de fréquence qui nous intéresse.

Le tableau 58 donne les facteurs d'échelle appliqués pour passer des équations physiques aux équations machine.

Nous avons porté aux tableaux 59-1 et 59-2 les coefficients machine correspondants aux essieux avant et arrière du véhicule A.

Enfin, le tableau 60 donne les équations physiques après conversion en équations machine.

1.3. Remarques :

Nous avons utilisé 2 temps machine :

- a - un temps non réel pour retarder le phénomène afin d'étudier la réponse du véhicule en échelon ($\beta = 10$)
- b - un temps réel pour les réponses aux excitations harmoniques et aux excitations route ($\beta = 1$)

Les schémataques correspondent aux équations machine en temps réel.

VEHICULE : A ESSIEU : AV

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
		Symboles	Valeurs	Unités
$p^2 z = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$		a	67.10^{-2}	m
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - iy_2$		b = $\frac{1}{m}$	238.10^{-4}	Kg-l
$p^2 z_1 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$		c	200	N
$p^2 z_2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$		d = $\frac{1}{M}$	188.10^{-5}	Kg-l
$e_1 = R_1 pz_1 - R_1 py_3 + K_1 z_1 - K_1 z_3$		f = $\frac{K}{M}$	28,71	$g.N^2.m^{-1}$
$e_2 = R_1 pz_2 - R_1 pz_4 + K_1 z_2 - K_1 z_4$		h = $\frac{a}{I}$	276.10^{-5}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$		j = $\frac{a (K + K')}{I}$	82,72	$g^{-1}.m^{-2}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$		n = $\frac{2 K + K'}{2m}$	537,42	$g.N^2.m^{-1}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$		q = $\frac{K'}{2m}$	173,92	$g.N^2.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$		R =	330	$N.m^{-1}.Sec.,$
		R ₁ =	500/200	$N.m^{-1}.Sec.$
		K ₁ =	153.850	$N.m^{-1}$

TABLEAU 54.1

CALCUL ANALOGIQUE

VEHICULE : A ESSIEU : AR

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
		Symboles	Valeurs	Unités
$p^2z = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$		a	625.10^{-3}	m
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - jy_2$		$b = \frac{l}{m}$	31.10^{-3}	Kg-l
$p^2z_1 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$		c	200	N
$p^2z_2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$		$d = \frac{l}{m}$	255.10^{-5}	Kg-l
$e_1 = R_1pz_1 - R_1py_3 + K_1z_1 - K_1z_3$		$f = \frac{K}{N}$	31,24	$g.N^{-1}.m^{-1}$
$e_2 = R_1pz_2 - R_1pz_4 + K_1z_2 - K_1z_4$		$h = \frac{a}{I}$	35.10^{-4}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$		$j = \frac{a (K + K')}{I}$	63,50	$g^{-1}.m^{-2}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$		$n = \frac{2 K + K'}{2m}$	473,98	$g.N^{-1}.m^{-1}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$		$q = \frac{K'}{2m}$	97,17	$g.N^{-1}.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$		R =	335	N.m ⁻¹ .Sec.,
		$R_1 =$	500/200	N.m ⁻¹ .Sec.
		$K_1 =$	160.000	N.m ⁻¹

TABLEAU 54.2

VEHICULE : B ESSIEU : AV.

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES	GRANDEURS MACHINE		
	Symboles	Valeurs	Unités
$p^2 z = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$	a	67.10^{-2}	m
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - jy_2$	$b = \frac{l}{m}$	385.10^{-4}	Kg-l
$p^2 z_1 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$	c	300	N
$p^2 z_2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$	$d = \frac{l}{M}$	139.10^{-5}	Kg-l
$e_1 = R_1 pz_1 - R_1 py_3 + K_1 z_1 - K_1 z_3$	$f = \frac{K}{M}$	21,00	$g.N^2.m^{-1}$
$e_2 = R_1 pz_2 - R_1 pz_4 + K_1 z_2 - K_1 z_4$	$h = \frac{a}{I}$	24.10^{-4}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$	$j = \frac{a (K + K')}{I}$	56,83	$g^{-1}.m^{-2}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$	$n = \frac{2 K + K'}{2m}$	753,85	$g.N^2.m^{-1}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$	$q = \frac{K'}{2m}$	171,15	$g.N^2.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$	R =	780	$N.m^{-1}.Sec.,$
	$R_1 =$	500/200	$N.m^{-1}.Sec.$
	$K_1 =$	142.850	$N.m^{-1}$

TABIEAU 55.1

VEHICULE : B ESSIEU : AR.

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
		Symboles	Valeurs	Unités
$p^2z = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$		a	64.10^{-2}	m
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - iy_2$		$b = \frac{1}{m}$	357.10^{-4}	Kg-l
$p^2z_1 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$		c	300	N
$p^2z_2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$		$d = \frac{1}{M}$	139.10^{-5}	Kg-l
$e_1 = R_1pz_1 - R_1py_3 + K_1z_1 - K_1z_3$		$f = \frac{K}{M}$	20,35	$g.N.m^{-1}$
$e_2 = R_1pz_2 - R_1pz_4 + K_1z_2 - K_1z_4$		$h = \frac{a}{I}$	23.10^{-4}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$		$j = \frac{a(K + K')}{I}$	33,42	$g^{-1}.m^{-2}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$		$n = \frac{2K + K'}{2m}$	512,10	$g.N.m^{-1}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$		$q = \frac{K'}{2m}$	0	$g.N.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$		R =	1160	$N.m^{-1}.Sec.,$
		$R_1 =$	200/500	$N.m^{-1}.Sec.$
		$K_1 =$	166.666	$N.m^{-1}$

TABLEAU 55.2

VEHICULE : C ESSIEU : AV.

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES	GRANDEURS MACHINE		
	Symboles	Valeurs	Unités
$p_z^2 = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$	a	71.10^{-2}	m
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - jy_2$	$b = \frac{1}{m}$	227.10^{-4}	Kg ⁻¹
$p_z^2 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$	c	300	N
$p_z^2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$	$d = \frac{1}{M}$	15.10^{-4}	Kg ⁻¹
$e_1 = R_1 pz_1 - R_1 py_3 + K_1 z_1 - K_1 z_3$	$f = \frac{K}{M}$	27,03	$g.N^2.m^{-1}$
$e_2 = R_1 pz_2 - R_1 pz_4 + K_1 z_2 - K_1 z_4$	$h = \frac{a}{I}$	2.10^{-3}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$	$j = \frac{a (K + K')}{I}$	$62,20(127.00)$ *	$g^{-1}.m^{-2}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$	$n = \frac{2 K + K'}{2m}$	$353,50 (512,5)$ *	$g.N^2.m^{-1}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$	$q = \frac{K'}{2m}$	$149,00 (308)$ *	$g.N^2.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$	R =	700	$N.m^{-1}.Sec.,$
	$R_1 =$	200/500	$N.m^{-1}.Sec.$
	$K_1 =$	160.000	$N.m^{-1}$

() * si $\theta > 0,0248 \text{ rad}$

TABLEAU 56.1

CALCUL ANALOGIQUE

VEHICULE : C ESSIEU : AR.

MOUVEMENT DE ROULIS

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
$p^2z = df_1 + df_2 + fy_1 + df_2$		Symboles	Valeurs	Unités
$p^2 = hf_1 - hf_2 + jy_1 - iy_2$		a	68.10^{-2}	m
$p^2z_1 = bf_1 - be_1 + qy_2 - ny_1$		b = $\frac{1}{m}$	227.10^{-4}	Kg-l
$p^2z_2 = bf_2 - be_2 + qy_1 - ny_2$		c	300	N
$e_1 = R_1pz_1 - R_1py_3 + K_1z_1 - K_1z_3$		d = $\frac{1}{M}$	17.10^{-4}	Kg-l
$e_2 = R_1pz_2 - R_1pz_4 + K_1z_2 - K_1z_4$		f = $\frac{K}{M}$	28,71	$g.N^2.m^{-1}$
$py_1 = pz_1 - pz - ap \theta$		h = $\frac{a}{I}$	22.10^{-4}	$Kg^{-1}.m^{-1}$
$py_2 = pz_2 - pz + ap \theta$		j = $\frac{a(K + K')}{I}$	47,90	$g^{-1}.m^{-2}$
$f_1 = Rpy_1 + C [Sign] py_1$		n = $\frac{2K + K'}{2m}$	437,40	$g.N^2.m^{-1}$
$f_2 = Rpy_2 + C [Sign] py_2$		q = $\frac{K'}{2m}$	59,00	$g.N^2.m^{-1}$
		R =	820	$N.m^{-1}.Sec.$
		R ₁ =	200/500	$N.m^{-1}.Sec.$
		K ₁ =	166.666	$N.m^{-1}$

TABLEAU 56.2

Mouvement de Roulis - Les conditions initiales

VEHICULE	A		B		C	
	AV	AR	AV	AR	AV	AR
Essieu						
z (m)	0,573	0,573	0,575	0,575	0,465	0,465
(rad)	0	0	0	0	0	0
z ₁ (m)	0,262	0,272	0,305	0,295	0,287	0,289
z ₂ (m)	0,262	0,272	0,305	0,295	0,287	0,289
z ₃ (m)	0	0	0	0	0	0
z ₄ (m)	0	0	0	0	0	0

TABIEAU 57

FACTEURS D'ECHELLE

Ref = 100 Volts

Mouvement de Roulis

Véhicule A - Essieu AV & AR

SYMBOLES	VALEUR MAXIMALE	SYMBOLES MACHINE FORMULE DE CONVERSION	FACTEUR D'ECHELLE
z	$20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Z = \alpha z$	$\alpha = \frac{10^2}{20 \cdot 10^2} = 5 \cdot 10^2 \text{ V/m}$
z ₁	$10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Z_1 = \alpha_1 z_1$	$\alpha_1 = \frac{100}{10} = 10^3 \text{ V/m}$
z ₂	$10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Z_2 = \alpha_2 z_2$	$\alpha_2 = " = 10^3 \text{ V/m}$
z ₃	$10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Z_3 = \alpha_3 z_3$	$\alpha_3 = \frac{10^2}{10^{-1}} = 10^3 \text{ V/m}$
z ₄	$10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Z_4 = \alpha_4 z_4$	$\alpha_4 = " = 10^3 \text{ V/m}$
y ₁	$40 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Y_1 = \delta_1 y_1$	$\delta_1 = \frac{10^3}{4} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ V/m}$
y ₂	$40 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$Y_2 = \delta_2 y_2$	$\delta_2 = " = 2,5 \cdot 10^2 \text{ V/m}$
f ₁	$5 \cdot 10^4 \text{ N}$	$F_1 = \epsilon_1 f_1$	$\epsilon_1 = \frac{100}{5} \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ V/N}$
f ₂	$5 \cdot 10^4 \text{ N}$	$F_2 = \epsilon_2 f_2$	$\epsilon_2 = " = 2 \cdot 10^{-3} \text{ V/N}$
e ₁	$2 \cdot 10^5 \text{ N}$	$E_1 = \omega_1 e_1$	$\omega_1 = \frac{10^2 \cdot 10^{-5}}{2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ V/N}$
e ₂	$2 \cdot 10^5 \text{ N}$	$E_2 = \omega_2 e_2$	$\omega_2 = " = 5 \cdot 10^{-4} \text{ V/N}$
θ	$2 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$	$\Theta = \gamma \theta$	$\gamma = \frac{100}{0,2} = 5 \cdot 10^2 \text{ V/N}$

Dans le cas du temps non réel :

P = Δp

p² = Δ²p²

τ = βt

Δ = 10⁻¹

Δ² = 10⁻²

COEFFICIENTS MACHINE - Mouvement de Roulis - Véhicule A - Essieu AV				377.			
Essieu Avant	Donnees	Valeurs	N° Pot	Donnees	Valeurs	N° Poi	
Equation $\frac{P^2 Z}{100}$	$\frac{\alpha \Delta^2 d}{\varepsilon 1}$	0,47	28	Equation E_2	$\frac{w1 K1}{\alpha 1}$	3,08	40
	$\frac{\alpha \Delta 2d}{\varepsilon 2}$	0,47	28		$\frac{w1 K1}{\alpha 3}$	3,08	41
	$\frac{\alpha \Delta 2f}{\delta 1}$	0,5741	29		$\frac{w2 r1}{\alpha 1}$	10^{-2}	42
	$\frac{\alpha \Delta 2f}{\delta 2}$	0,5741	29		$\frac{w2 r1}{\alpha 4}$	10^{-2}	43
Equation $\frac{P^2 \theta}{100}$	$\frac{\delta \Delta 2h}{\varepsilon 1}$	0,690	30	Equation PY_1	$\frac{w2 K1}{\alpha 2}$	3,08	44
	$\frac{\delta \Delta 2h}{\varepsilon 2}$	0,690	30		$\frac{w2 K1}{\alpha 4}$	3,08	45
	$\frac{\delta \Delta 2j}{\delta 1}$	1,65	31		$\frac{\delta 1}{\alpha 1}$	0,250	32
	$\frac{\delta \Delta 2j}{\delta 2}$	1,65	31		$\frac{\delta 1}{\delta 1}$	0,50	33
Equation $\frac{P^2 Z_1}{100}$	$\frac{\Delta 2 \alpha 1b}{\varepsilon 1}$	11,9	20	Equation PY_2	$\frac{\alpha}{\delta 1a}$	0,335	34
	$\frac{\Delta 2 \alpha 1b}{w1}$	11	21		$\frac{\delta}{\delta 2}$	0,250	35
	$\frac{\Delta 2 \alpha 1q}{\delta 2}$	7,00	22		$\frac{\alpha 2}{\delta 2}$	0,500	36
	$\frac{\Delta 2 \alpha 1n}{\delta 1}$	21,50	23		$\frac{\alpha}{\delta 2a}$	0,335	37
Equation $\frac{P^2 Z_2}{100}$	$\frac{\Delta 2 \alpha 3b}{\varepsilon 2}$	11,9	24	Equation F_1	$\frac{r}{\varepsilon 1}$	500.10^{-2}	46
	$\frac{\Delta 2 \alpha 2b}{w2}$	11,9	25		$\frac{\delta 1}{\varepsilon 1c}$	16.10^{-2}	47
	$\frac{\Delta 2 \alpha 2q}{\delta 1}$	7,00	26		$\frac{r}{\varepsilon 2}$	500.10^{-2}	48
	$\frac{\Delta 2 \alpha 2n}{\delta 2}$	21,50	27		$\frac{\delta 2}{\varepsilon 2c}$	16.10^{-2}	49
Equation E_1	$\frac{w1 r1}{\alpha 1}$	10^{-2}	38				
	$\frac{w1 r1}{\alpha 3}$	10^{-2}	39				

TABLEAU 59.1

COEFFICIENTS MACHINE - Mouvement de Roulis - Véhicule A - Essieu AR						
Essieu Arrière	Donnees	Valeurs	N° POT	Donnees	Valeurs	N° POT
Equation $\frac{p^2 z}{100}$	$\frac{\alpha \Delta^2 d}{\epsilon_1}$	0,64	28	Equation E_2	$\frac{w1 K1}{\alpha 1}$	3,2
	$\frac{\alpha \Delta^2 d}{\epsilon_2}$	0,64	28		$\frac{w1 K1}{\alpha 3}$	3,2
	$\frac{\alpha \Delta^2 f}{\delta_1}$	0,62	29		$\frac{w2 r1}{\alpha 1}$	0,01
	$\frac{\alpha \Delta^2 f}{\delta_2}$	0,62	29		$\frac{w2 r1}{\alpha 4}$	0,01
	$\frac{\delta \Delta^2 h}{\epsilon_1}$	0,87	30		$\frac{w2 K1}{\alpha 2}$	3,2
Equation $\frac{p^2 \bullet}{100}$	$\frac{\delta \Delta^2 h}{\epsilon_2}$	0,87	30	Equation PY_1	$\frac{w2 K1}{\alpha 4}$	3,2
	$\frac{\delta \Delta^2 j}{\delta_1}$	1,27	31		$\frac{\delta 1}{\alpha 1}$	0,25
	$\frac{\delta \Delta^2 j}{\delta_2}$	1,27	31		$\frac{\delta 1}{\alpha 1}$	0,50
	$\frac{\Delta^2 \alpha 1 b}{\epsilon_1}$	15,50	20		$\frac{\alpha}{\delta 1 a}$	0,3125
	$\frac{\Delta^2 \alpha 1 b}{\epsilon_2}$	15,50	21		$\frac{\delta 2}{\alpha 2}$	0,25
Equation $\frac{p^2 z_2}{100}$	$\frac{\Delta^2 \alpha 1 q}{\delta_2}$	3,65	22	Equation PY_2	$\frac{\alpha 2}{\delta 2}$	0,50
	$\frac{\Delta^2 \alpha 1 n}{\delta_1}$	19	23		$\frac{\alpha}{\delta 2 q}$	0,3125
	$\frac{\Delta^2 \alpha 3 b}{\epsilon_2}$	15,50	24		$\frac{r}{\epsilon 1}$	0,0268
	$\frac{\Delta^2 \alpha 2 b}{w2}$	15,50	25		$\frac{\epsilon 1 c}{\delta 1}$	0,016
	$\frac{\Delta^2 \alpha 2 q}{\delta_1}$	3,65	26		$\frac{r}{\epsilon 2}$	0,0268
Equation E_1	$\frac{\Delta^2 \alpha 2 n}{\delta_2}$	19	27	Equation F_2	$\frac{\epsilon 2 c}{\delta 2}$	0,016
	$\frac{w1 r1}{\alpha 1}$	0,01	38		$\frac{\delta 2}{\epsilon 2 c}$	
	$\frac{w1 r1}{\alpha 3}$	0,01	39			

ROULIS

Essieu Avant :

$$10^{-2} P^2 Z = 0,47 F_1 + 0,47 F_2 + 0,57 Y_1 + 0,57 Y_2$$

$$10^{-2} P^2 H = 0,69 F_1 + 0,69 F_2 + 1,65 Y_1 + 1,65 Y_2$$

$$10^{-2} P^2 Z_1 = 11,9 F_1 - 11,9 E_1 + 7,00 Y_2 - 21,50 Y_1$$

$$10^{-2} P^2 Z_2 = 11,9 F_2 - 11,9 E_2 + 7,00 Y_1 - 21,50 Y_2$$

$$PY_1 = 0,25 PZ_1 - 0,50 PZ - 0,335 P (H)$$

$$PY_2 = 0,25 PZ_2 - 0,50 PZ + 0,335 P (H)$$

$$F_1 = 0,0264 PY_1 + 0,016 \text{ Sign } PY_1$$

$$F_2 = 0,0264 PY_2 + 0,016 \text{ Sign } PY_2$$

$$E_1 = 0,01 P (Z_1 - Z_3) + 3,08 (Z_1 - Z_3)$$

$$E_2 = 0,01 P (Z_2 - Z_4) + 3,08 (Z_2 - Z_4)$$

$$E_1 \cdot E_2 \geq 0$$

TABLEAU 60.1

Mouvement de Roulis - Equations machine.

ROULIS

Essieu Arrière :

$$10^{-2} P^2 Z = 0,64 F_1 + 0,64 F_2 + 0,62 Y_1 + 0,62 Y_2$$

$$10^{-2} P^2 (H) = 0,87 F_1 + 0,87 F_2 + 1,27 Y_1 - 1,27 Y_2$$

$$10^{-2} P^2 Z_1 = - 15,50 F_1 - 15,50 E_1 + 3,65 Y_2 - 19 Y_1$$

$$10^{-2} P^2 Z_2 = - 15,50 F_2 - 15,50 E_2 + 3,65 Y_1 - 19 Y_2$$

$$PY_1 = 0,25 PZ_1 - 0,50 PZ - 0,3125 P (H)$$

$$PY_2 = 0,25 PZ_2 - 0,50 PZ - 0,3125 P (H)$$

$$F_1 = 0,0268 PY_1 + 0,016 \text{ Sig } PY_1$$

$$F_2 = 0,0268 PY_2 + 0,016 \text{ Sig } PY_2$$

$$E_1 = 0,01 P (Z_1 - Z_3) + 3,20 (Z_1 - Z_3)$$

$$E_2 = 0,01 P (Z_2 - Z_1) + 3,20 (Z_2 - Z_4)$$

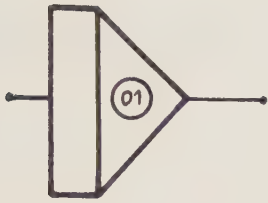
$$E_1 \cdot E_2 \geq 0$$

TABLEAU 60.2

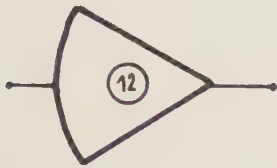
Mouvement de Roulis - Equations machine

SCHEMATEQUE

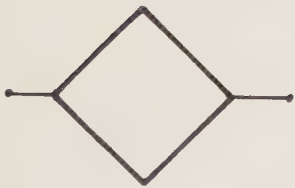
381.



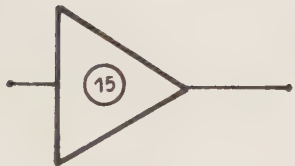
INTEGRATEUR



CHANGEUR DE SIGNE



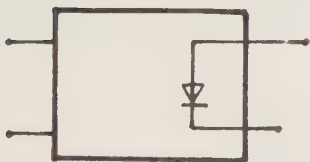
DERIVATEUR



AMPLIFICATEUR - SOMMATEUR



POTENTIOMETRE



COMPARATEUR

Enregistrement type 1 : sur papier

Enregistrement type 2 (v.2) : bande magnétique - voie 2

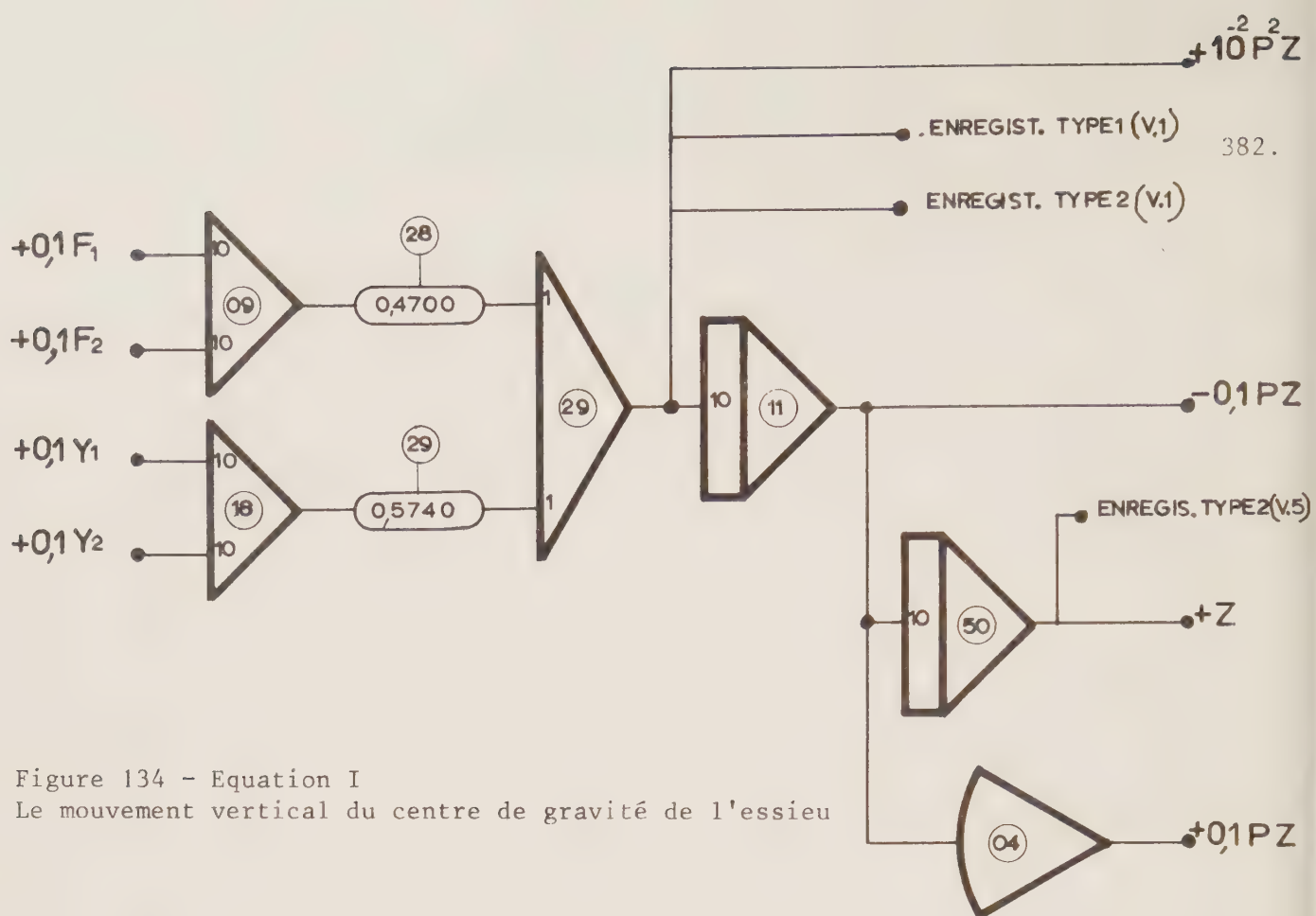


Figure 134 - Equation I
Le mouvement vertical du centre de gravité de l'essieu

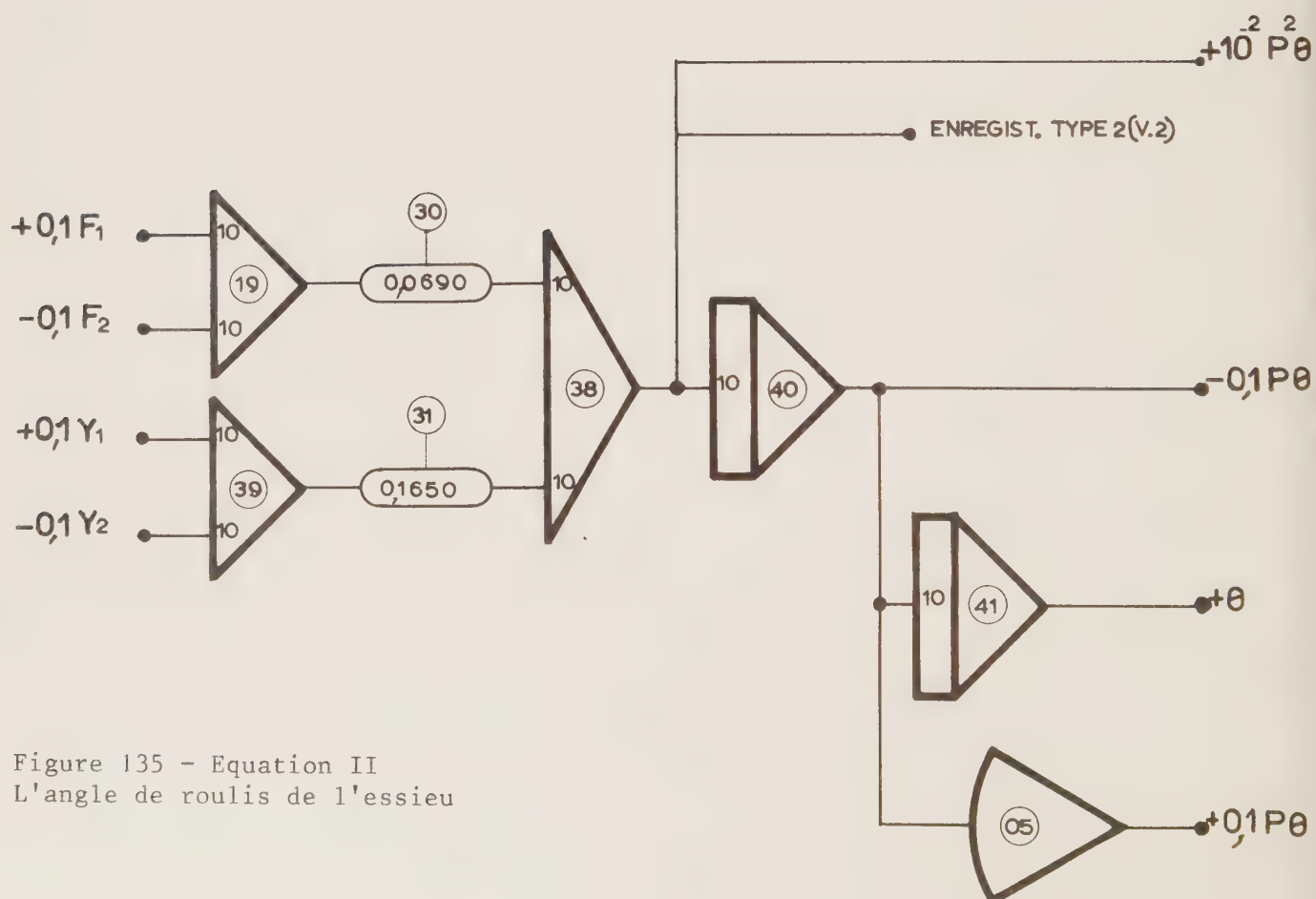
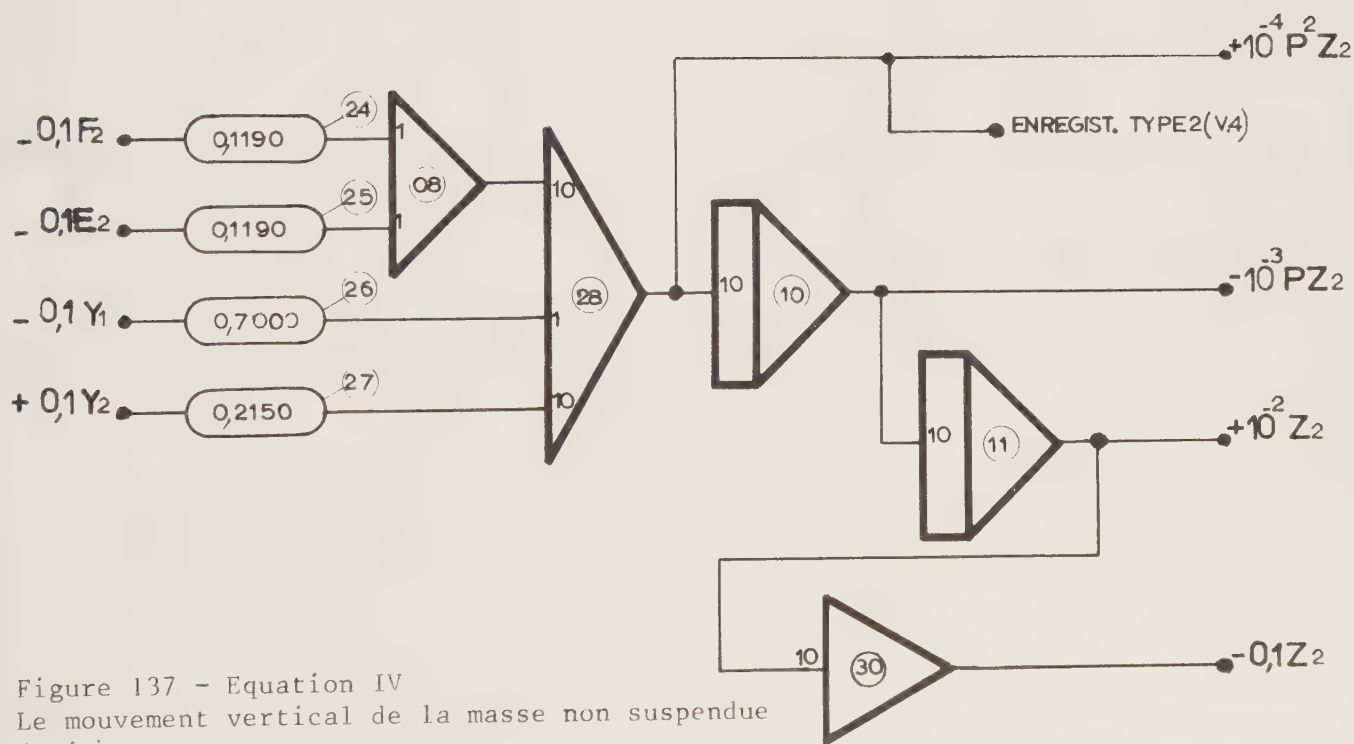
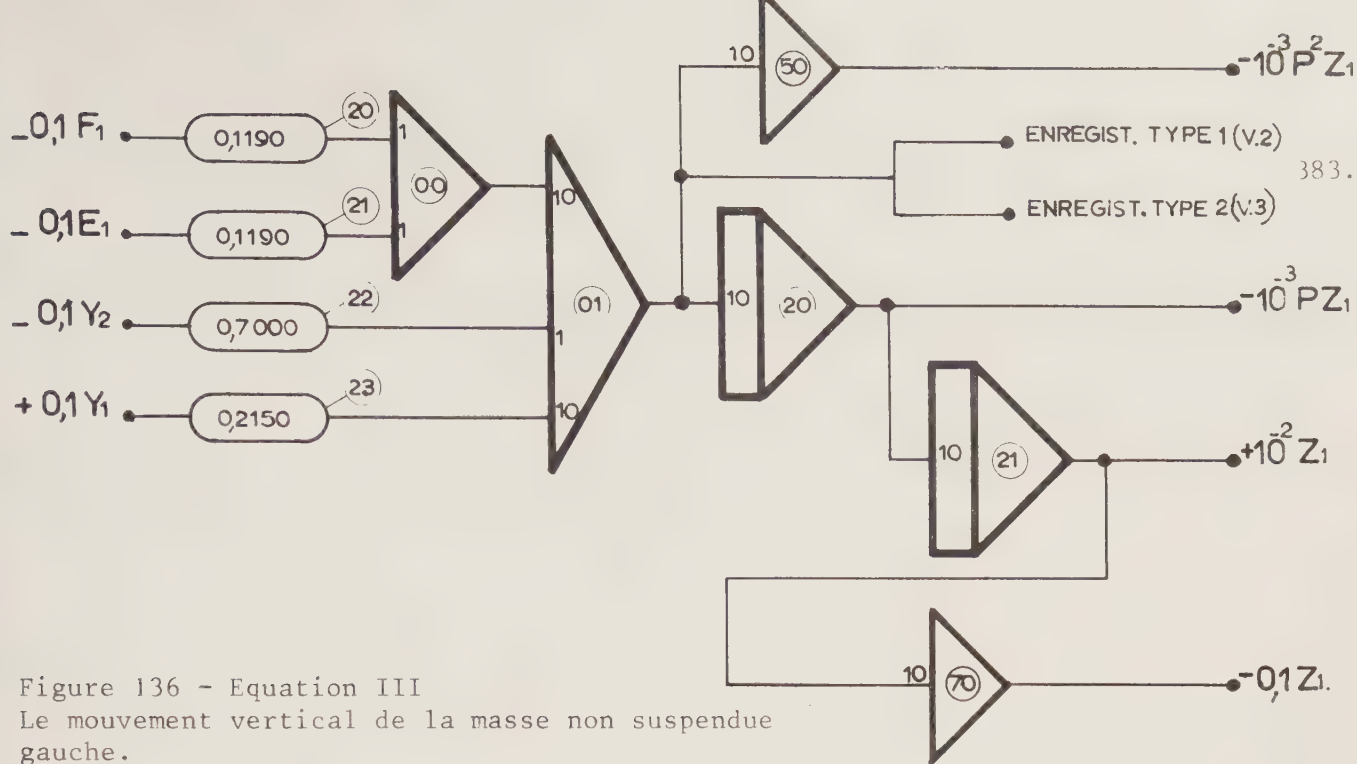
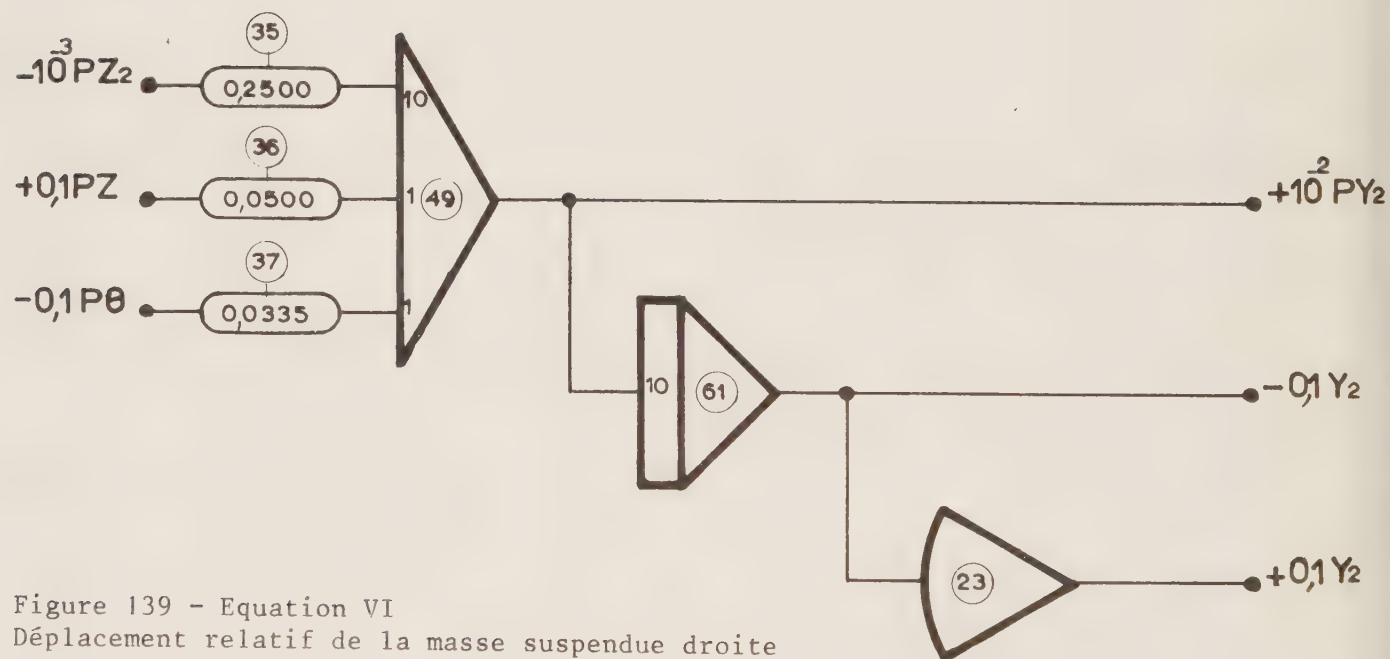
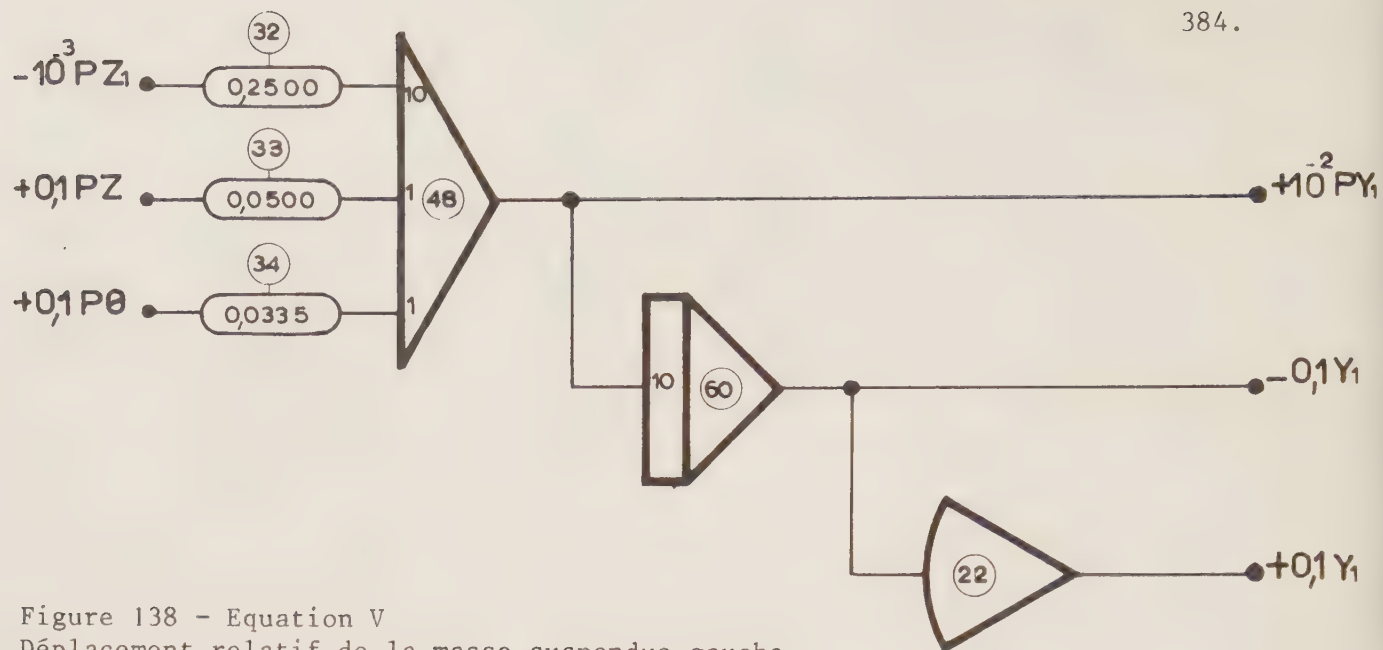


Figure 135 - Equation II
L'angle de roulis de l'essieu





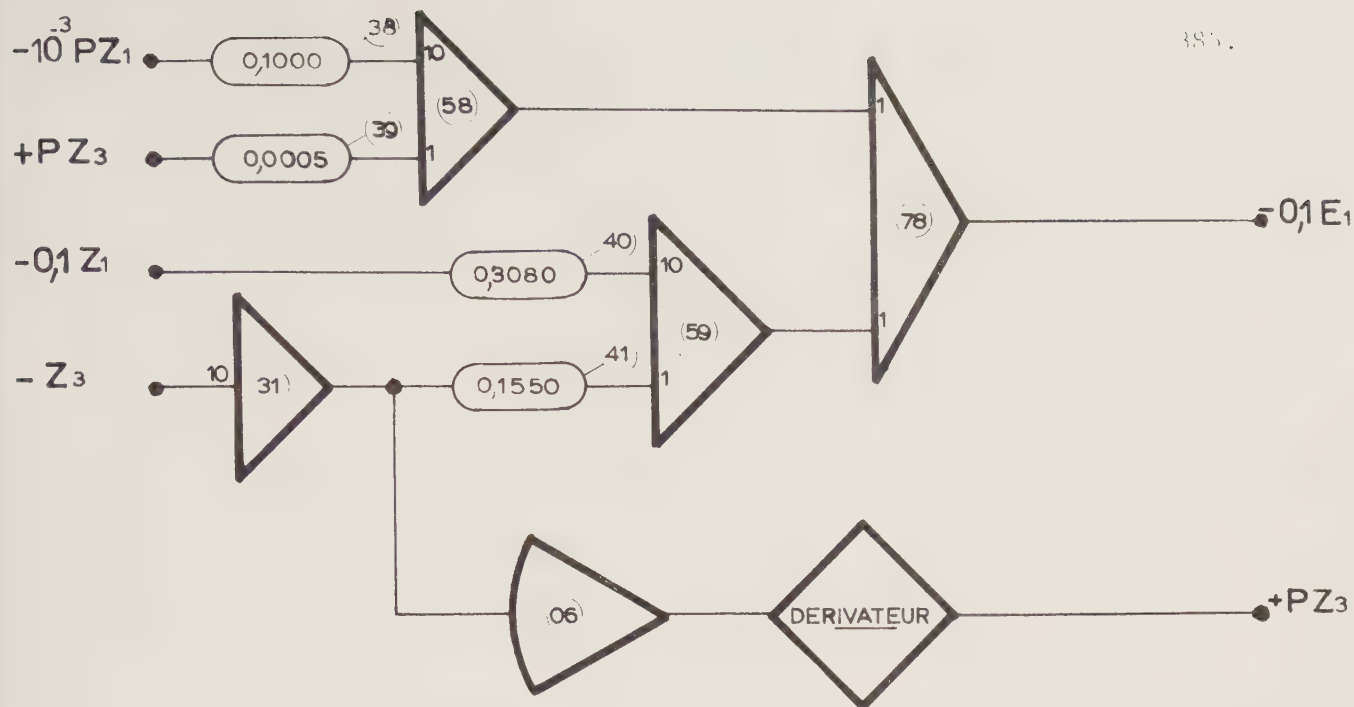


Figure 140 - Equation VII - L'entrée gauche.

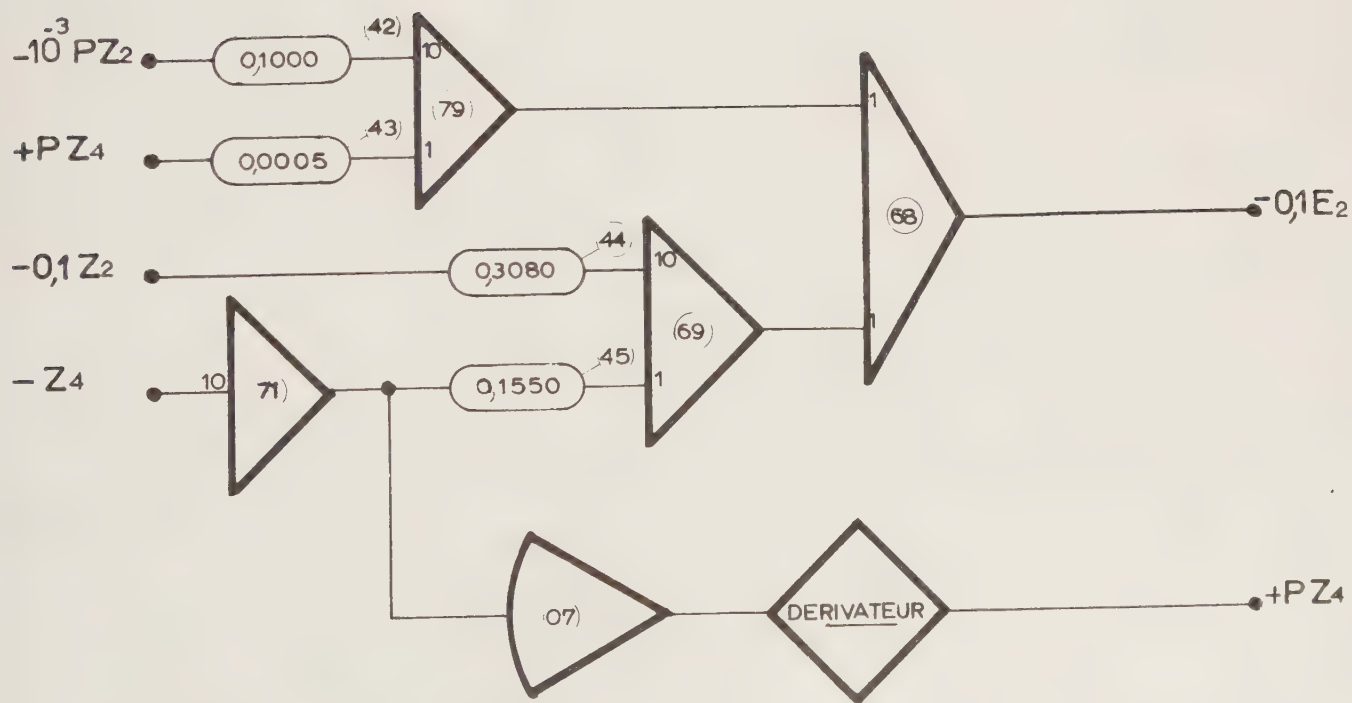


Figure 141 - Equation VIII - L'entrée droite

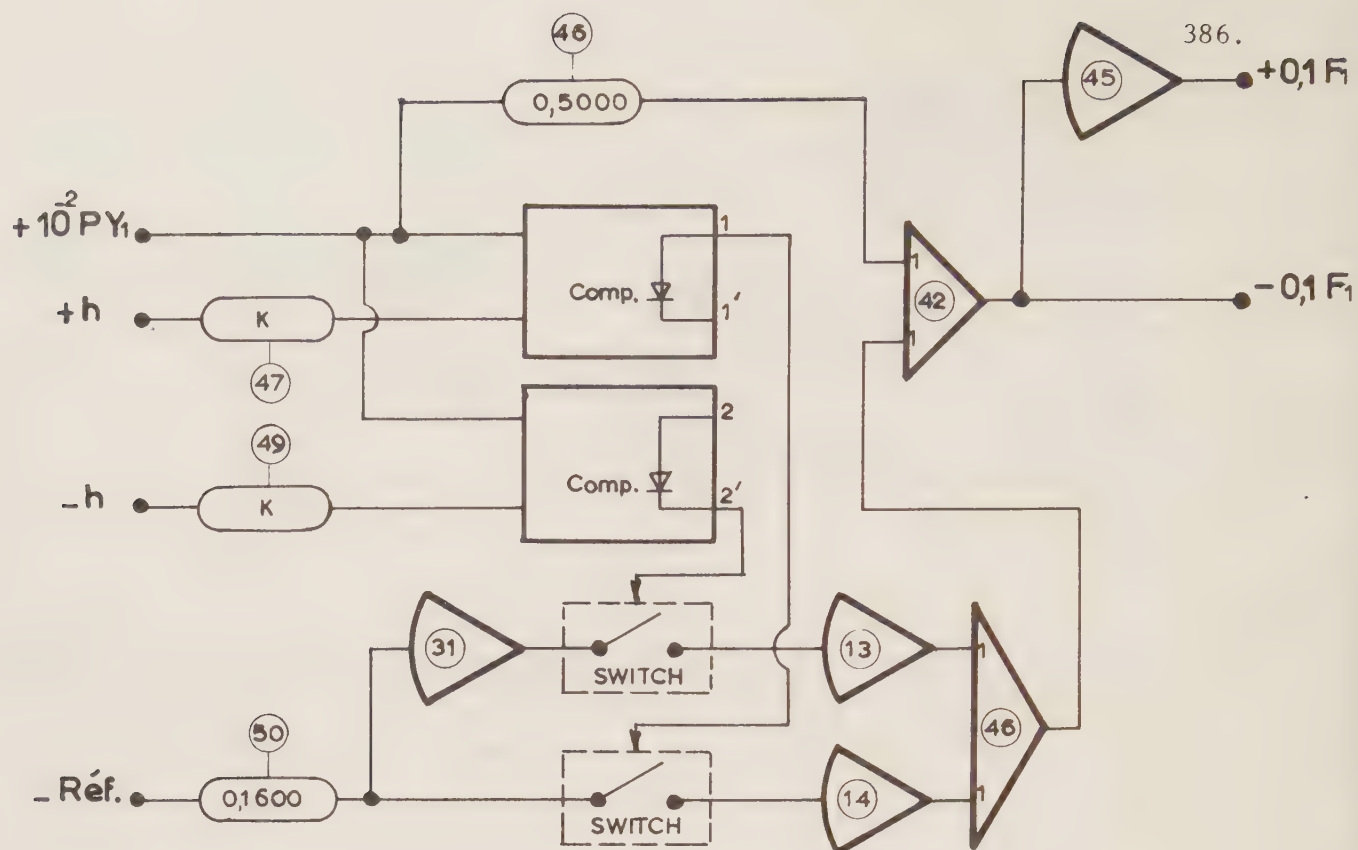


Figure 142 - Equation IX

L'amortissement de la suspension gauche et le frottement.

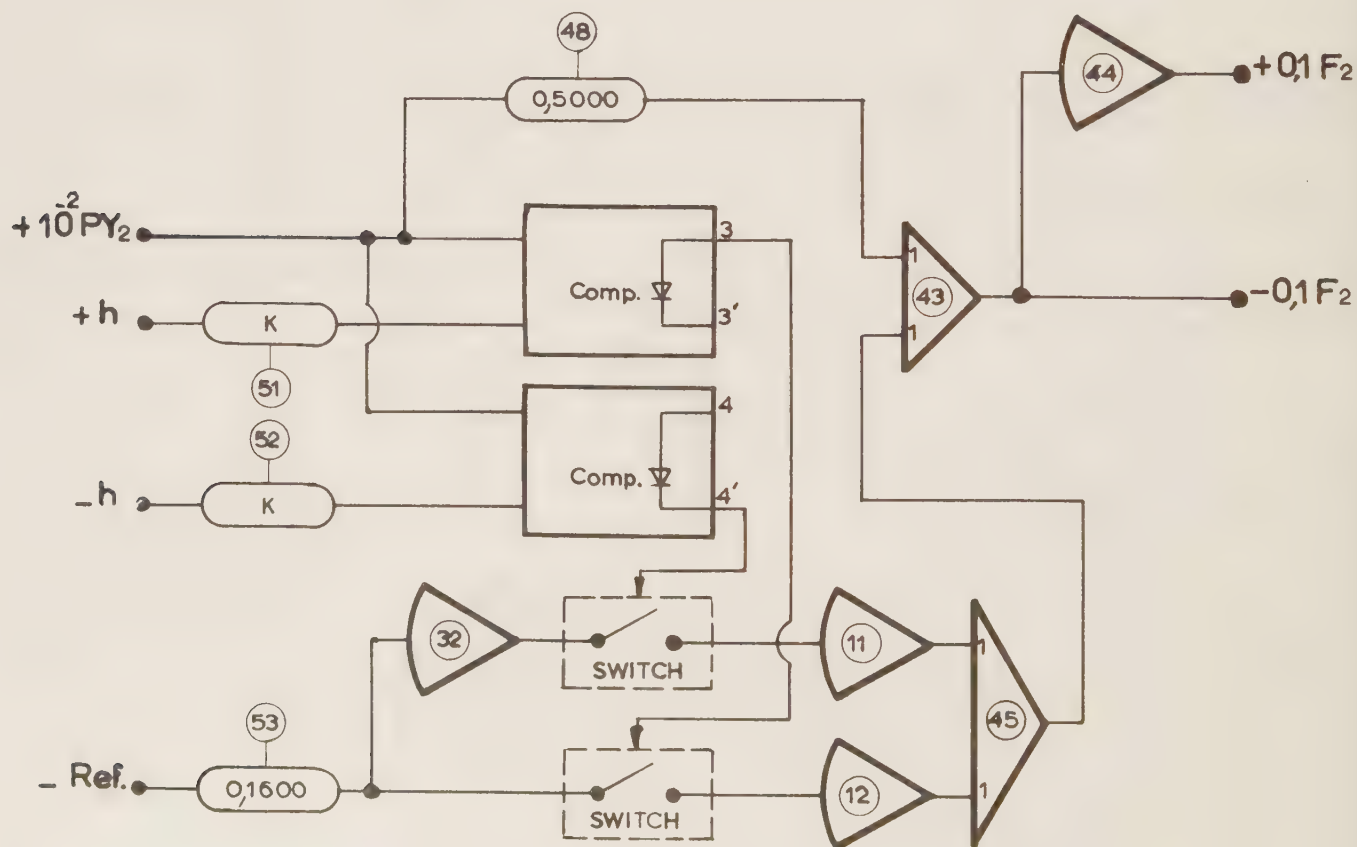
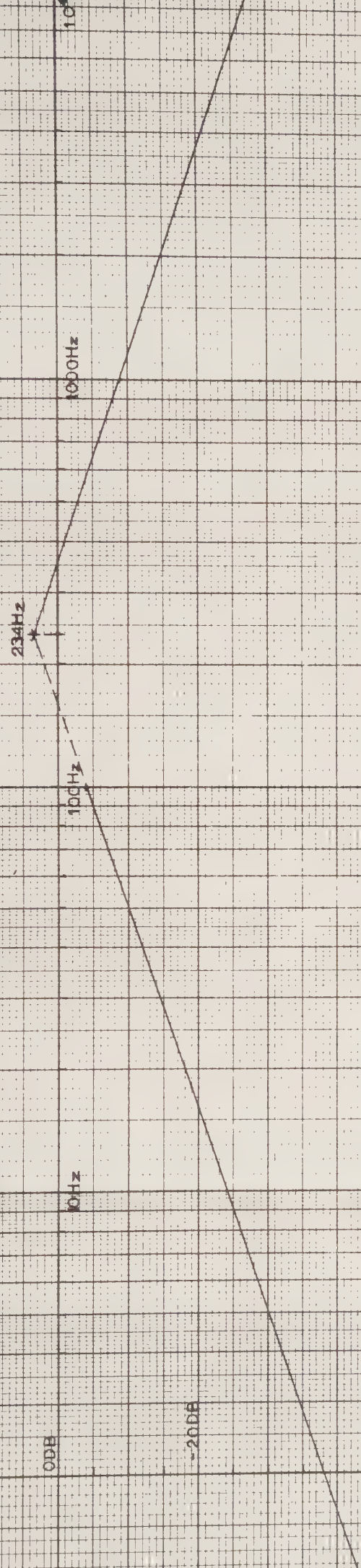


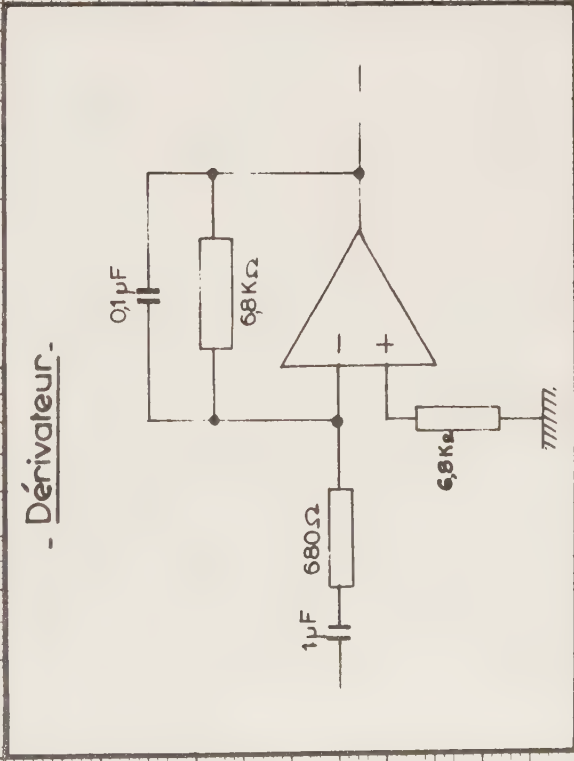
Figure 143 - Equation X

L'amortissement de la suspension droite et le frottement.

Réponse en fréquence du dérivateur



- Dérivateur -



- Amplificateur-inverseur -

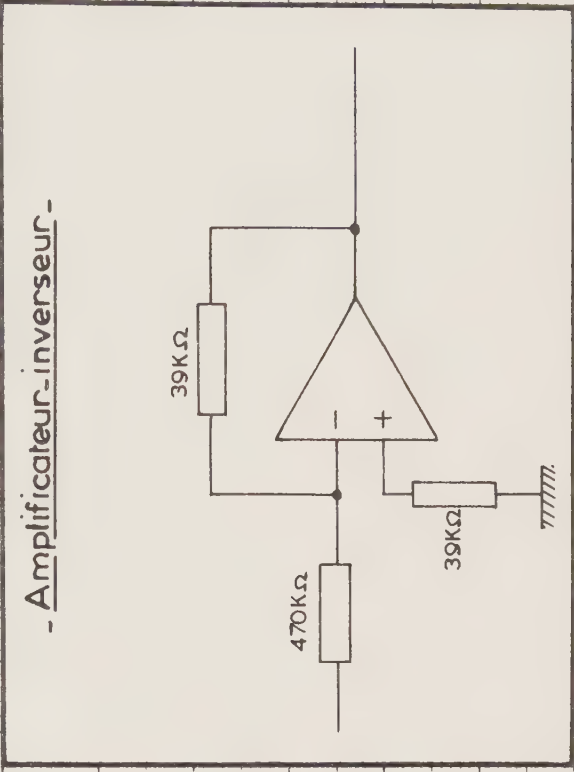


Fig. 144 Schéma du dérivateur utilisé pour avoir la vitesse du signal A.P.L. (PZ₃ et PZ₄)

2°) Le mouvement de Tangage :

La figure 133 , montre le modèle analogique adopté pour l'étude du mouvement de tangage.

Les équations d'équilibre du système sont :

$$M_1 p^2 y^5 = -R_1 p y_5 - K_1 y_5 - M_2 p^2 y_6 - R_2 p y_6 - K_2 y_6 + R_1 p y_3 + K_1 y_3 \\ + R_2 p y_4 + K_2 y_4 + C_1 [\text{Sign}] p (y_5 - y_3) + C_2 [\text{Sign}] p (y_6 - y_4)$$

$$\delta p^2 y_6 = -R_2 \ell_2 p y_6 - K_2 \ell_2 y_6 + 6p^2 y_5 + R_1 \ell_1 p y_5 - K_1 \ell_1 y_5 - R_1 \ell_1 p y_3 \\ - K_1 \ell_1 y_3 + R_2 \ell_2 p y_4 + K_2 \ell_2 y_4 - \ell_1 C_1 [\text{Sign}] p (y_5 - y_3) \\ + C_2 \ell_2 [\text{Sign}] p (y_6 - y_4)$$

$$m_1 p^2 y_3 = -R_1 p y_3 - K_1 y_3 - K_3 y_3 + R_1 p y_5 + K_1 y_5 + K_3 y_1 + \underline{R_3 p y_1 - R_3 p y_3} \\ + C_1 [\text{Sign}] p (y_3 - y_5)$$

$$m_2 p^2 y_4 = -R_2 p y_4 - K_2 y_4 - K_4 y_4 + R_2 p y_6 + K_2 y_6 + K_4 y_2 + \underline{R_4 p y_2 - R_4 p y_4} \\ + C_2 [\text{Sign}] p (y_4 - y_6)$$

$$y_5 - y_3 = \delta_1$$

$$y_6 - y_4 = \delta_2$$

$$\delta = \frac{I_y}{2L}$$

$$(I) \quad M_1 p^2 y_5 - M_2 p^2 y_6 + R_1 p (y_5 - y_3) + R_2 p (y_6 - y_4) + K_1 (y_5 - y_3) \\ + K_2 (y_6 - y_4) + C_1 [\text{Sign}] p (y_5 - y_3) + C_2 [\text{Sign}] p (y_6 - y_4) = 0$$

$$(II) \quad \delta p^2 y_6 - \delta p^2 y_5 - R_1 \ell_1 p (y_5 - y_3) + R_2 \ell_2 p (y_6 - y_4) \\ + K_2 \ell_2 (y_6 - y_4) - K_1 \ell_1 (y_5 - y_3) + \ell_2 C_2 [\text{Sign}] p (y_6 - y_4) \\ - \ell_1 C_1 [\text{Sign}] p (y_5 - y_3) = 0$$

$$(III) \quad m_1 p^2 y_3 - R_1 p (y_5 - y_3) - K_1 (y_5 - y_3) + K_3 (y_3 - y_1) \\ + R_3 p (y_3 - y_1) - C_1 [\text{Sign}] p (y_5 - y_3) = 0$$

$$(IV) \quad m_2 p^2 y_4 - R_2 p (y_6 - y_4) - K_2 (y_6 - y_4) + K_4 (y_4 - y_2) \\ + R_4 p (y_4 - y_2) - C_2 [\text{Sign}] p (y_6 - y_4) = 0$$

$$(I.1) \quad M_1 p^2 y_5 + M_2 p^2 y_6 + R_1 \delta p_1 + R_2 p \delta_2 + K_1 \delta_1 + K_2 \delta_2 \\ + C_2 [\text{Sign}] p \delta_2 + C_1 [\text{Sign}] p \delta_1 = 0$$

$$(II.1) \quad \gamma p^2 y_6 - \gamma p^2 y_5 - R_1 \ell_1 p \delta_1 - R_2 \ell_2 p \delta_2 - K_1 \ell_1 \delta_1 \\ + K_2 \ell_2 \delta_2 + C_2 \ell_2 [\text{Sign}] p \delta_2 - C_1 \ell_1 [\text{Sign}] p \delta_1 = 0$$

$$(III.1) \quad m_1 p^2 y_3 - R_1 p \delta_1 - K_1 \delta_1 - C_1 [\text{Sign}] p \delta_1 \\ + (K_3 + R_3 p) (y_3 - y_1) = 0$$

$$(IV.1) \quad m_2 p^2 y_4 - R_2 p \delta_2 - K_2 \delta_2 - C_2 [\text{Sign}] p \delta_2 \\ + (K_4 + R_4 p) (y_4 - y_2) = 0$$

Posons :

$$R_1 p \delta_1 + C_1 [\text{Sign}] p \delta_1 = f_1$$

$$R_2 p \delta_2 + C_2 [\text{Sign}] p \delta_2 = f_2$$

$$(K_3 + R_3 p) (y_3 - y_1) = e_1$$

$$(K_4 + R_4 p) (y_4 - y_2) = e_2$$

d'où :

$$M_1 p^2 y_5 + M_2 p^2 y_6 + f_1 + f_2 + K_1 \delta_1 + K_2 \delta_2 = 0$$

$$\gamma p^2 y_6 - \gamma p^2 y_5 - \ell_1 f_1 + \ell_2 f_2 - K_1 \ell_1 \delta_1 + K_2 \ell_2 \delta_2 = 0$$

$$m_1 p^2 y_3 - K_1 \delta_1 - f_1 + e_1 = 0$$

$$m_2 p^2 y_4 - K_2 \delta_2 - f_2 + e_2 = 0$$

$$e_1 - e_2 \geq 0$$

$$\begin{aligned}
 p^2 y_5 &= -\frac{M_2}{M_1} p^2 y_6 - \frac{f_1}{M_1} - \frac{f_2}{M_2} - \frac{K_1}{M_1} \delta_1 - \frac{K_2}{M_1} \delta_2 \\
 p^2 y_6 &= p^2 y_5 + \frac{2\ell_{1L}}{I} f_1 - \frac{2\ell_{2L}}{I} f_2 + \frac{2K_1\ell_{1L}}{I} \delta_1 \\
 &\quad - \frac{2K_2\ell_{2L}}{I} \delta_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p^2 y_3 &= \frac{K_1}{m_1} \delta_1 + \frac{f_1}{m_1} - \frac{e_1}{m_2} \\
 p^2 y_4 &= \frac{K_2}{m_2} \delta_2 + \frac{f_2}{m_2} - \frac{e_2}{m_2} \\
 p^2 y_5 &= -a p^2 y_6 - b f_1 - b f_2 - g \delta_1 - h \delta_2
 \end{aligned}$$

$$p^2 y_6 = p^2 y_5 + n f_1 - g f_2 + s \delta_1 - u \delta_2$$

$$p^2 y_3 = v f_1 + w \delta_1 - v e_1$$

$$p^2 y_4 = z f_2 + j \delta_2 - z e_2$$

$$a = \frac{M_2}{M_1}, \quad b = \frac{1}{M_1}, \quad d = \frac{1}{M_1}, \quad g = \frac{K_1}{M_1}, \quad h = \frac{K_2}{M_1}, \quad n = \frac{2\ell_{1L}}{I}$$

$$g = \frac{2\ell_{2L}}{I}, \quad s = \frac{2K_1\ell_{1L}}{I}, \quad u = \frac{2K_2\ell_{2L}}{I}, \quad v = \frac{I}{m_1}, \quad w = \frac{K_1}{m_1}$$

$$z = \frac{1}{m_2}, \quad j = \frac{K_2}{m_2}$$

2.1. Le mouvement de tangage - Conclusion :

$$1 \quad p^2 y_5 = -a p^2 y_6 - b f_1 - b f_2 - g \delta_1 - h \delta_2$$

$$2 \quad p^2 y_6 = p^2 y_5 + n f_1 - g f_2 + s \delta_1 - u \delta_2$$

$$3 \quad p^2 y_3 = v f_1 + w \delta_1 - v e_1$$

$$4 \quad p^2 y_4 = z f_2 + j \delta_2 - z e_2$$

$$5 \quad f_1 = R_1 p \delta_1 + C_1 [\text{Sign}] p \delta_1$$

$$6 \quad f_2 = R_2 p \delta_2 + C_2 [\text{Sign}] p \delta_2$$

$$7 \quad e_1 = (K_3 + R_3 p) \delta_3$$

$$8 \quad e_2 = (K_4 + R_4 p) \delta_4$$

$$1 = y_5 - y_3$$

$$2 = y_6 - y_4$$

$$3 = y_3 - y_1$$

$$4 = y_4 - y_2$$

$$a = M_2 / M_1$$

$$n = \frac{2 \ell_{1L}}{I}$$

$$v = \frac{1}{m_1}$$

$$b = \frac{I}{M_1}$$

$$q = \frac{2 \ell_{2L}}{I}$$

$$w = \frac{K_1}{m_1}$$

$$h = \frac{K_2}{M_2}$$

$$u = \frac{2 K_2 \ell_{2L}}{I}$$

$$j = \frac{K_2}{m_2}$$

2.2. Signification des termes (C) et [Sign] :

Les termes (C) et [Sign] ont les mêmes définitions utilisés pour le mouvement de roulis, les valeurs de (C) montrées dans les tableaux numériques correspondent à un demi essieu.

2.3. Les paramètres des véhicules :

Les valeurs des paramètres des véhicules, M_1 , M_2 , K_1 , K_2 etc sont données dans les tableaux (27, 28 et 29) précédemment utilisés pour les calculs numériques, les valeurs de " C_1 " et " C_2 " sont données dans les tableaux (61, 62 et 63) ainsi que les conditions initiales du mouvement et les valeurs des paramètres a , b , g , h ... etc.

2.4. Les circuits analogiques utilisés :

Les figures 145 à 152 montrent les circuits analogiques correspondants à l'étude du mouvement de tangage, le nombre d'amplificateurs utilisés dans ce programme s'élève à 20 et le nombre d'intégrateurs est de 8.

Les figures 151 et 152 montrent la procédure adoptée pour amplifier le signal A.P.L. enregistré sur bande magnétique, c'est la même procédure adoptée pour l'étude analogique du mouvement de roulis.

Le signal y_2 est égal au signal y_1 , retardé de 0,13 seconde
 $(t_0 = \frac{L}{v_0} = \frac{2,59}{20} = 0,13 - \text{voir l'étude numérique}).$

Le dérivateur adopté pour l'étude du mouvement du roulis est utilisé également dans ce programme pour obtenir y_1 et y_2 à partir de y_1 et y_2 .

Le tableau 64 donne les facteurs d'échelle appliqués pour passer des équations mathématiques aux équations machine.

Le tableau 65 donne les coefficients machine relatifs aux véhicules.

Enfin le tableau 66 donne les équations mathématiques converties en équations machine.

2.5. Remarques :

Comme dans l'étude analogique de roulis, nous avons utilisé 2 temps :

- a - un temps non réel, pour retarder le phénomène afin d'étudier la réponse du véhicule en échelon ($\beta = 10$).
- b - un temps réel pour les réponses aux excitations harmoniques et aux excitations route ($\beta = 1$).

Les schématisés correspondent aux équations machine en temps réel.

VEHICULE : A

MOUVEMENT DE JANGAGE

EQUATIONS PHYSIQUES	GRANDEURS MACHINE		
	Symboles	Valeurs	Unités
$p^2 y_5 = ap^2 y_6 - b(f_1 + f_2) - g\delta_1 - h\delta_2$	$a = M2/M1$	1,0	-
$p^2 y_6 = p^2 y_5 + nf_1 - gf_2 + s\delta_1 - u\delta_2$	$b = 1/M1$	$3,18 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
$p^2 y_3 = vf_1 + w\delta_1 - ve_1$	$g = K1/M1$	48,7	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$p^2 y_4 = zf_1 + j\delta_2 - ze_2$	$h = K2/M2$	39,1	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$f_1 = R_1 p\delta_1 + c_1 [Sign] p\delta_1$	$n = \frac{2 L1 L}{I}$	$4,53 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
$f_2 = R_2 p\delta_2 + c_2 [Sign] p\delta_2$	$g = \frac{2 L2 L}{I}$	$6,16 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
$c_1 = (K_3 + R_3 p) \delta_3$	$s = \frac{2K1 L1 L}{I}$	138,4	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$c_2 = (K_4 + R_4 p) \delta_4$	$u = \frac{2C2 L2 L}{I}$	150,8	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$\delta_1 = y_5 - y_3$	$v = \frac{1}{m1}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	Kg^{-1}
$\delta_2 = y_6 - y_4$	$w = \frac{K1}{m1}$	363,6	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$\delta_3 = y_3 - y_1$	$z = \frac{1}{m2}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	
$\delta_4 = y_4 - y_2$	$j = \frac{K2}{m2}$	282,8	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$

Conditions initiales : $y_1 = y_2 = 0$ - $y_5 = y_6 = 0,573$

$y_3 = 0,262$ - $y_4 = 0,272$

TABEAU 61

CALCUL ANALOGIQUE

VEHICULE : B

MOUVEMENT DE TANGAGE

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
		Symboles	Valeurs	Unités
$p^2 y_5 = ap^2 y_6 - b(f_1 + f_2) - g\delta_1 - h\delta_2$		$a = M_2/M_1$	1	-
$p^2 y_6 = p^2 y_5 + nf_1 - gf_2 + s\delta_1 - u\delta_2$		$b = 1/M_1$	$2,78.10^{-3}$	Kg^{-1}
$p^2 y_3 = vf_1 + w\delta_1 - ve_1$		$g = K_1/M_1$	42,1	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
$p^2 y_4 = zf_1 + j\delta_2 - ze_2$		$h = K_2/M_2$	40,6	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
$f_1 = R_1 p\delta_1 + C_1 [Sign] p\delta_1$		$n = \frac{2 L_1 L}{I}$	$3,78.10^{-2}$	Kg^{-1}
$f_2 = R_2 p\delta_2 + C_2 [Sign] p\delta_2$		$g = \frac{2 L_2 L}{I}$	$4,57.10^{-3}$	Kg^{-1}
$C_1 = (K_3 + R_3 p) \delta_3$		$s = \frac{2K_1 L_1 L}{I}$	114,6	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
$C_2 = (K_4 + R_4 p) \delta_4$		$u = \frac{2C_2 L_2 L}{I}$	133,8	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
$\delta_1 = y_5 - y_3$		$v = \frac{I}{m_1}$	$3,85.10^{-2}$	Kg^{-1}
$\delta_2 = y_6 - y_4$		$w = \frac{K_1}{m_1}$	583	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
$\delta_3 = y_3 - y_1$		$z = \frac{I}{m_2}$	$3,57.10^{-2}$	Kg^{-1}
$\delta_4 = y_4 - y_2$		$j = \frac{K_2}{m_2}$	522	$N.m^{-1}.Kg^{-1}$
Conditions initiales :		$y_1 = y_2 = 0$		
		$y_5 = y_6 = 0,575$		
		$y_3 = 0,305$		
		$y_4 = 0,295$		

VEHICULE : C

MOUVEMENT DE TANGAGE

EQUATIONS PHYSIQUES		GRANDEURS MACHINE		
		Symboles	valeurs	Unités
$p^2 y_5$	$= ap^2 y_6 - b (f_1 + f_2) - g \delta_1 - h \delta_2$	$a = M_2/M_1$	1,1	-
$p^2 y_6$	$= p^2 y_5 + nf_1 - gf_2 + s \delta_1 - u \delta_2$	$b = 1/M_1$	$2,63 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
$p^2 y_3$	$= vf_1 + w \delta_1 - ve_1$	$g = K_1/M_1$	47,4	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
$p^2 y_4$	$= zf_1 + j \delta_2 - ze_2$	$h = K_2/M_2$	43,8	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
f_1	$= R_1 p \delta_1 + C_1 [sign] p \delta_1$	$n = \frac{2 L_1 L}{I}$	$3,93 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
f_2	$= R_2 p \delta_2 + C_2 [sign] p \delta_2$	$g = \frac{2 L_2 L}{I}$	$3,63 \cdot 10^{-3}$	Kg^{-1}
C_1	$= (K_3 + R_3 p) \delta_3$	$s = \frac{2 K_1 L_1 L}{I}$	141,6	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
C_2	$= (K_4 + R_4 p) \delta_4$	$u = \frac{2 C_2 L_2 L}{I}$	120,8	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
δ_1	$= y_5 - y_3$	$v = \frac{I}{m_1}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	Kg^{-1}
δ_2	$= y_6 - y_4$	$w = \frac{K_1}{m_1}$	409	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$
δ_3	$= y_3 - y_1$	$Z = \frac{I}{m_2}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	Kg^{-1}
δ_4	$= y_4 - y_2$	$j = \frac{K_2}{m_2}$	378	$N \cdot m^{-1} \cdot Kg^{-1}$

Conditions initiales : $y_1 = y_2 = 0$ - $y_5 = y_6 = 0,465$
 $y_3 = 0,287$ - $y_4 = 0,289$

FACTEURS D'ECHELLE

Ref : 10 Volts

Mouvement de Tangage
Véhicule A

SYMBOLES	VALEUR MAXIMALE	SYMBOLES MACHINE FORMULE DE CONVERSION	FACTEUR D'ECHELLE (V/m et V/N)
y ₅	30.10 ² m	Y ₅ = α ₅ y ₅	α ₅ = $\frac{10}{3.10^{-1}}$ = 33,3
y ₆	30.10 ⁻² m	Y ₆ = α ₆ y ₆	α ₆ = " = 33,3
y ₄	10.10 ⁻² m	Y ₄ = α ₄ y ₄	α ₄ = $\frac{10}{10^{-1}}$ = 10 ²
y ₃	10.10 ⁻² m	Y ₃ = α ₃ y ₃	α ₃ = " = 10 ²
y ₁	10.10 ⁻² m	Y ₁ = α ₁ y ₁	α ₁ = " = 10 ²
y ₂	10.10 ⁻² m	Y ₂ = α ₂ y ₂	α ₂ = " = 10 ²
e ₁	5.10 ⁴ N	E ₁ = w ₁ e ₁	w ₁ = $\frac{10}{5.10^4}$ = 2.10 ⁻³
e ₂	5.10 ⁴ N	E ₂ = w ₂ e ₂	w ₂ = " = 2.10 ⁻³
f ₁	5.10 ⁴ N	F ₁ = ξ ₁ f ₁	ξ ₁ = " = 2.10 ⁻³
f ₂	5.10 ⁴ N	F ₂ = ξ ₂ f ₂	ξ ₂ = " = 2.10 ⁻³

Dans le cas du temps non réel :

$P = jp$
 $j = 10^{-1}$

$p^2 = j^2 p^2$
 $j^2 = 10^{-2}$

$\tau = \beta t$

TABEAU 64

COEFFICIENTS MACHINE - Mouvement de tangage - Véhicule A					
DONNEES	VALEURS	N° POT	DONNEES	VALEURS	N° POT
Equation $\sigma^2 P Y_5$	$\frac{a \alpha 5}{\alpha 6}$		Equation $\sigma^2 P Y_4$	$\frac{z j 2 \alpha 4}{\alpha 2}$	36
	$\frac{b j 2 \alpha 5}{\alpha 1}$	20		$\frac{J j 2 \alpha 4}{\alpha 6}$	37
	$\frac{b j 2 \alpha 5}{\alpha 2}$	21	Jj2	2,828	38
	gj2	22	$\frac{z j 2 \alpha 4}{w 2}$	15,5	39
	$\frac{g j 2 \alpha 5}{\alpha 3}$	23	R1 $\alpha 1$	$1,98.10^{-1}$	46
Equation $\sigma^2 P Y_6$	$\frac{h j 2 \alpha 5}{\alpha 6}$	24		$6,60.10^{-2}$	47
	$\frac{h j 2 \alpha 5}{\alpha 4}$	25	C1 $\alpha 1$	$4,0.10^{-1}$	16/17
	$\frac{\alpha 6}{\alpha 5}$	26	R2 $\alpha 2$	$4,2.10^{-1}$	48
	$\frac{n j 2 \alpha 6}{\alpha 1}$	27	R2 $\alpha 2$	$1,4.10^{-1}$	49
	$\frac{q j 2 \alpha 6}{\alpha 2}$	28	C2 $\alpha 2$	0,400	18/19
Equation $P Y_3$	$\frac{s j 2 \alpha 6}{\alpha 5}$	29	Kz w1	3,077	40
	$\frac{s j 2 \alpha 6}{\alpha 3}$	30	Kz w1	3,077	40
	uj2	31	R3 w1	10^{-2}	41
	$\frac{u j 2 \alpha 6}{\alpha 4}$	32	R3 w1	10^{-2}	35
	$\frac{v j 2 \alpha 3}{\alpha 1}$	33	K4 w2	3,2	43
	34	K4 w2	3,2	45	
	35	R4 w2	10^{-1}	44	
		R4 w2	10^{-1}	50	

TABLEAU 65

397.

TANGAGE

$$10^{-2} P^2 Y_5 = - 10^{-2} P^2 Y_6 - 0,53 F_1 - 0,53 F_2 - 0,487 Y_5 + 0,162 Y_3 \\ - 0,391 Y_6 + 0,1303 Y_4$$

$$10^{-2} P^2 Y_6 = + 10^{-2} P^2 Y_5 + 0,755 F_1 - 1,027 F_2 + 1,384 Y_5 - 0,4613 Y_3 \\ - 10,91 Y_5 - 3,644 Y_3 - 12 E_1$$

$$10^{-2} P^2 Y_4 = 15,5 F_2 + 18,48 Y_6 - 2,828 Y_4 - 15,5 E_2$$

$$F_1 = 0,0198 P Y_5 - 0,0066 P Y_3 + 0,4 \text{ Sign } (PY_5 - PY_3)$$

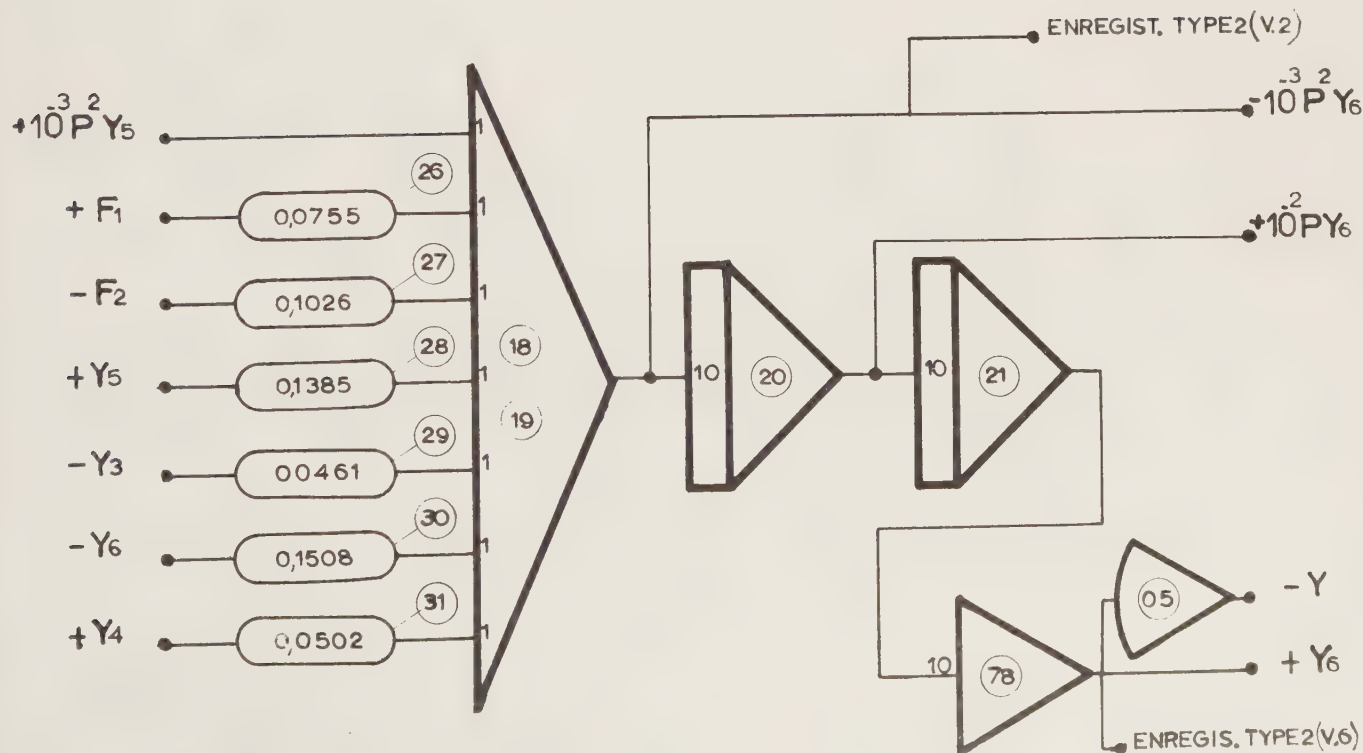
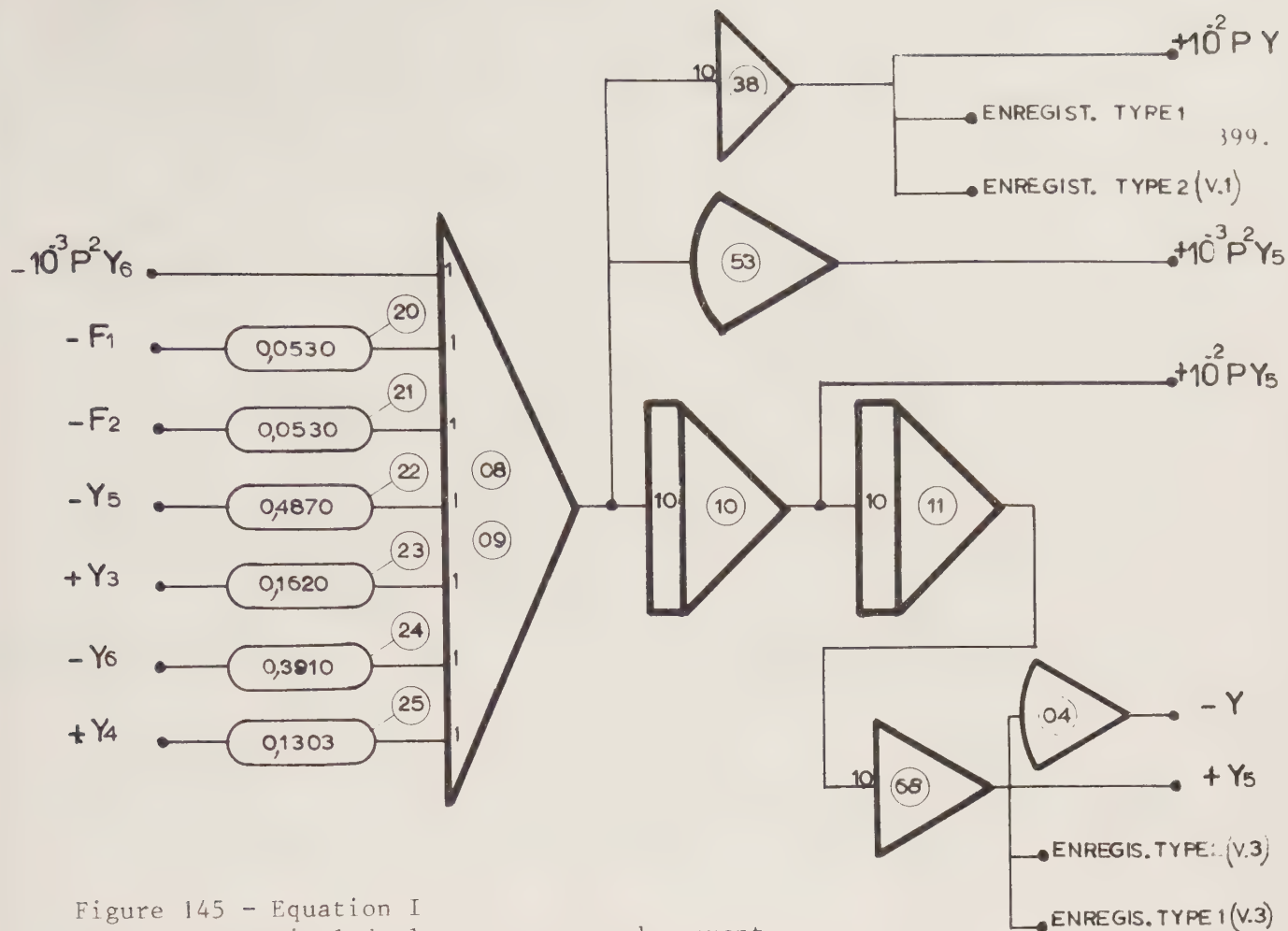
$$F_2 = 0,042 P Y_6 - 0,0140 Y_4 + 0,4 \text{ Sign } (PY_6 - PY_5)$$

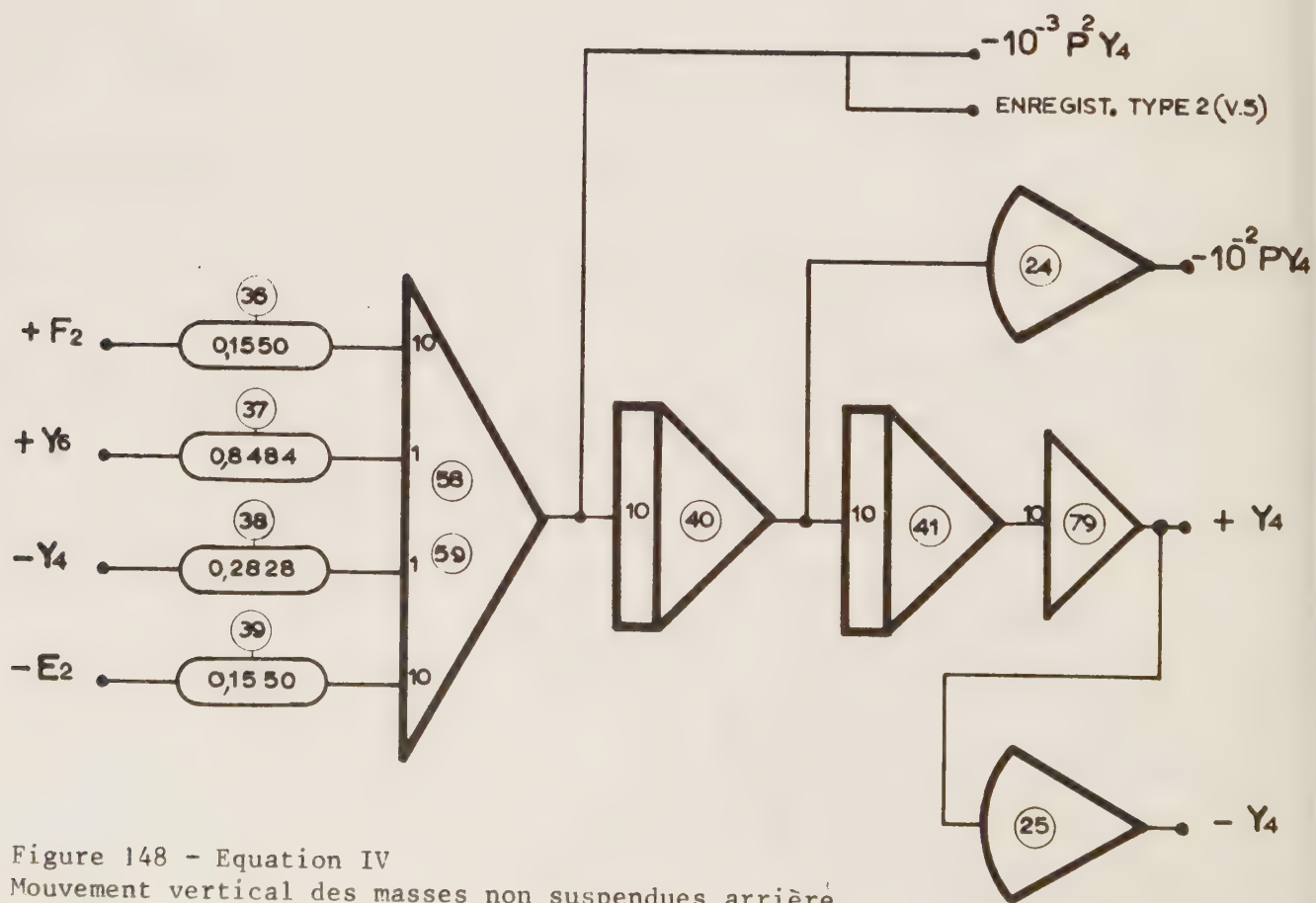
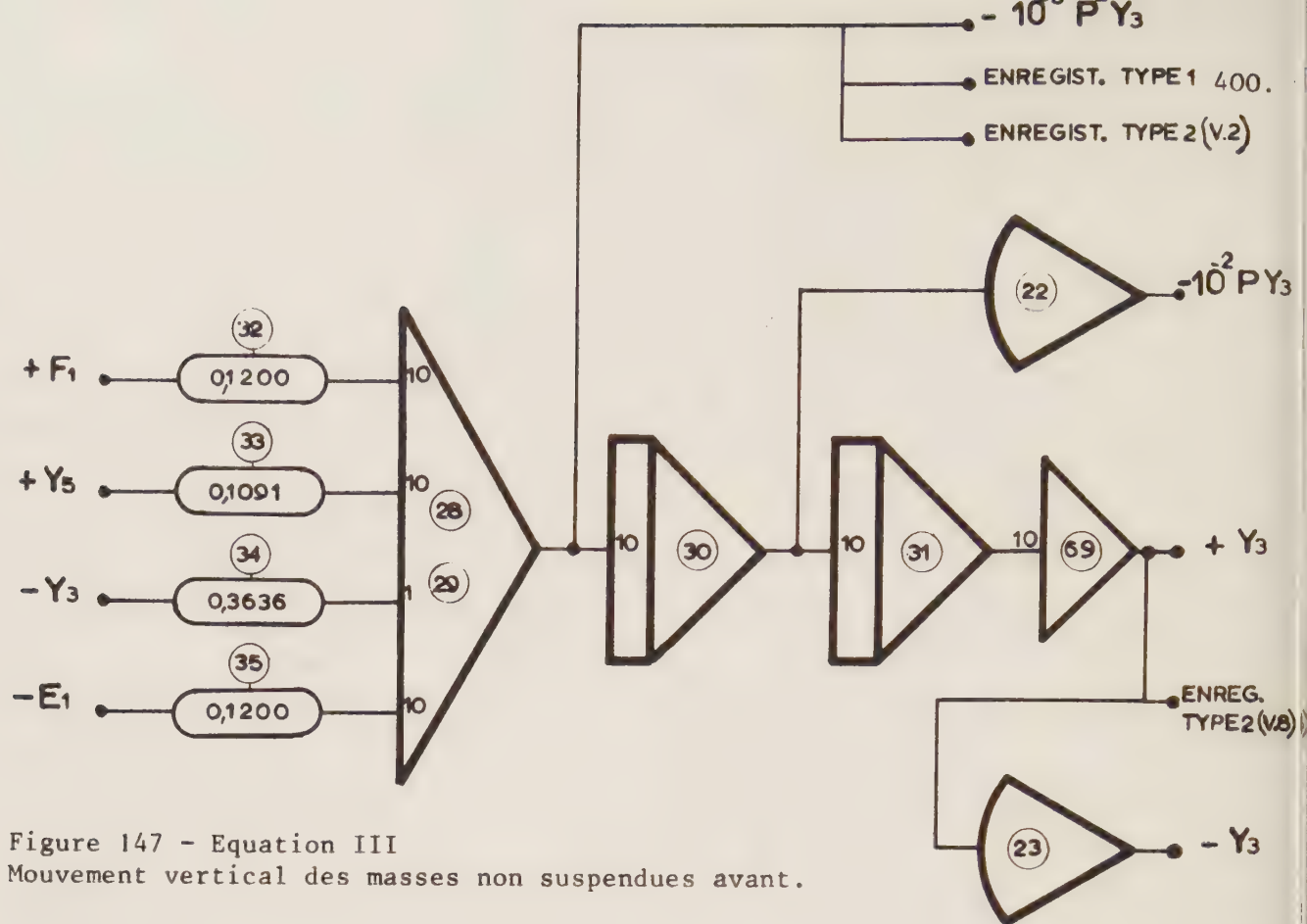
$$E_1 = 3,077 (Y_3 - Y_1) + 0,01 (PY_3 - PY_1)$$

$$E_2 = 3,200 (Y_4 - Y_2) + 0,01 (PY_4 - PY_2)$$

TABLEAU 66

Mouvement de tangage - Equations machine





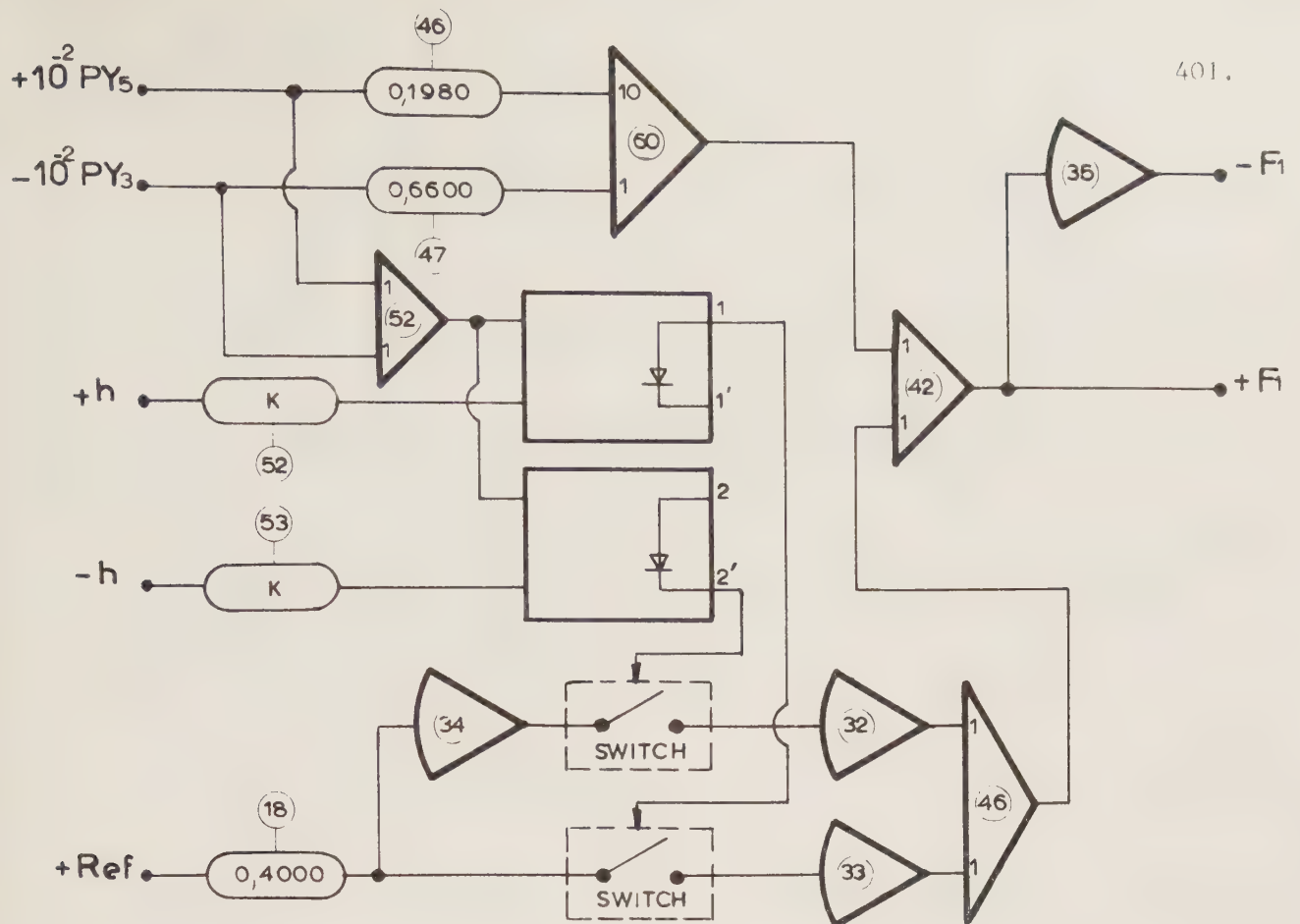


Figure 149 - Equation V
L'amortissement et le frottement de la suspension avant.

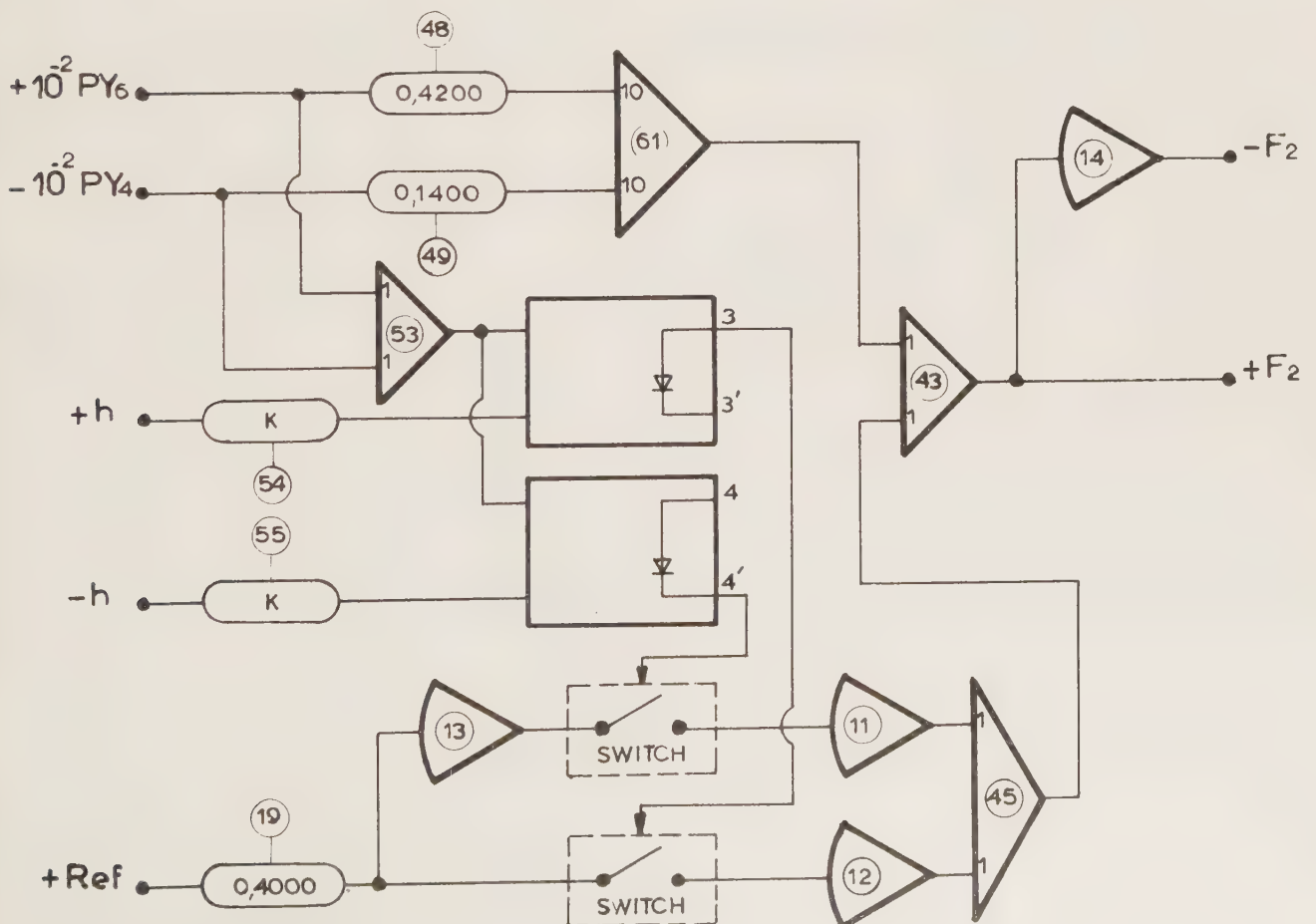


Figure 150 - Equation VI
L'amortissement et le frottement de la suspension arrière.

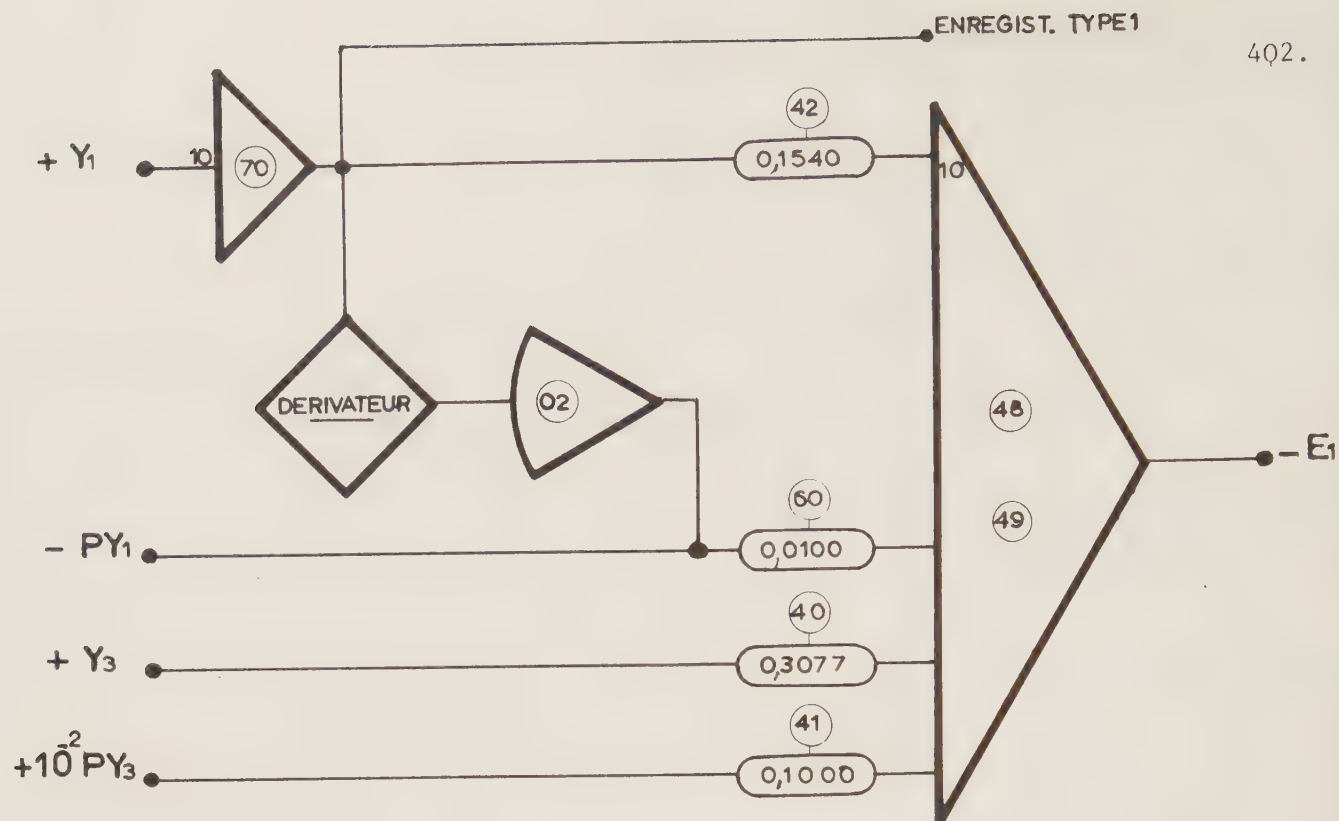


Figure 151 - Equation VII
L'entrée avant.

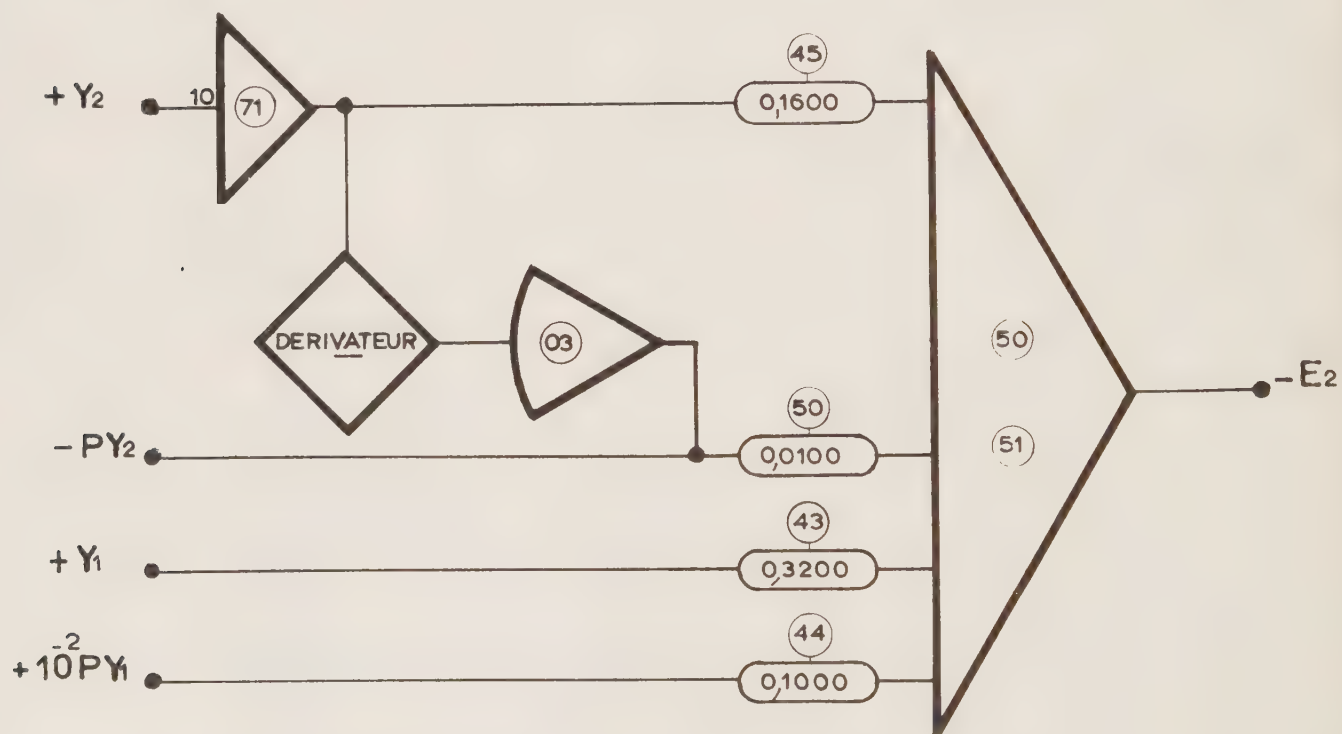


Figure 152 - Equation VIII
L'entrée arrière.

3 - RESULTATS DE L'ETUDE ANALOGIQUE :

1°) Réponse du modèle adopté à une excitation type :

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, nous avons commencé par l'étude des performances des modèles analogiques adoptés. Chaque modèle a été soumis à des excitations types : sinusoïdale, échelon. Pour bien étudier leurs comportements dynamiques, nous avons retardé le déroulement du phénomène par l'introduction d'un coefficient de temps égal à 10^{-1} ($\tau = Bt$) dans les équations machine.

1.1. Le mouvement de roulis :

Nous avons cherché la réponse de l'essieu en trois points : le centre de gravité de la masse suspendue et les centres de gravité des masses non suspendues droite et gauche.

Les figures 153 et 154 donnent la réponse de l'essieu avant et de l'essieu arrière à une excitation en échelon d'une amplitude égale à 10 mm.

Les figures 155 et 156 donnent les réponses des deux essieux à la même excitation pendant un temps non réel ($\tau = Bt$, $B = 10$).

La figure 157 donne la réponse de l'essieu arrière à une excitation en échelon d'une amplitude égale à 20 mm.

La figure 158 montre la réponse de l'essieu arrière à la même excitation pendant un temps non réel ($B = 10$).

La figure 159 montre l'enregistrement graphique obtenu en faisant un balayage en fréquence pour excitation d'amplitude égale à 10 mm, appliquée à l'essieu avant.

La figure 160 montre l'enregistrement graphique obtenu dans les mêmes conditions avec l'essieu arrière.

1.2. Le mouvement de tangage :

Nous avons mesuré la réponse du demi-véhicule en quatre points : le centre de gravité de la masse suspendue avant, de la masse suspendue arrière, de la masse non suspendue avant et de la masse non suspendue arrière.

La figure 161 donne la réponse du modèle adopté à une excitation en échelon d'une amplitude égale à 5 mm.

La figure 162 donne la réponse du modèle à la même excitation pendant un temps non réel ($B = 10$).

La figure 163 montre la réponse du modèle à une excitation en échelon d'une amplitude égale à 50 mm.

La figure 164 donne la réponse du modèle à la même excitation pendant un temps non réel ($B = 10$).

La figure 165 montre l'enregistrement graphique obtenu en faisant un balayage en fréquence pour une excitation d'amplitude égale à 10 mm. appliquée au modèle.

2°) Réponse du modèle adopté à une excitation "route" :

Nous avons utilisé les signaux "route" enregistrés avec l'A.P.L. "bi-trace à 72 Km/h (20 m/s)".

Pour le mouvement de roulis, les signaux droit et gauche de l'A.P.L. ont été injectés dans le modèle aux points Z_3 et Z_4 correspondants.

Pour le mouvement de tangage le signal moyen (demi-somme des signaux droit + gauche) également fourni par l'A.P.L. bi-trace a été injecté d'une part sur l'essieu avant ; d'autre part sur l'essieu arrière mais avec un retard de 0,12 sec. correspondant au retard des roues arrière sur les roues avant pour un même obstacle, soit $t = \frac{L}{V}$ où L = empattement du véhicule "A".

.../...

2.1. Le mouvement du roulis :

Nous avons injecté dans les modèles de l'essieu avant et de l'essieu arrière les signaux A.P.L. des sections routières parcourues par le véhicule "A" dans le cadre de l'étude expérimentale.

Les réponses correspondantes des modèles ont été enregistrées à la fois sur bande magnétique et sur papier.

Les figures 166 et 167 montrent les enregistrements graphiques du signal A.P.L. (gauche) injecté - tronçons routiers 6 et 8 - ainsi que les réponses obtenues en trois points de l'essieu avant, soient : l'accélération de la masse suspendue, l'accélération de la masse non suspendue gauche et le déplacement du centre de gravité de la masse non suspendue.

Les figures 168 et 169 montrent les enregistrements analogues obtenus sur l'essieu arrière.

Les signaux enregistrés sur bande magnétique ont été dépouillés en densité spectrale d'accélération.

Les figures 170 et 171 donnent les courbes de densité spectrale d'accélération de l'essieu avant pour les sections routières 11 et 12 de la RN. 4.

Les figures 172 et 173 donnent les densités spectrales d'accélération de la masse suspendue arrière relatives aux sections routières 8 et 12 de la RN. 4.

2.2. Le mouvement de tangage :

Nous avons injecté dans le modèle, le signal "route" moyen donné par l'A.P.L. Comme dans le cas précédent, nous avons enregistré les signaux sur bande magnétique et sur papier.

Les figures 174, 175 et 176 montrent les enregistrements graphiques du signal "route" - tronçons 6, 9 et 12 et les réponses en trois points du véhicule, soient : l'accélération de la masse suspendue avant, l'accélération de la masse non suspendue avant et le déplacement du centre de gravité de la masse non suspendue avant.

Les figures 177 et 178 donnent les densités spectrales d'accélération de la masse suspendue avant relatives aux sections routières 11 et 12 de la N.4.

ALLCOFAX 607

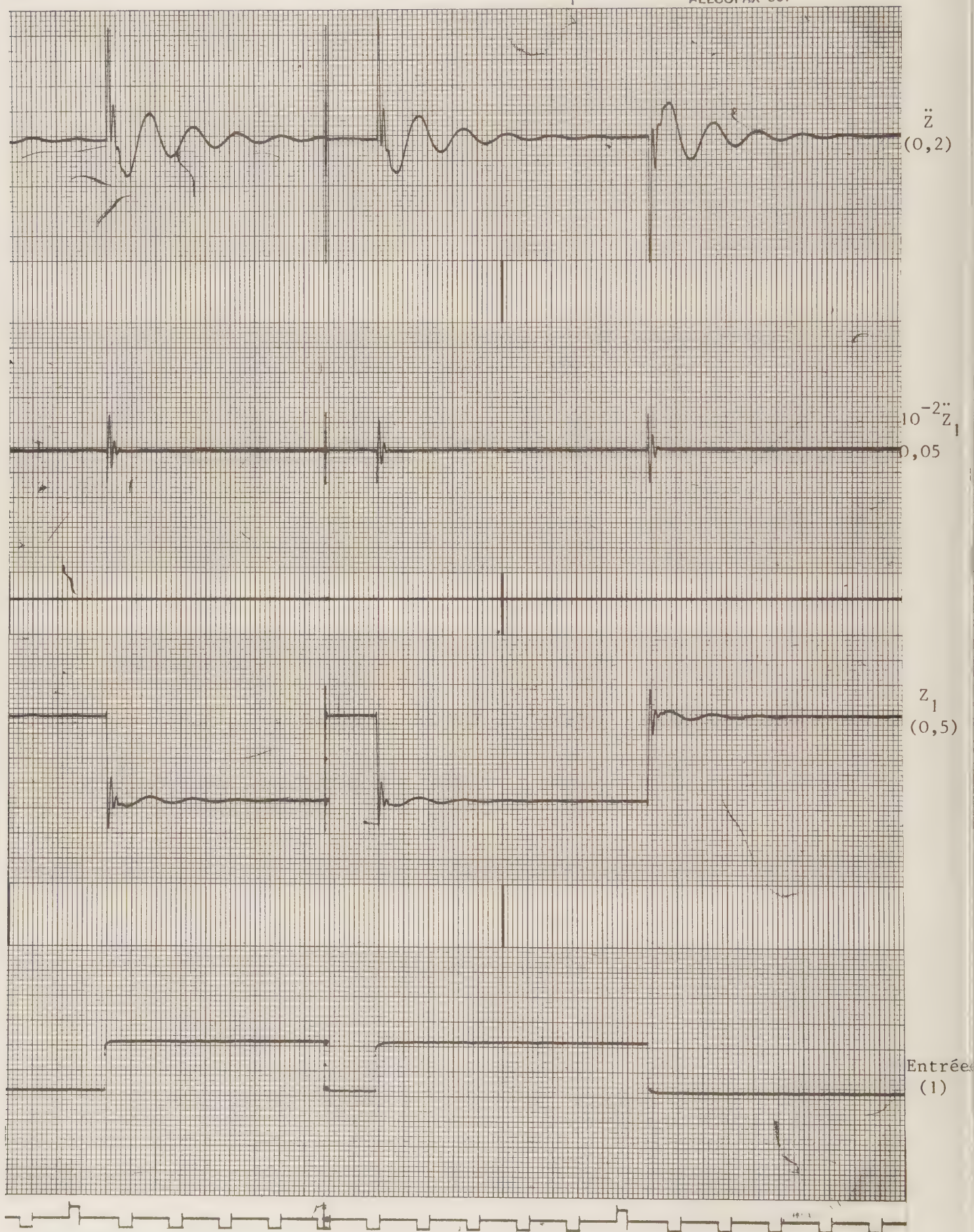


Fig. 153 - Essieu AV

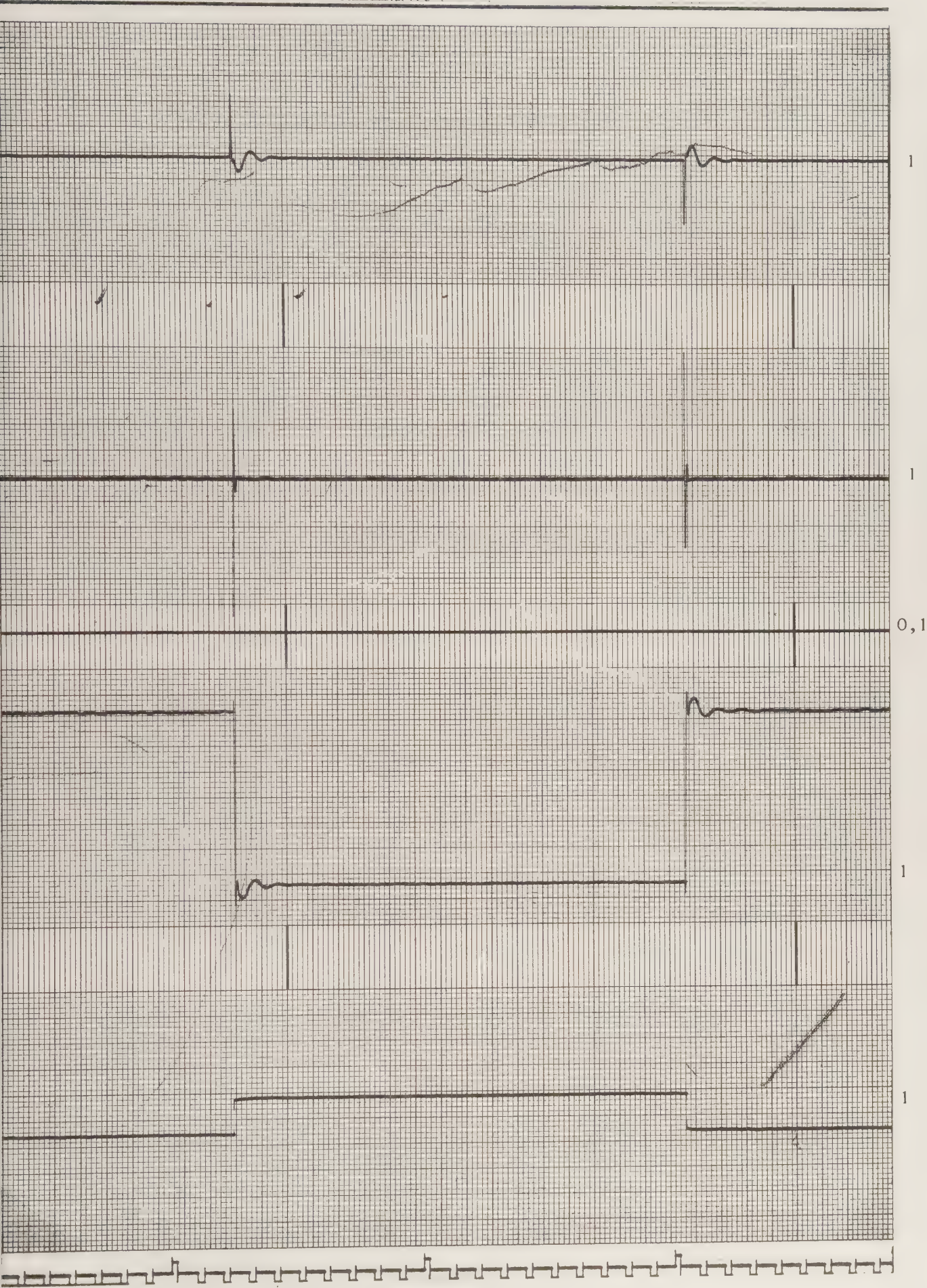


Fig. 154 - Essieu AR

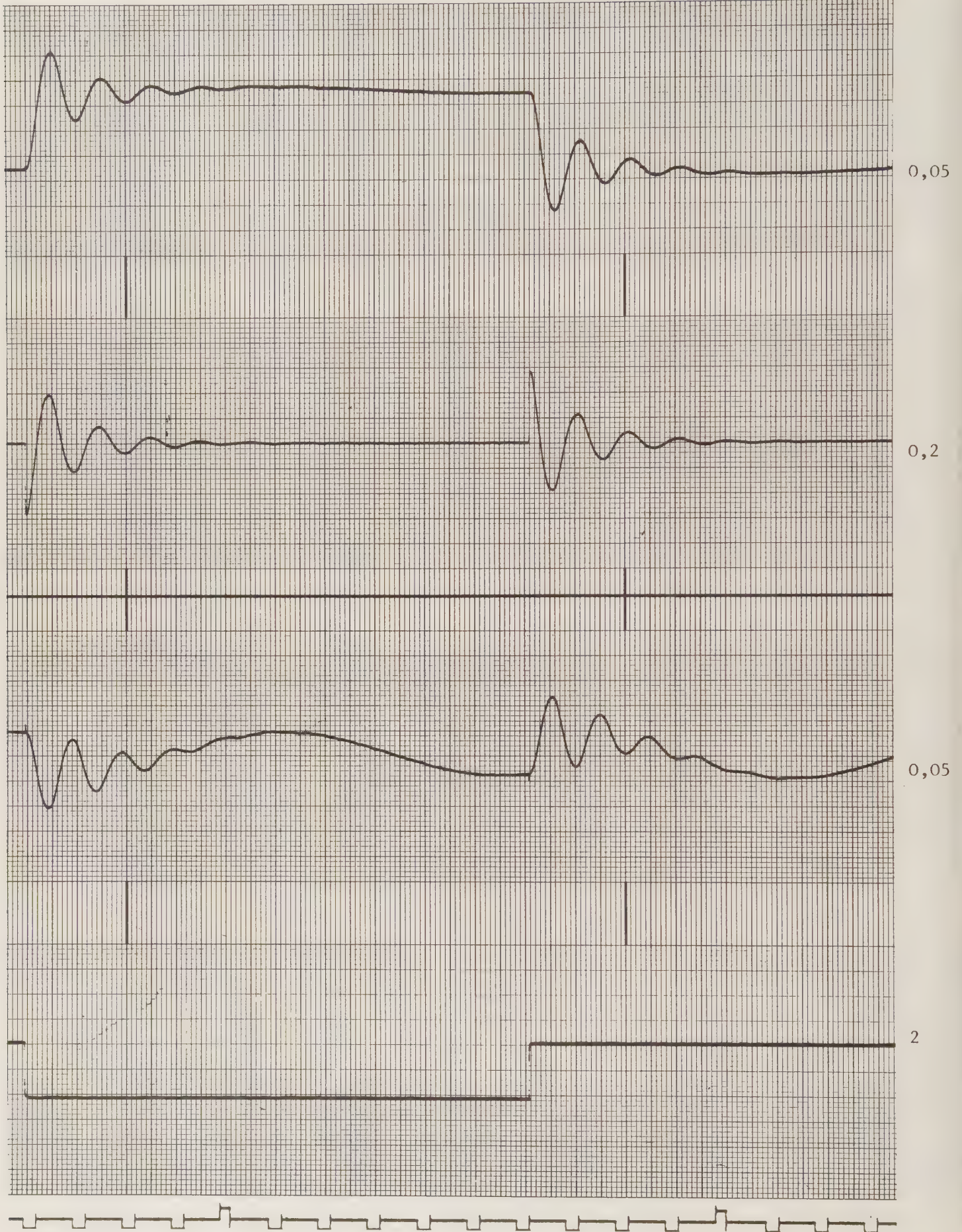


Fig. 156 - Essieu AV

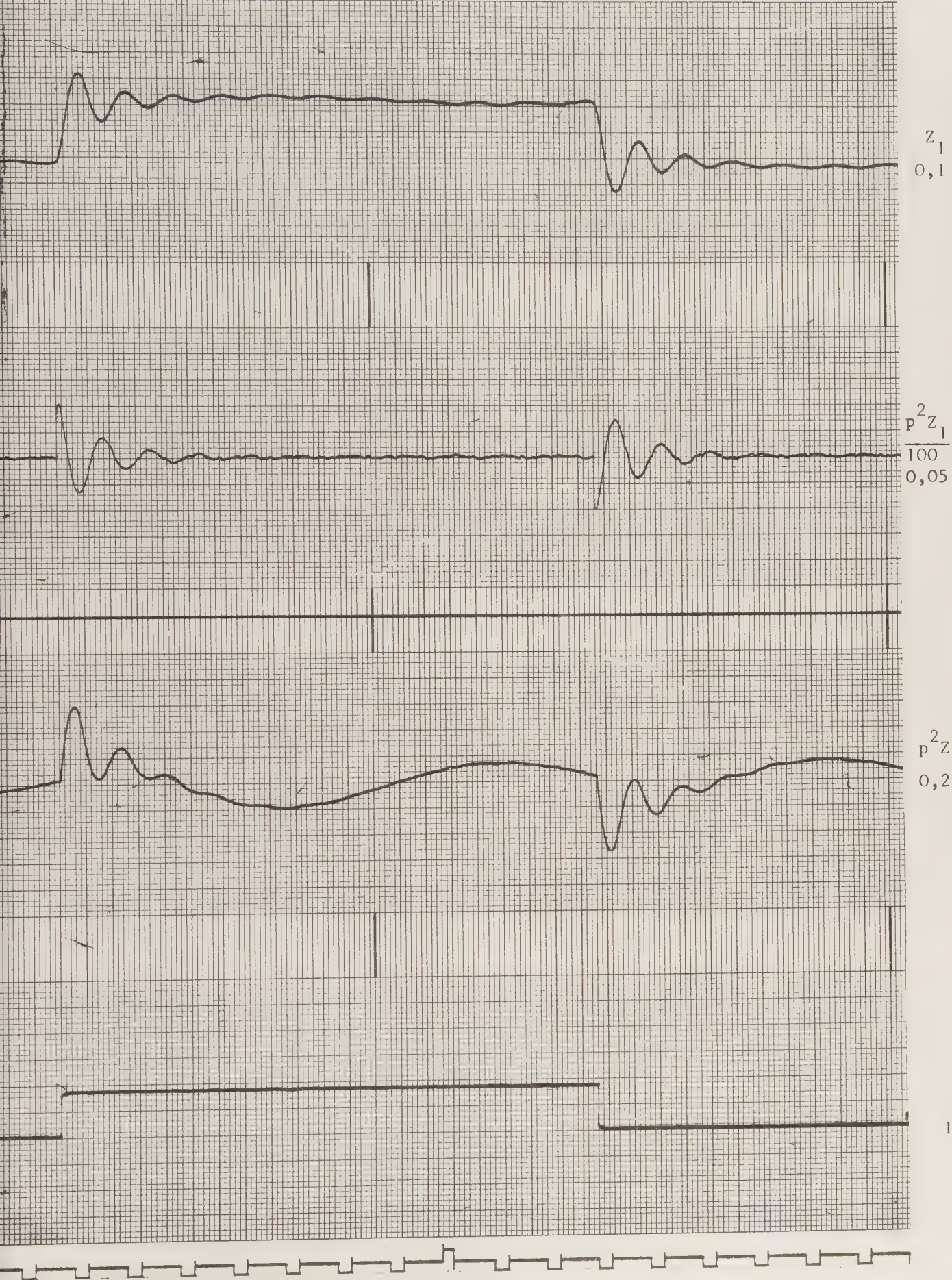


Fig 156 - Essiau AR

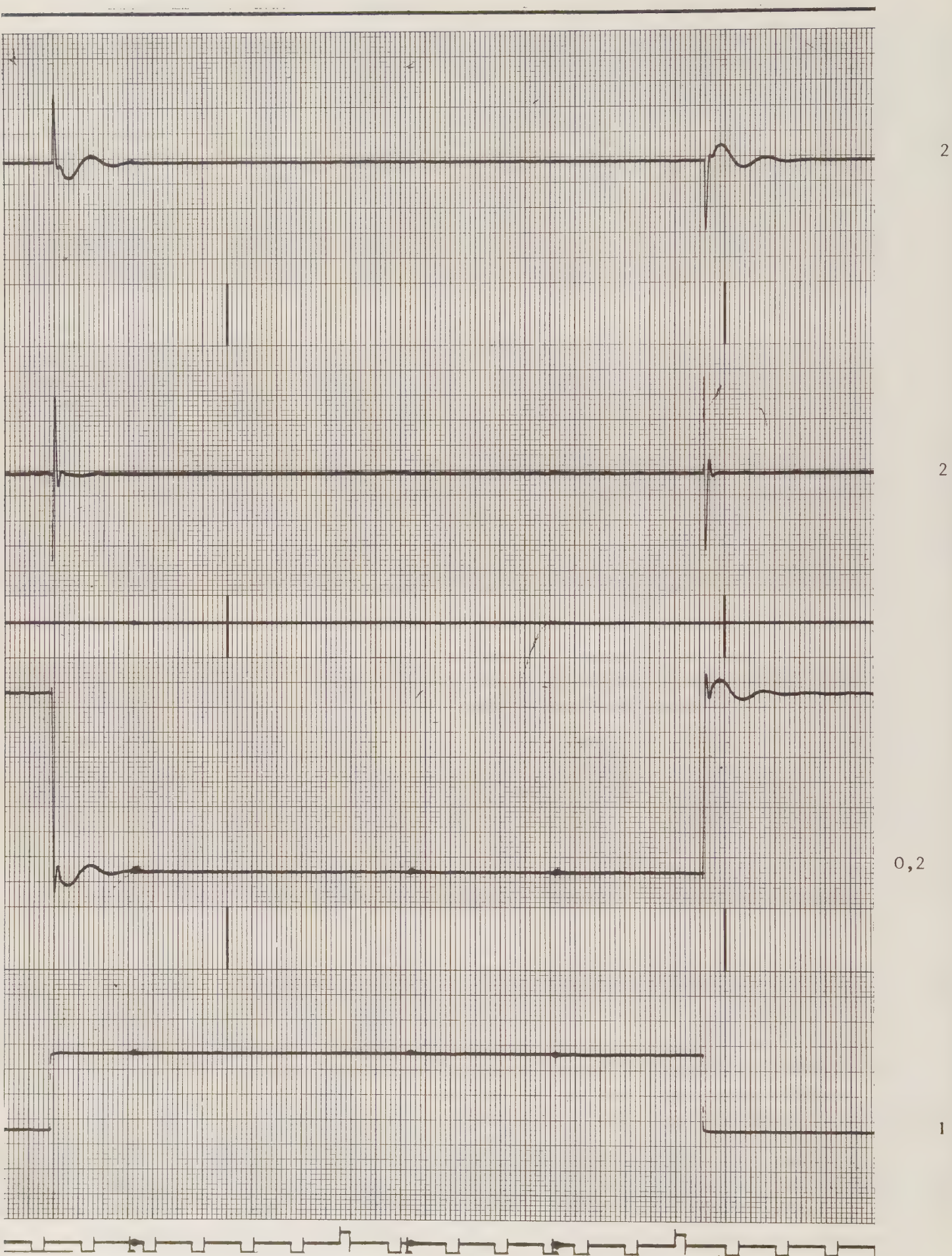


Fig. 157 - Essieu AR

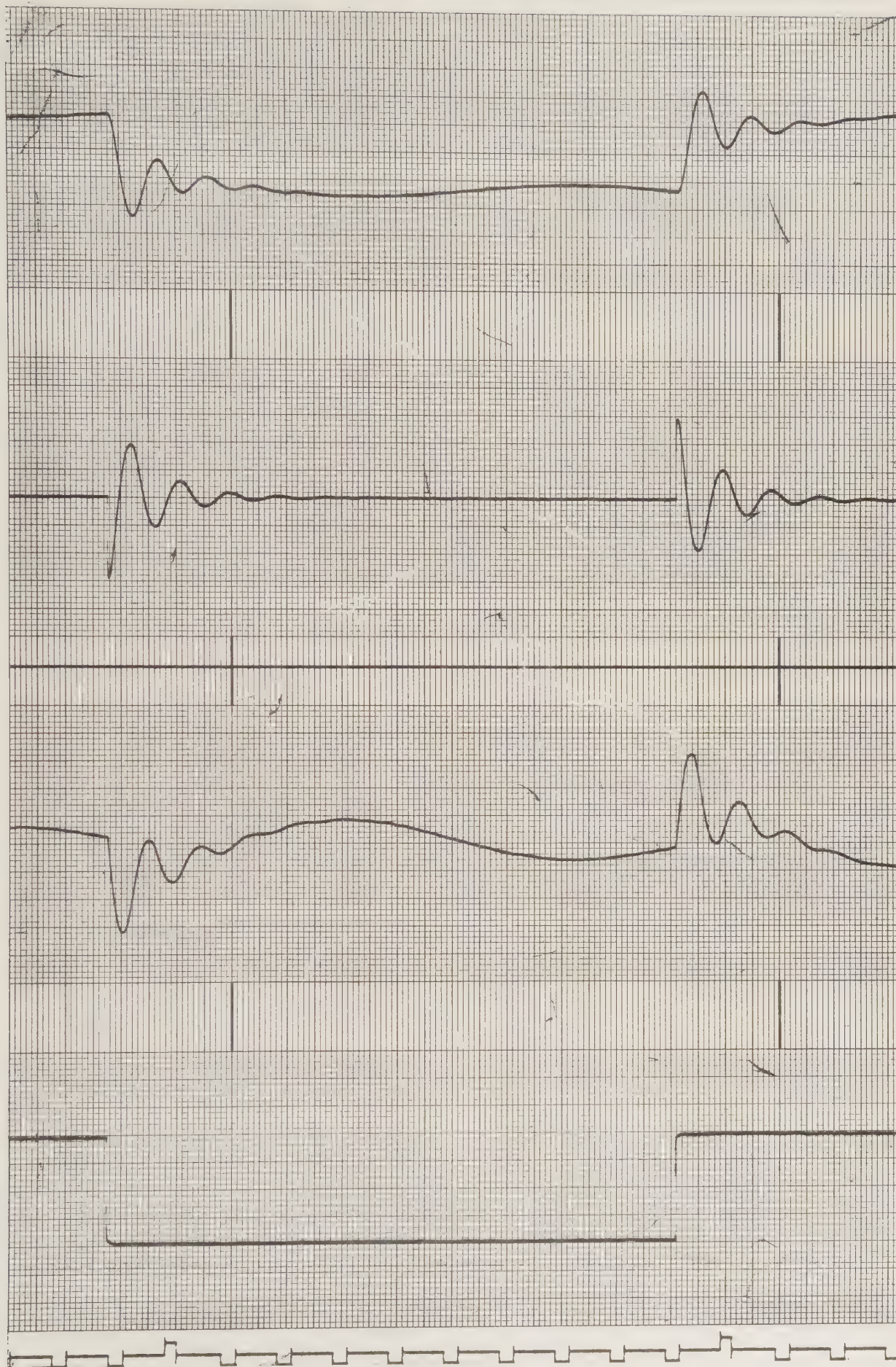


Fig. 158 - Essieu AR

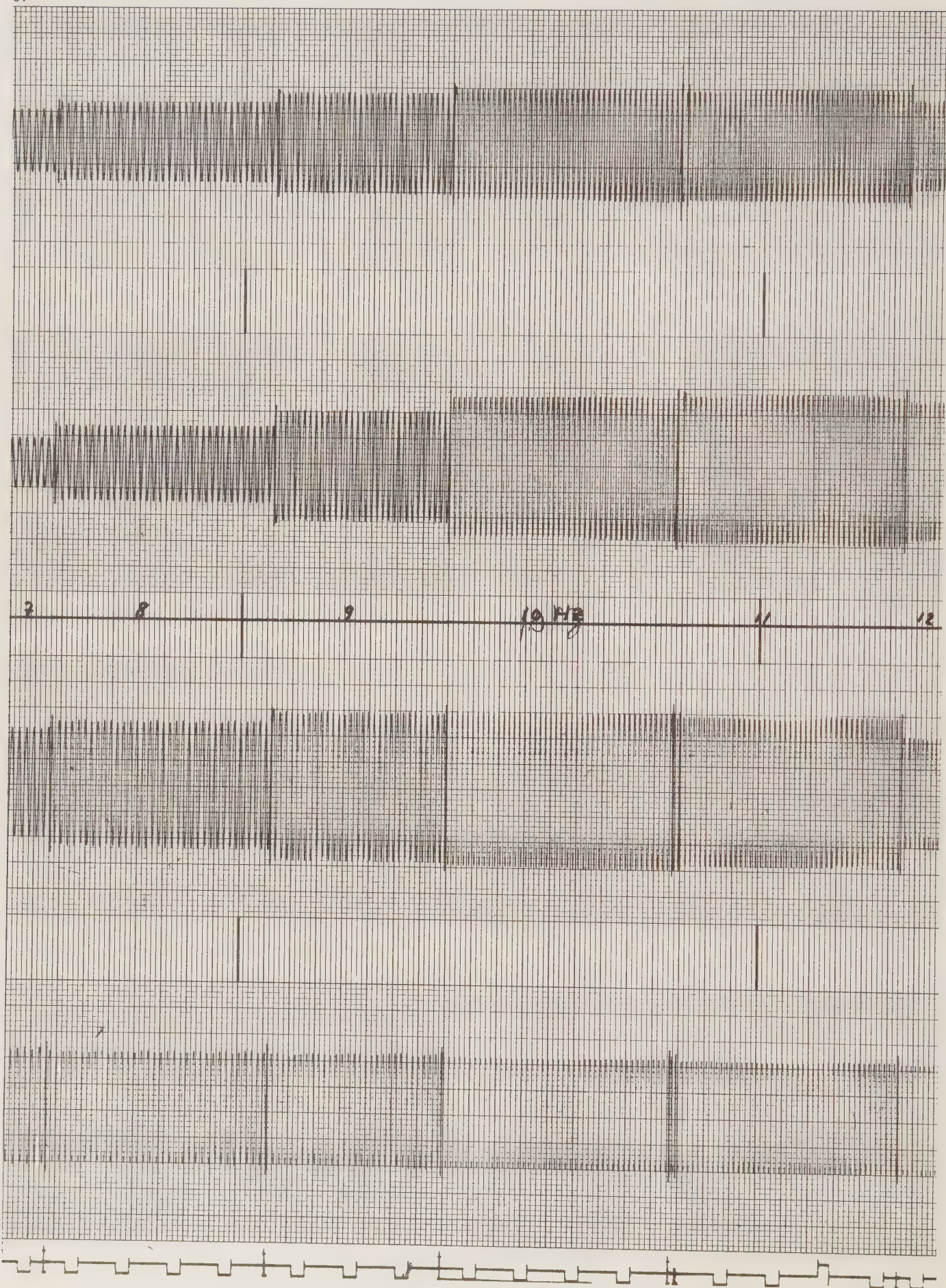


Fig. 159 - Essieu AV

ALLCOFAX 607

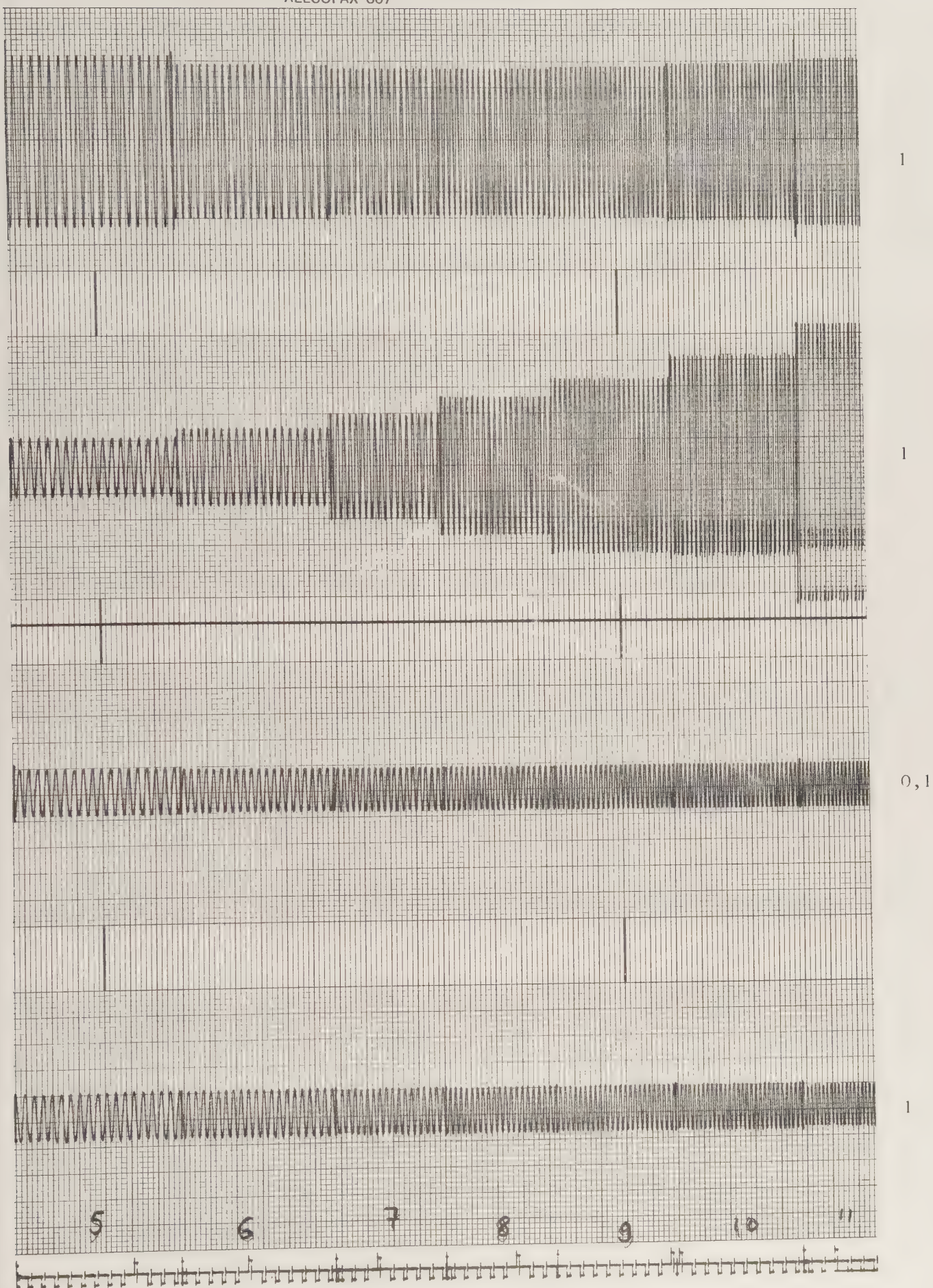


Fig. 160 - Essieu AR

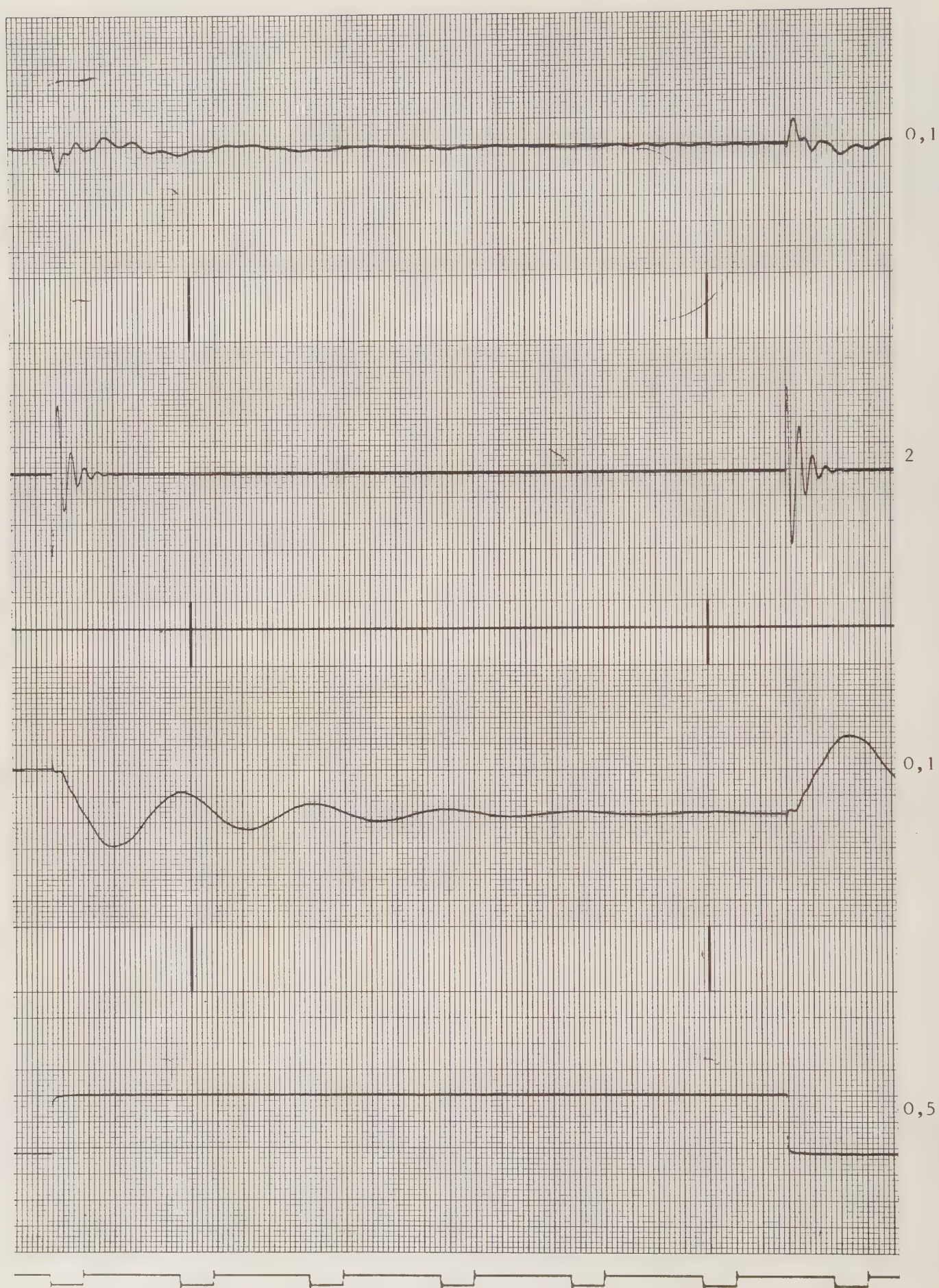


Fig. 161 - Tangage

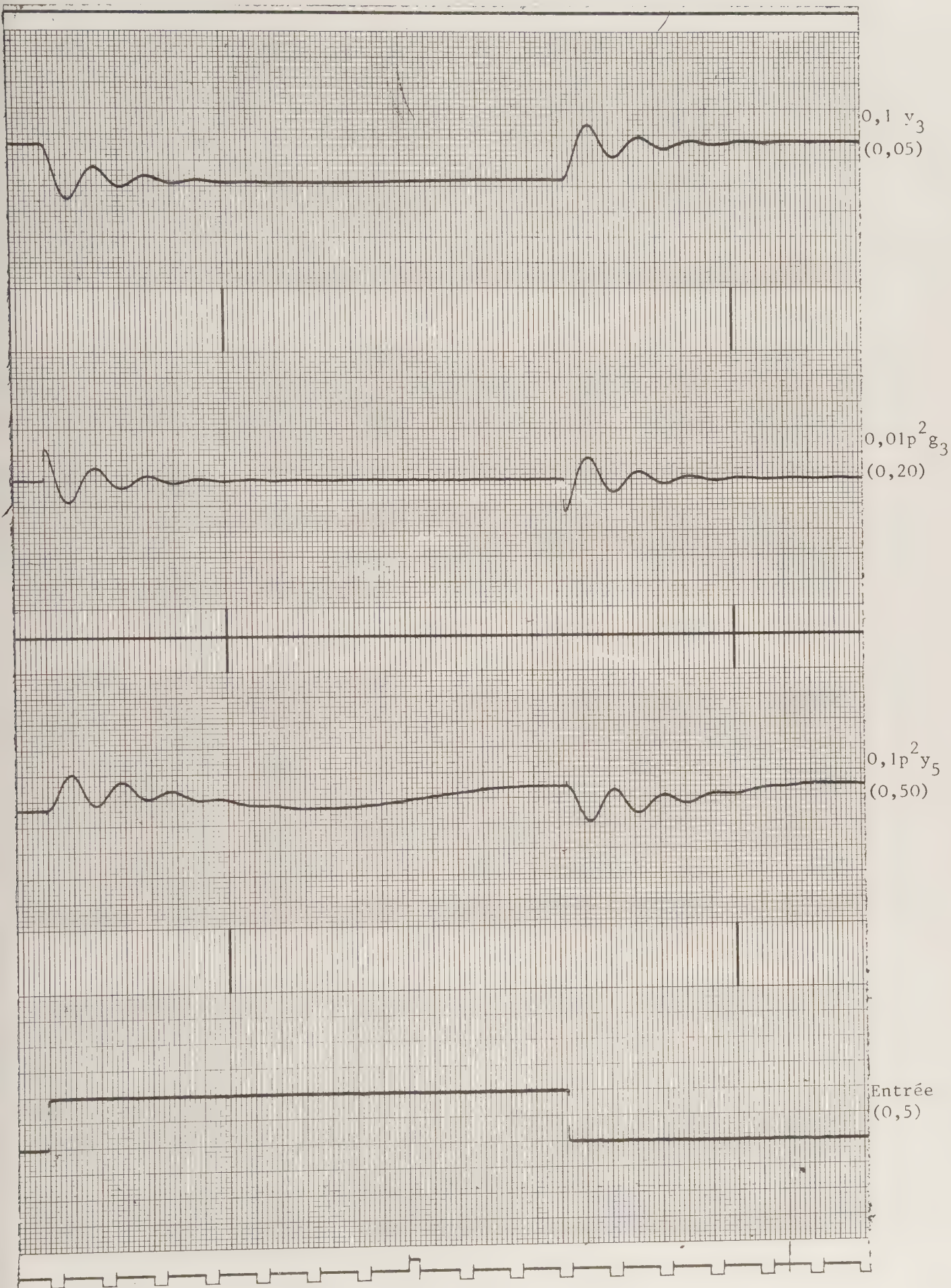


Fig. 162 - Tangage

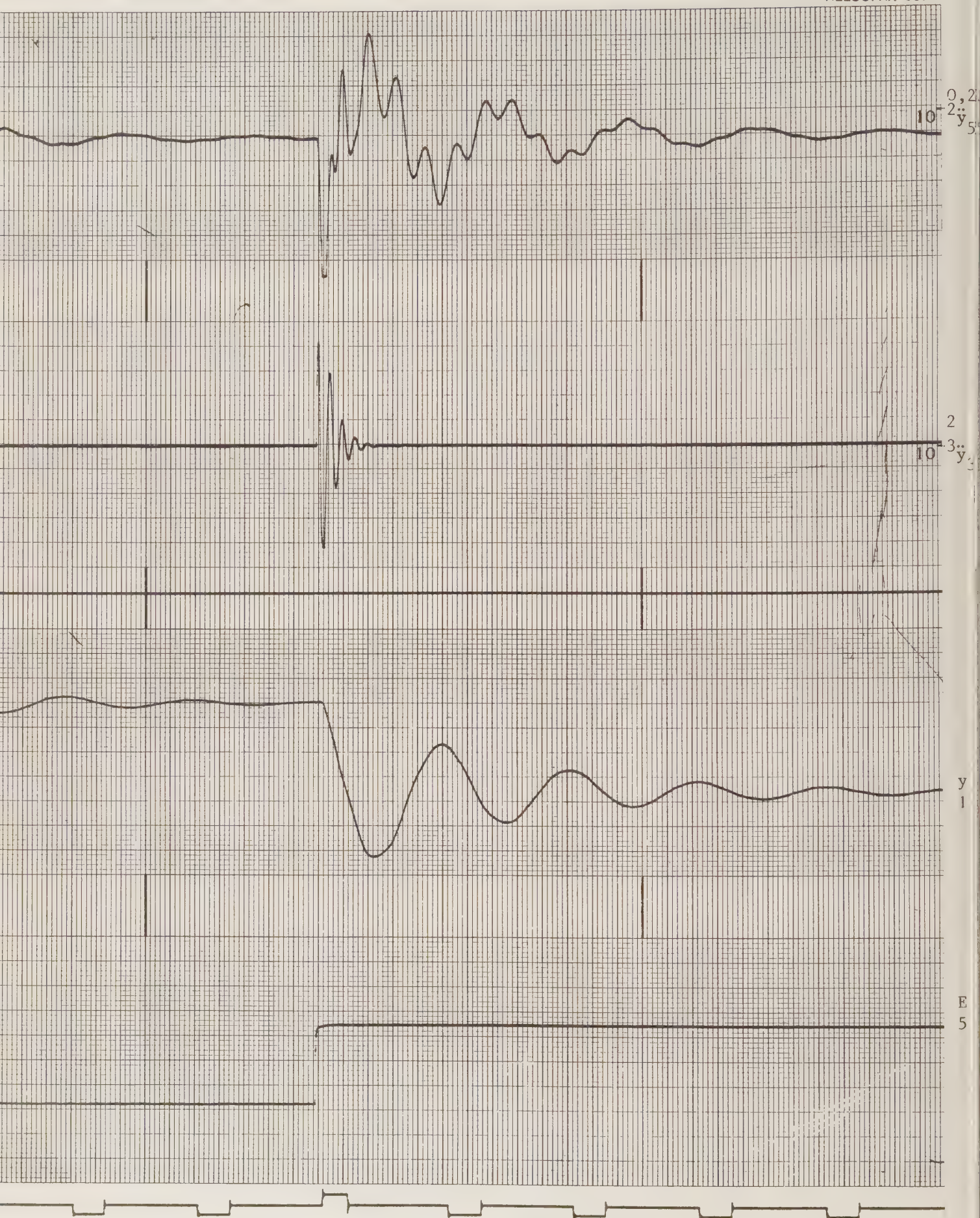


Fig. 163 - Tangage

COFAX 607

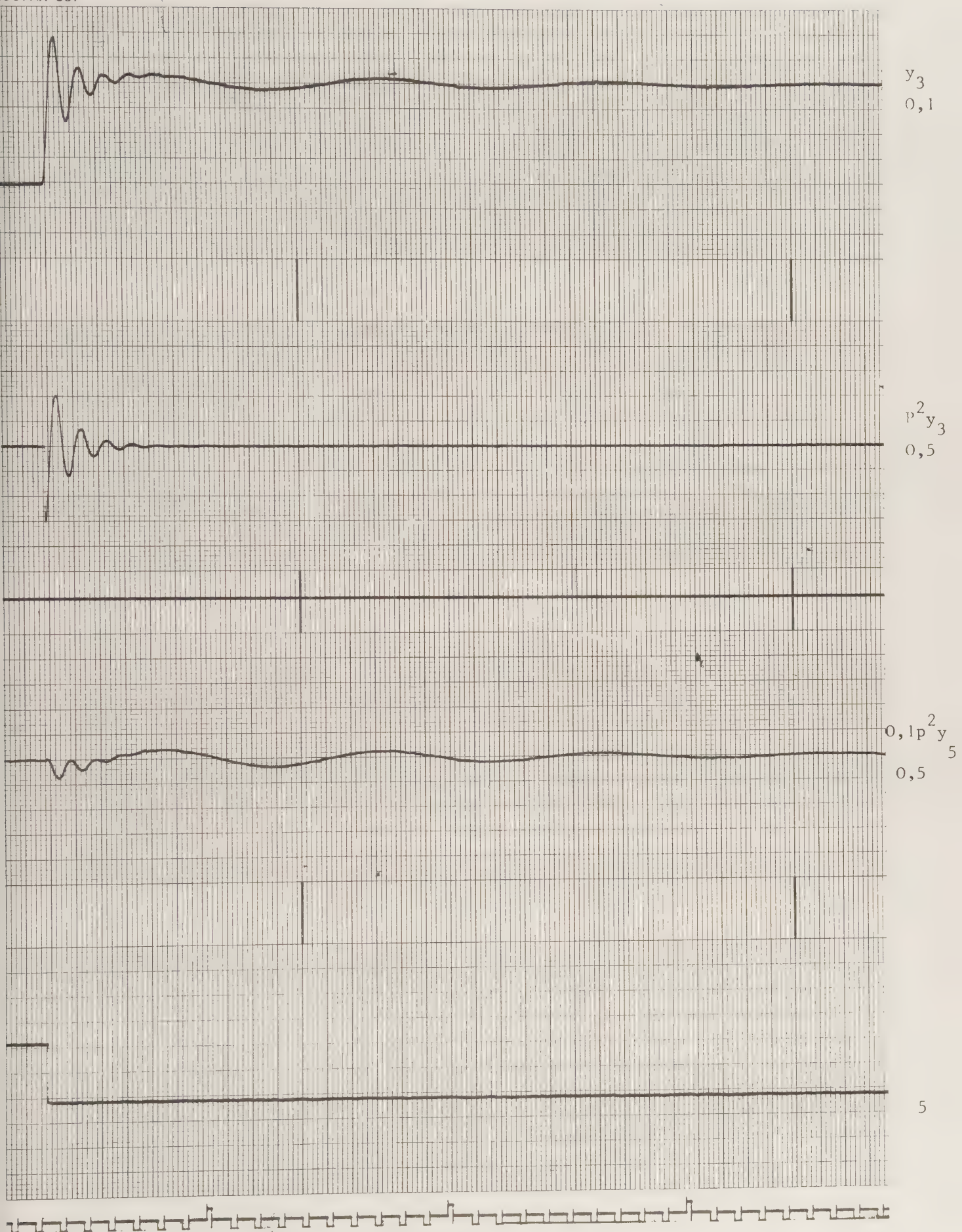


Fig 164 - Tangage

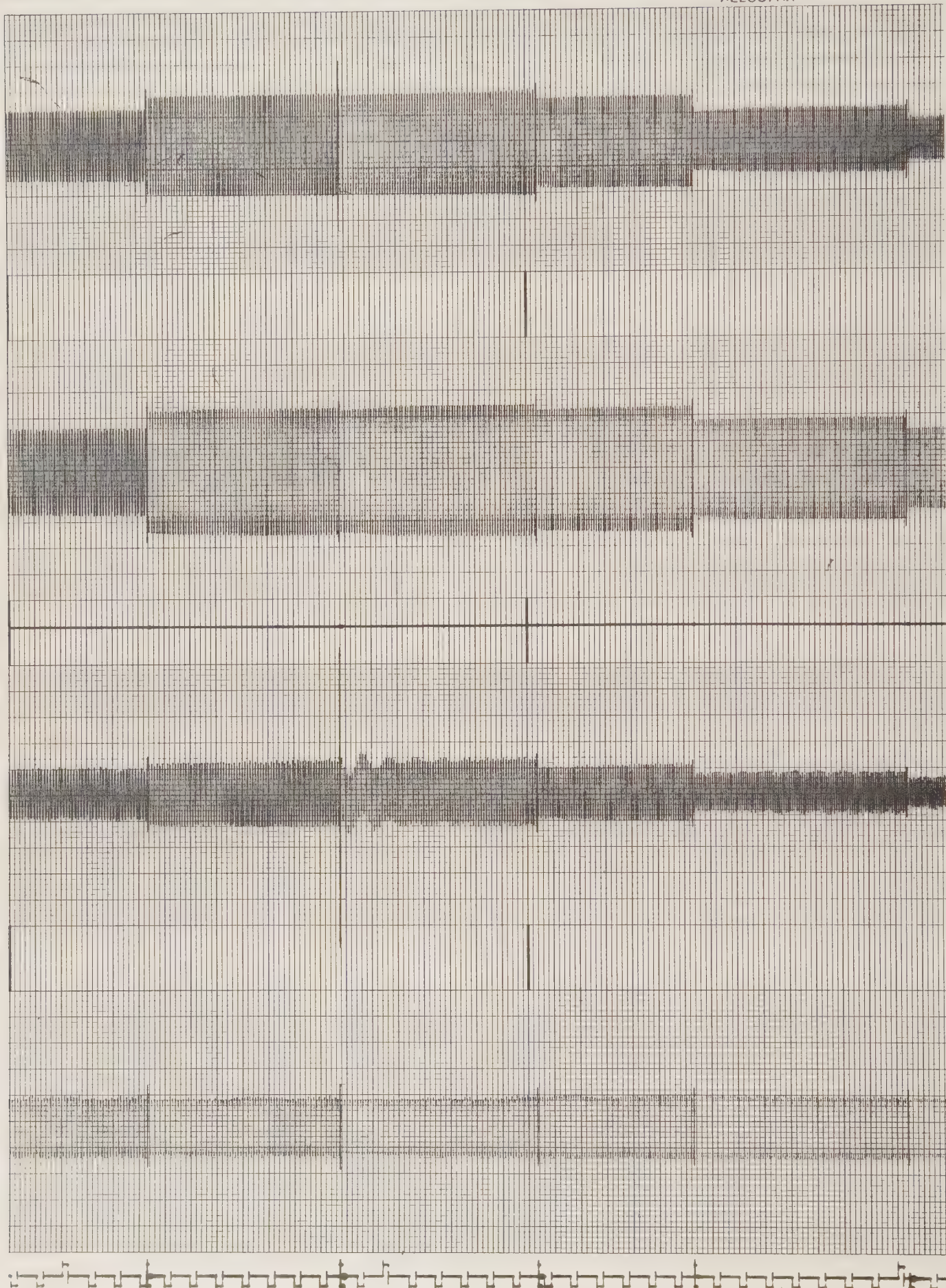


Fig. 165 - Tangage

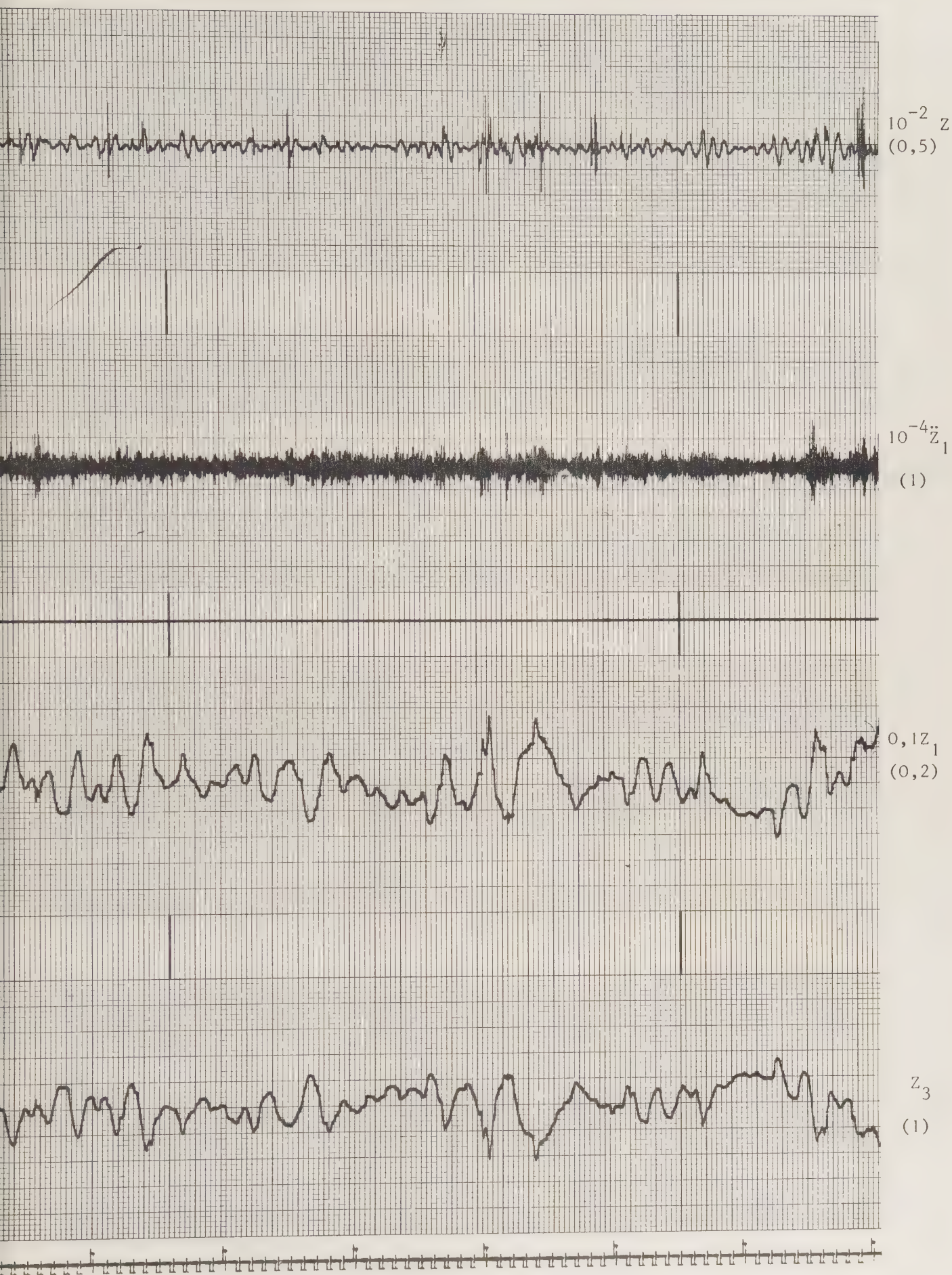


Fig. 166 (Section 6) Essieu AV

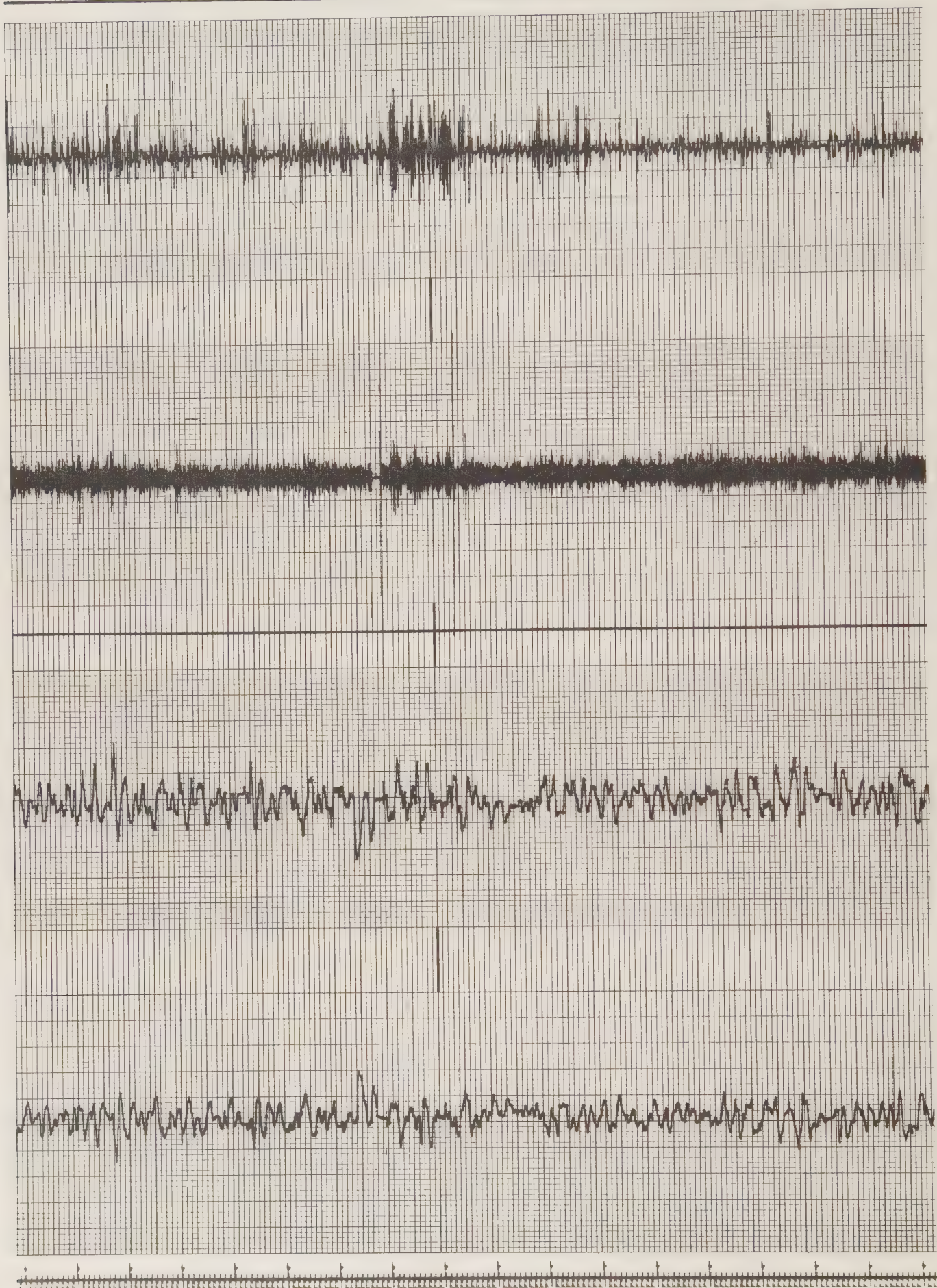


Fig. 167 (Section 8) Essieu AV

ALLCOFAX 607

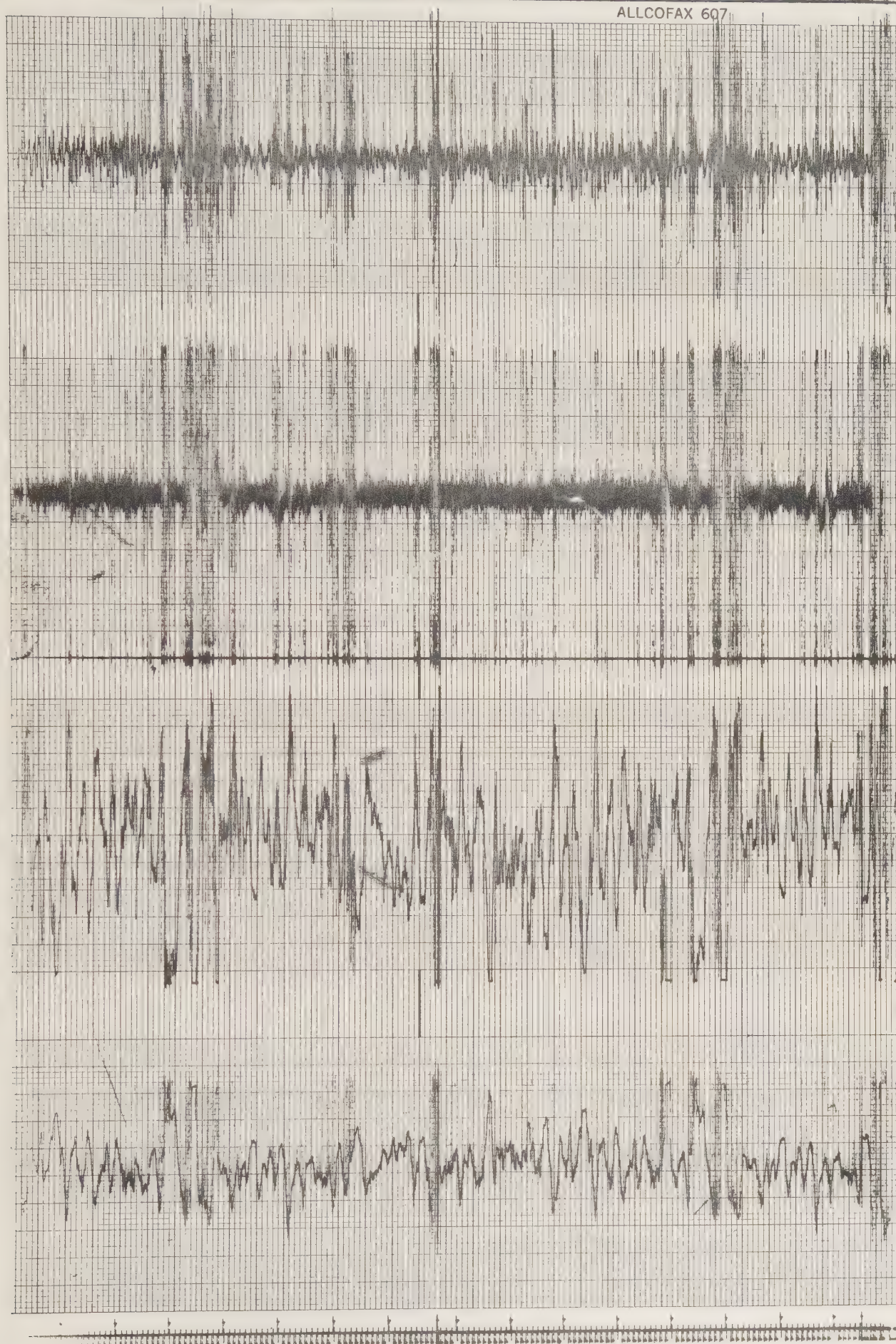


Fig. 168 (Section 6) Essieu AR

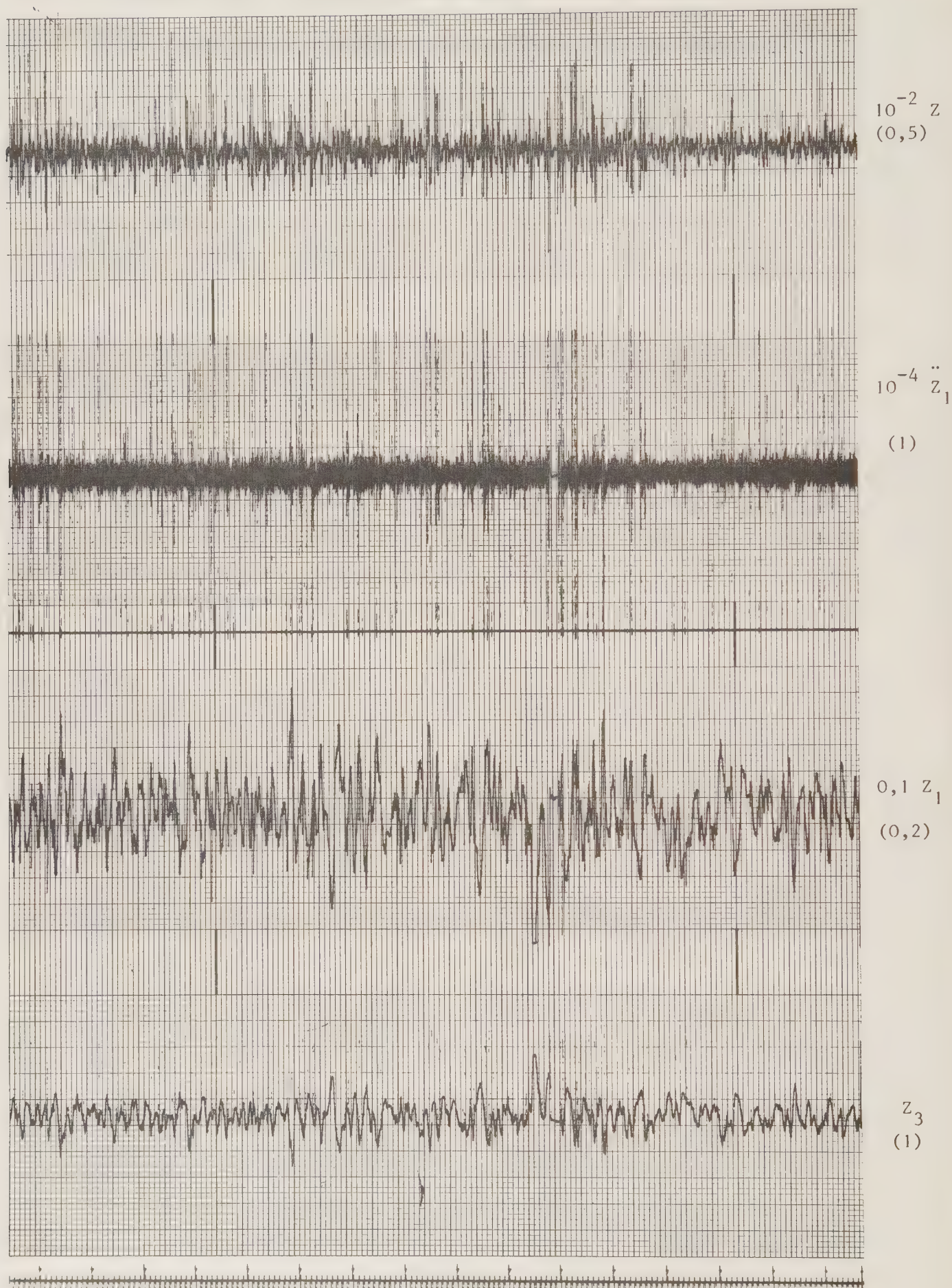


Fig. 169 (Section 8) Essieu AR

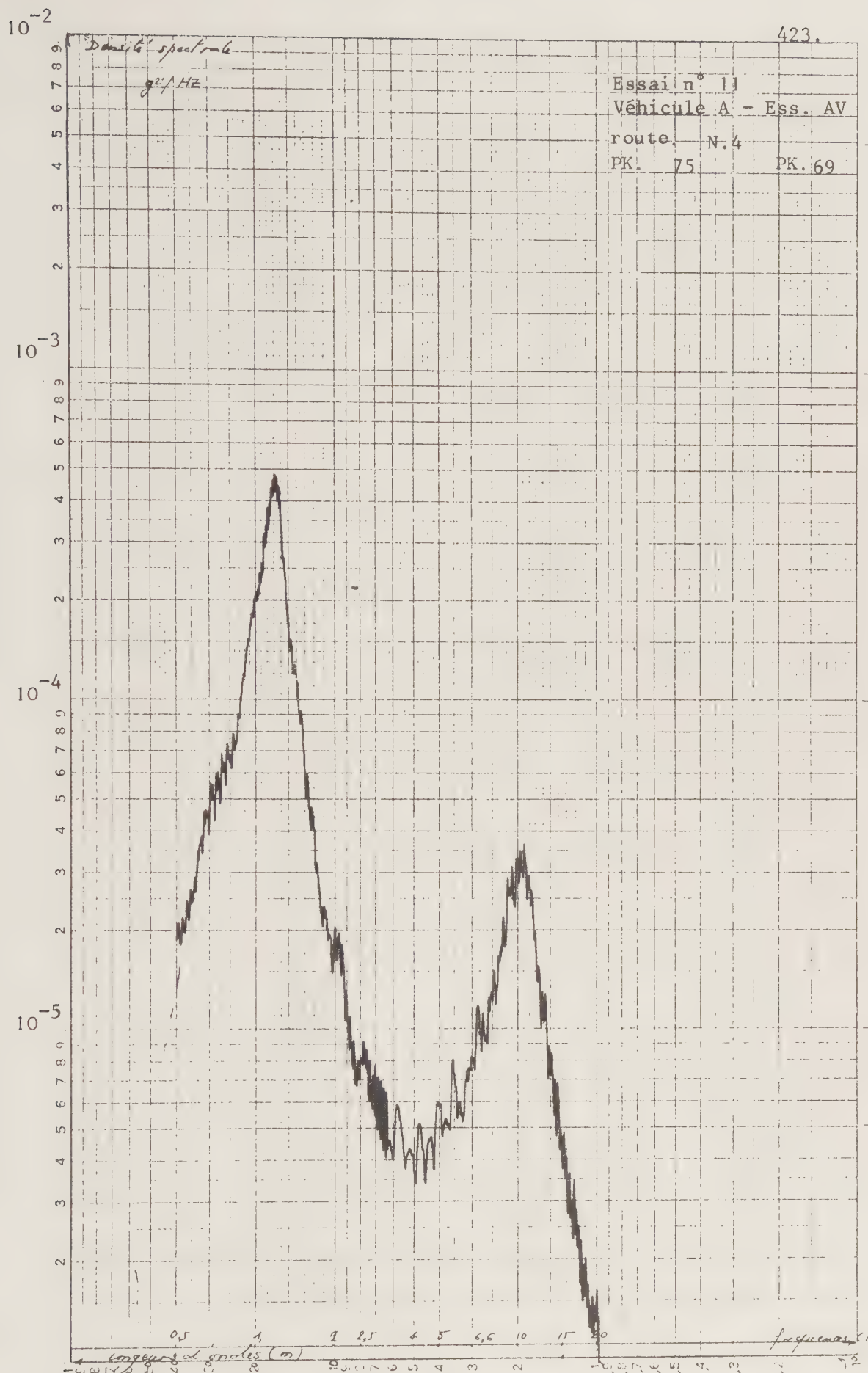


Figure 170

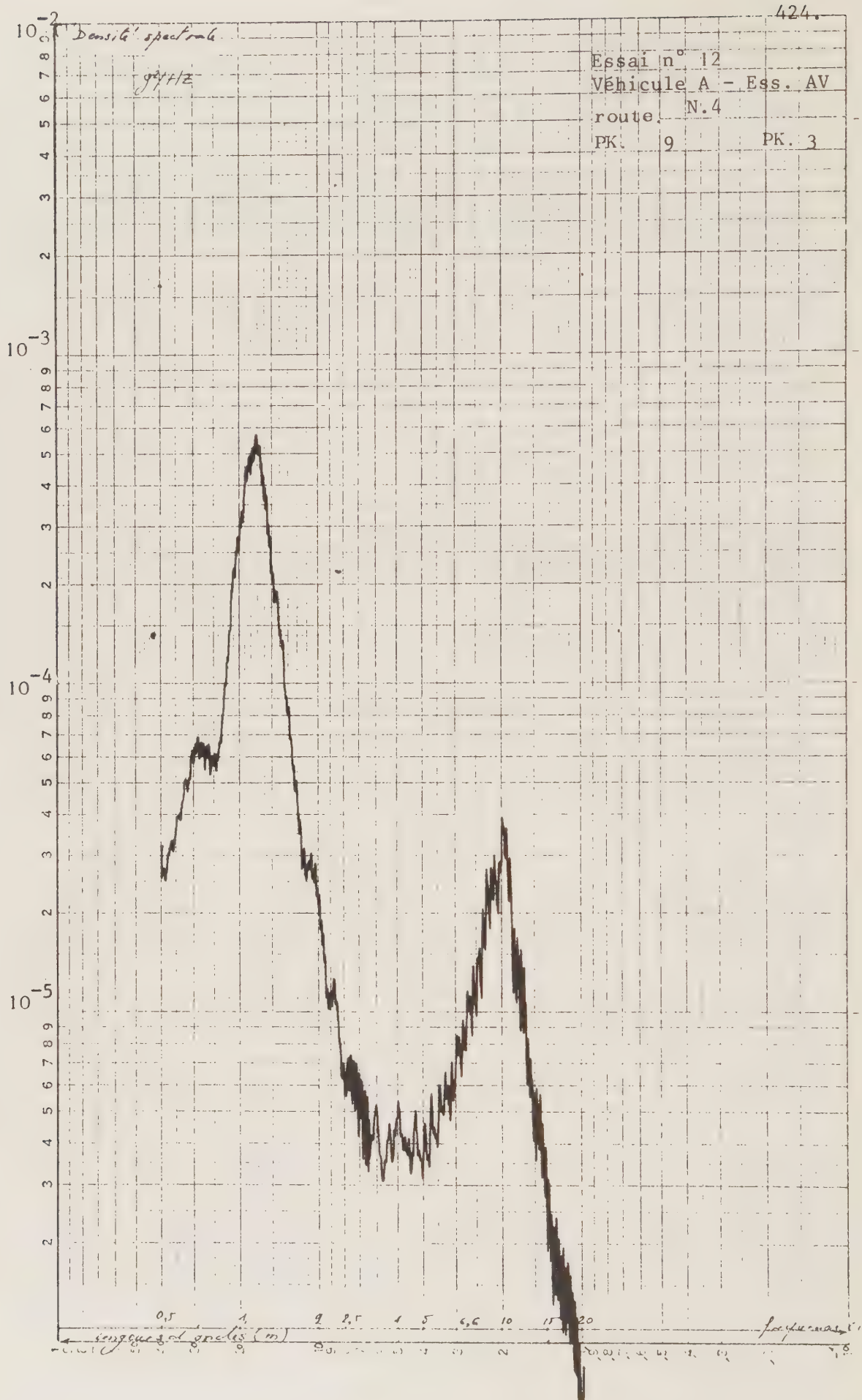


Figure 171

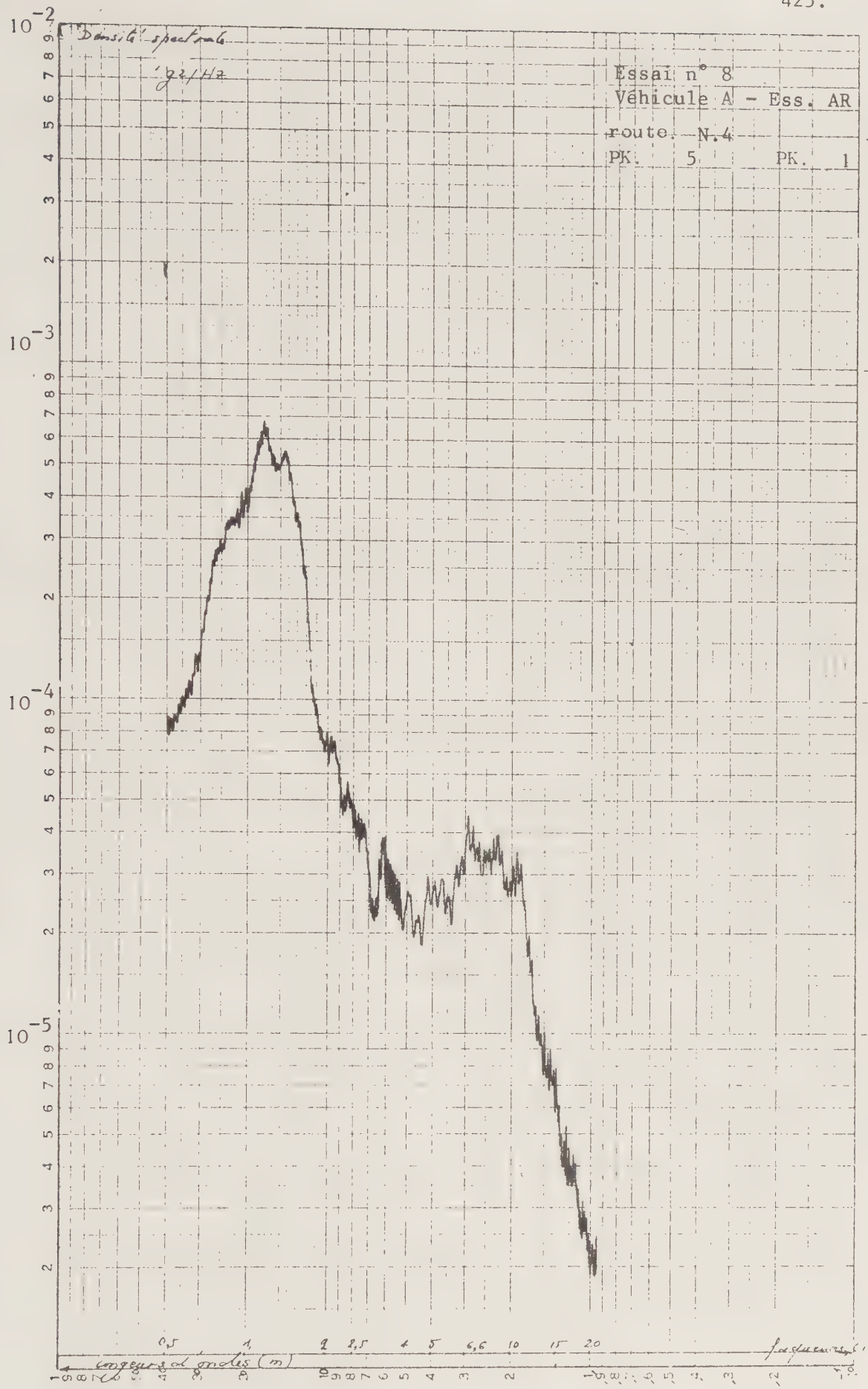


Figure 172

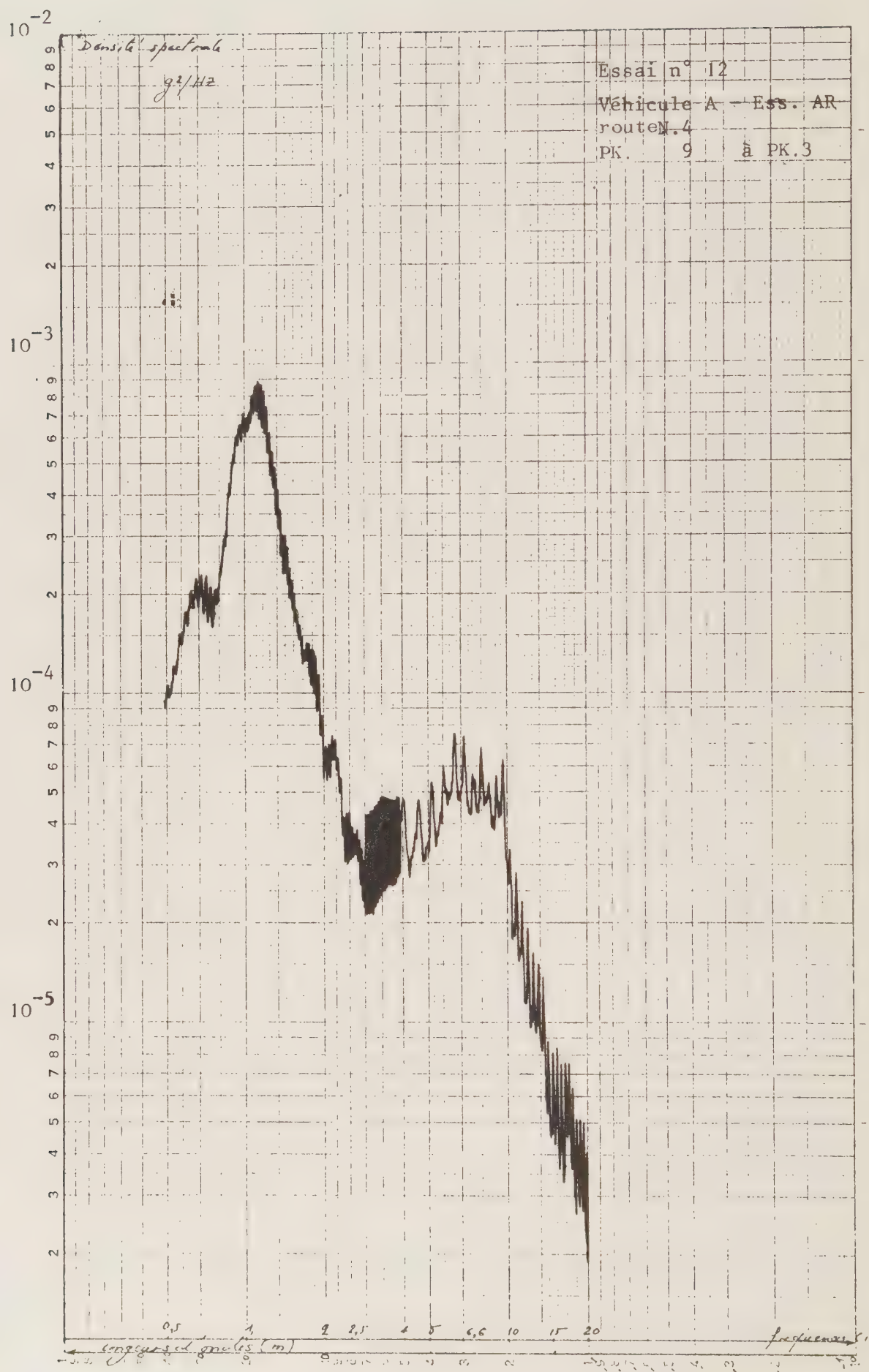


Figure 173

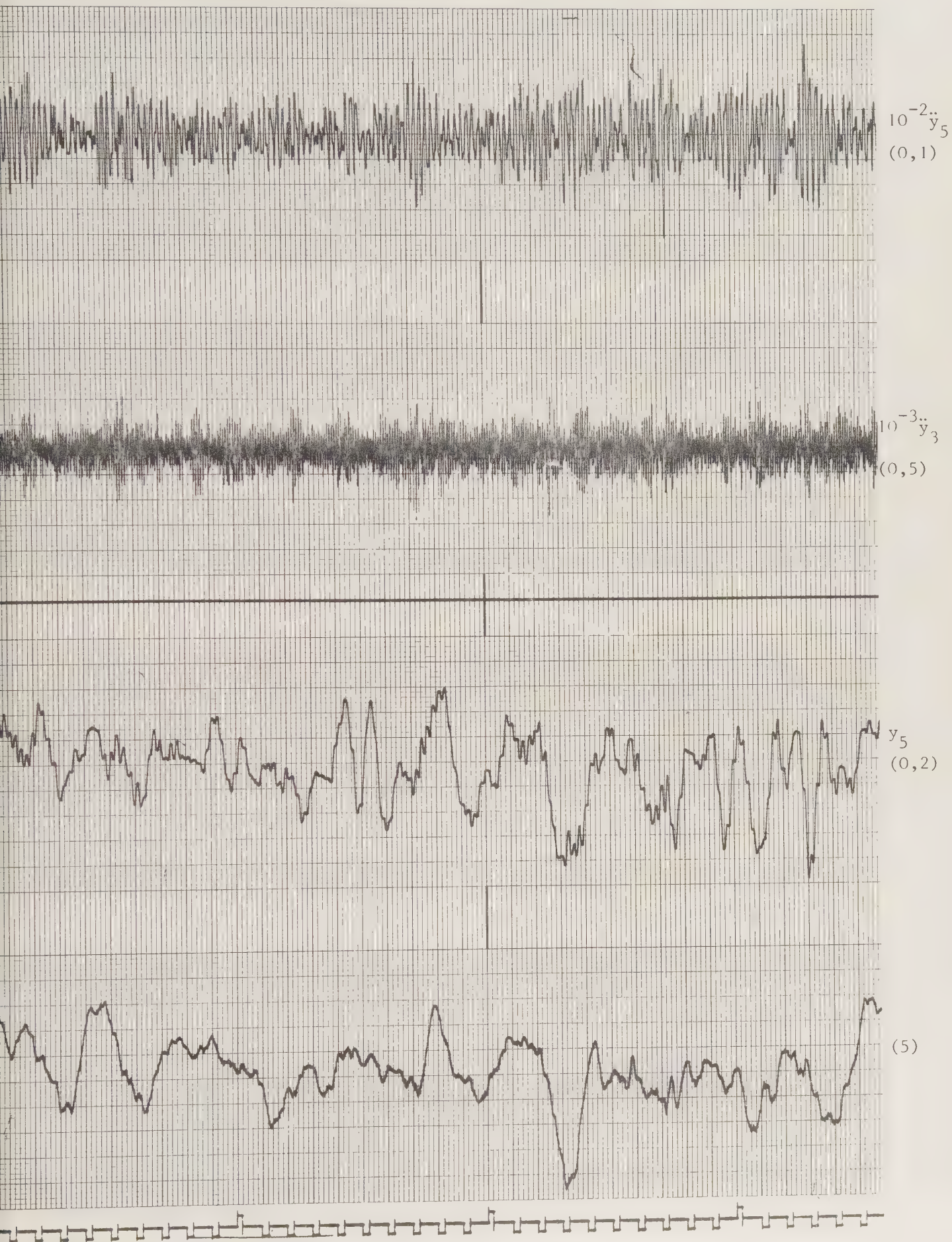


Fig. 174 (Section 6) Tangage

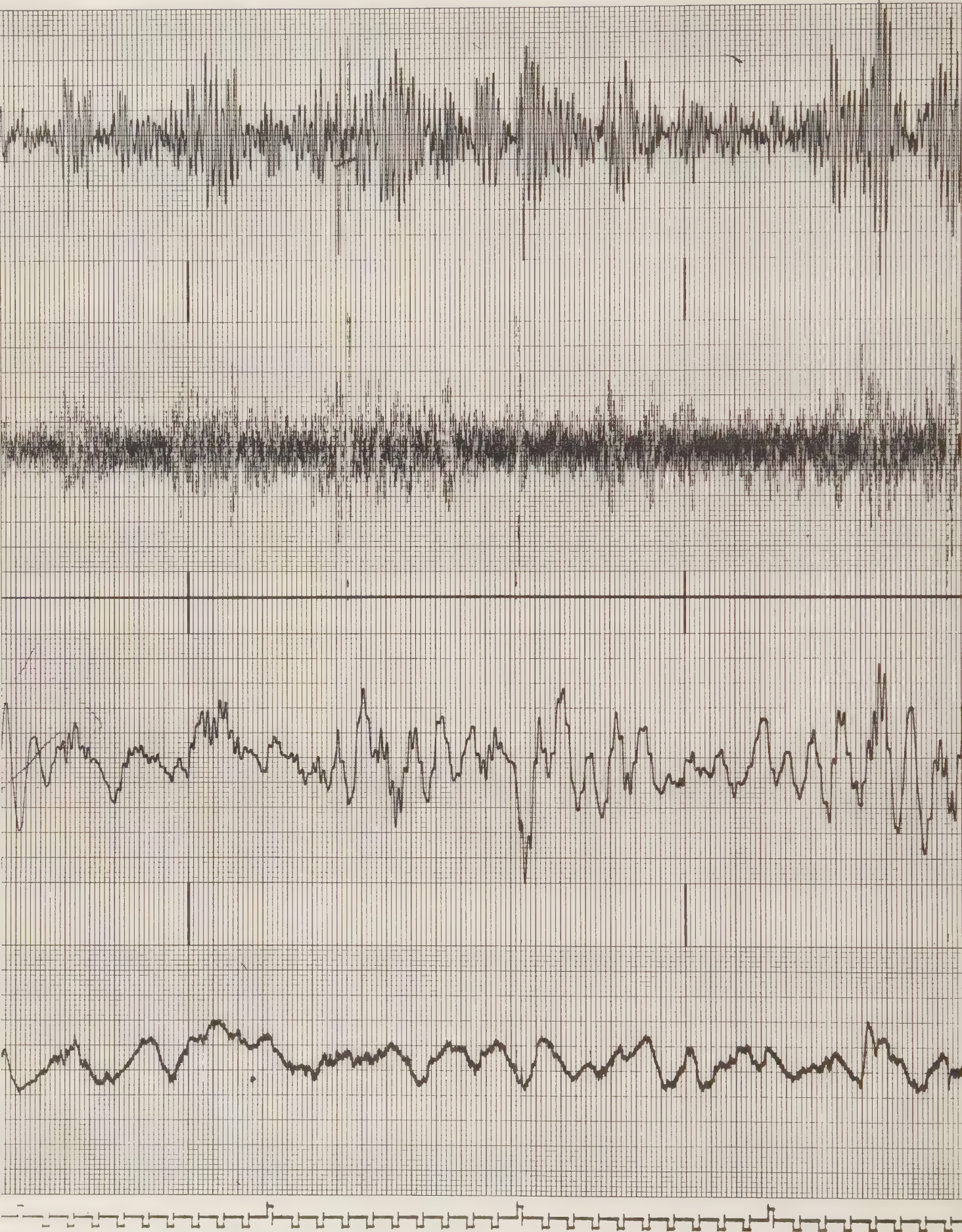


Fig 175 (Section 9) Tangage

ALLCOFAX 607

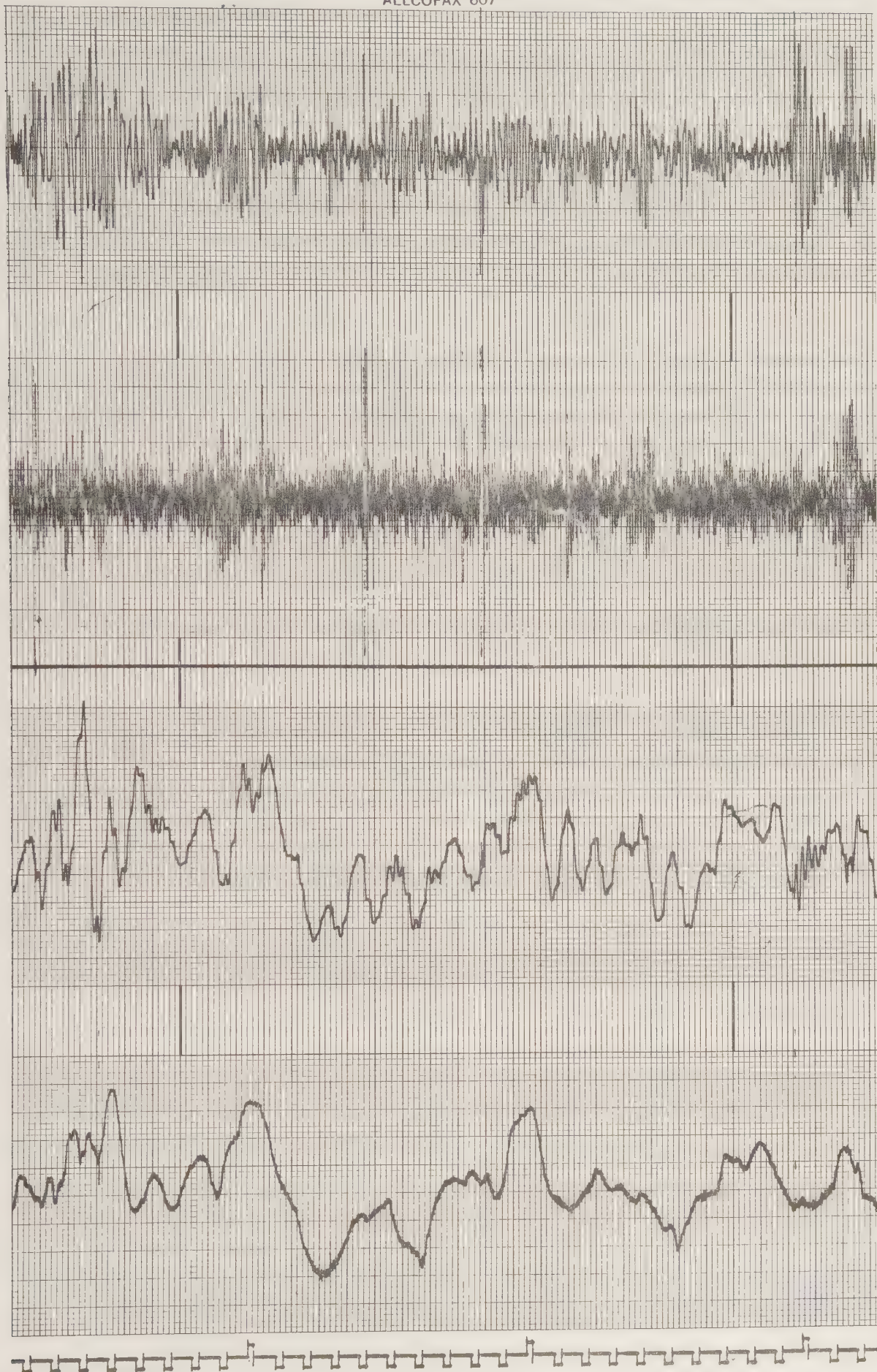


Fig. 176 (Section 12) Tangage

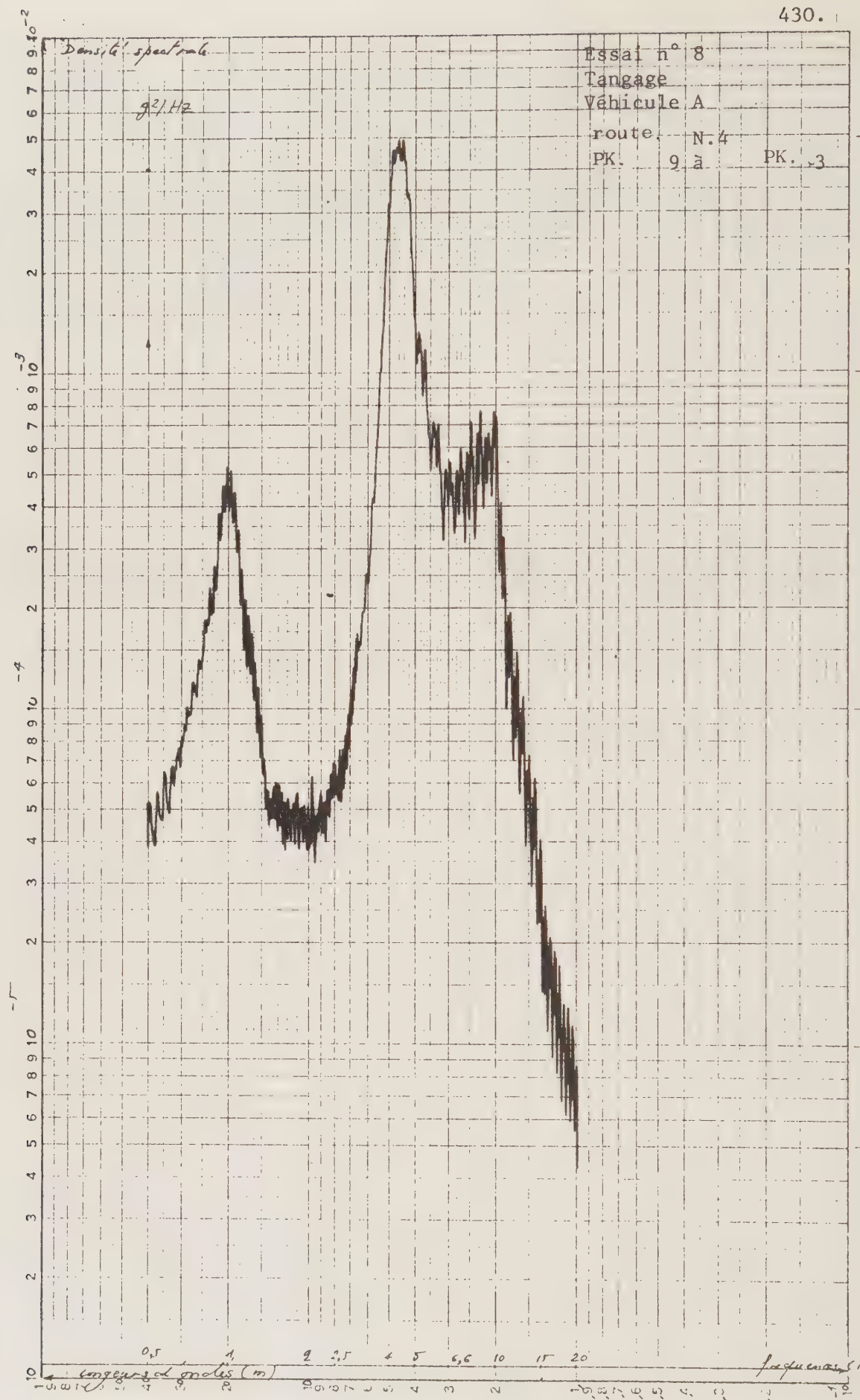


Figure 177



Figure 178

4 - SIGNIFICATION DES RESULTATS DE L'ETUDE ANALOGIQUE :

4.1. Le comportement quasi-dynamique du véhicule :

Nous entendons par comportement quasi-dynamique du véhicule, la réponse de celui-ci à différentes excitations types. Ce comportement diffère de ce qui se passe sur une route réelle, car d'une part, on élimine tous les facteurs secondaires qui peuvent intervenir dans son comportement dynamique : les accélérations longitudinales et transversales, la force centrifuge, les coups de vent, les vibrations du moteur et les vibrations de la caisse... d'autre part, on suppose que la réponse dynamique du caoutchouc est la même si le véhicule circule sur une route ou s'il est excité sur une station dynamique d'essais.

Nous constatons aisément que le comportement semi-dynamique du véhicule est identique à celui du modèle analogique, l'analyse comparée des figures 104 à 109 avec les figures 153, 154... montre que le modèle analogique répond exactement de la même façon que le véhicule réel excité par une entrée en échelon sur la station d'essais : les deux réponses ayant exactement la même forme, la différence d'amplitude étant négligeable.

Par contre, on a constaté une certaine différence sur les réponses aux excitations harmoniques : bien que les amplitudes et les fréquences de résonance soient du même ordre de grandeur, il est certain que le modèle analogique cache un phénomène important.

Nous avons constaté que le pic correspondant à la fréquence 20 HZ (fig. 117) n'existe pas sur les réponses des modèles analogiques. Nous avons expliqué lors de l'étude expérimentale que les perturbations dues à la résonance de tôle à partir de 16 HZ avaient rendu pratiquement inexploitable les signaux émis par les capteurs. On peut donc assimiler sans crainte de commettre une grande erreur, le pic à 20 HZ comme une simple anomalie due à la résonance du capteur collé sur la carrosserie.

De plus, il faut se rappeler que nous avons émis l'hypothèse que les mouvements de roulis et de tangage étaient découplés, or, il est certain que la réponse du véhicule réel tient compte de leur couplage.

Nous avons remarqué dans l'étude expérimentale que les centres de percussion n'existent pas dans le véhicule A et qu'il y a une interaction entre ses deux essieux, il ne faut pas oublier cette interaction si l'on compare les résultats analogiques aux résultats expérimentaux.

Nous pouvons conclure que les réponses des modèles analogiques étant suffisamment proches des réponses expérimentales, elles traduisent fidèlement le comportement quasi-dynamique du véhicule.

4.2. Le comportement dynamique du véhicule :

Pour comparer le comportement dynamique du véhicule réel à celui des modèles analogiques, il est impossible de procéder à des méthodes graphiques. Par ailleurs, nous avons adopté comme "critère confort" le niveau de la densité spectrale d'accélération au niveau du châssis du véhicule à la fréquence de résonance de la masse suspendue ; c'est pourquoi, nous proposons la comparaison des densités spectrales d'accélération relatives aux modèles analogiques et au véhicule réel.

Nous constatons aisément que les courbes de densité spectrale analogiques et réelles ont la même allure et que les pics de résonance ont relativement la même amplitude sauf celui à 17 HZ qui n'existe pas dans les courbes de la P.S.D. des modèles analogiques.

Par ailleurs, dans le domaine des très basses fréquences, il existe un certain décalage entre les fréquences correspondant aux pics, "décalage" que nous expliquons par les deux causes suivantes :

- d'une part, l'hypothèse concernant le découplage des deux mouvements étudiés,
- d'autre part, le signal A.P.L. injecté dans le modèle analogique qui ne représente pas fidèlement, l'uni des revêtements routiers, pour un certain nombre de raisons, dont le bruit propre de l'enregistreur magnétique qui superpose au signal enregistré des impulsions parasites. Il est certain que si elles sont éliminées lors de l'analyse spectrale, elles influencent de façon non négligeable (saturation non persistante des amplificateurs et des intégrateurs) le comportement du modèle analogique puisque tout se passe comme si le calculateur recevait un signal formé du profil et d'un certain nombre d'impulsions, figure 168 .

Enfin, si l'on prend le critère confort adapté, on constate que les modèles analogiques traduisent bien le comportement dynamique du véhicule réel, malgré les remarques précédentes : le niveau de la P.S.D. d'accélération du modèle à la fréquence de référence est peu différent de celui du véhicule et la valeur de l'intégrale $\int \phi(w) dw$ relative au modèle est pratiquement égale à celle du véhicule.

C'est pourquoi, nous pensons que cette méthode doit être appliquée à un nombre représentatif de véhicules courants; d'autant que ce mode d'étude basé sur l'exploitation directe de l'Analyseur de Profil en Long bi-trace par un calculateur analogique permet d'analyser finement l'influence de l'uni des revêtements routiers sur le confort, la sécurité,... sans nécessité de faire circuler un grand nombre de véhicules sur le réseau routier national (notion de prix de revient expérimental).

L'amélioration des performances des modèles analogiques est nettement moins difficile que celle des modèles mathématiques.

Dans le développement futur de cette méthode, on peut d'une part, éliminer les inconvénients dûs aux appareils de mesure et d'autre part, représenter d'une meilleure façon les différents éléments du véhicule réel tels que l'amortissement asymétrique de l'amortisseur de la suspension et le pneumatique dont le comportement varie suivant qu'il est dans un état statique, quasi dynamique ou dynamique. On note enfin que le frottement solide des éléments de la suspension n'est pas bien représenté dans les résultats obtenus parce que les comparateurs du calculateur utilisé étant électromécaniques, leur temps de réponse était trop long et leur résolution pas assez fine.

CONCLUSIONS PARTIELLES :

1. - Les réponses des modèles analogiques et du véhicule réel a une excitation en échelon sont identiques.
2. - Les réponses des modèles analogiques et du véhicule réel à une excitation harmonique sont identiques en tenant compte de la superposition due au couplage des mouvements du roulis et du tangage.
3. - Les réponses des modèles analogiques et du véhicule réel à une excitation "route" sont peu différentes et sont valables pour l'application du "critère confort".
4. - Le développement futur de cette méthode de calcul permettra de tenir compte du comportement dynamique d'éléments autres du véhicule tels que : l'amortissement asymétrique et le pneumatique en état de roulement...
5. - LES MODELES ANALOGIQUES ET L'ANALYSEUR DE PROFIL EN LONG BI-TRACE CONSTITUENT UN MOYEN EFFICACE ET ECONOMIQUE POUR ANALYSER L'INFLUENCE DE L'UNI DES REVETEMENTS ROUTIERS SUR LE CONFORT, LA SECURITE...

C H A P I T R E 7

EXPLOITATION DES RESULTATS

I - PROJET D'UNE REGLEMENTATION : UNI DES REVETEMENTS :

Les prescription rencontrées dans les cahiers des charges français sont les suivantes :

- Flèche sous la règle de 3 m :

Déformation transversale béton, ciment et enrobé	5 mm
" " enduit	7 à 10 mm
Déformation longitudinale, ciment	3 mm
" " enrobé	5 mm
" " enduits	7 à 10 mm

- Coefficient viagraphpe hectométrique :

Autoroute :	3
Route importante :	5
Route secondaire :	10

Nous avons indiqué dans le chapitre précédent qu'il est d'usage de classer l'uni des revêtements routiers selon une échelle établie en fonction de l'aire sous la courbe de la densité spectrale pour une gamme de longueurs d'onde donnée, cette échelle comprend six classes : Très bon, Bon, Passable, Médiocre, Mauvais et Très mauvais.

Nous souhaitons pouvoir donner une classification en ce qui concerne l'uni qui tienne compte non seulement des défauts géométriques de l'uni mais aussi de la relation uni-comportement du véhicule.

La méthode que nous proposerons pour classer l'uni sera basé sur le même principe adapté actuellement , mais elle tiendra compte de la densité spectrale de la réponse au lieu de celle de l'entrée.

2 - DETERMINATION D'UN CRITERE CONFORT :

Comme nous l'avons indiqué au chapitre premier, la notion du confort est très mal définie, elle diffère sensiblement suivant les chercheurs dans ce domaine.

a) Nous connaissons déjà, d'après les études faites par les ergonomes, quelles sont les limites de tolérance de l'homme à certains effets de vibrations et d'accélération, à partir de ces limites, on peut revenir à la route en redescendant la chaîne :

1. Les limites d'accélérations tolérées par l'homme.
2. Les fréquences et les accélérations au niveau du véhicule qui peuvent provoquer les accélérations limites au niveau de l'homme.
3. Les longueurs d'onde et les dénivellations de l'uni qui provoquent les limites critiques au niveau du véhicule.

b) Les modèles analogiques nous permettront en Laboratoire de connaître les effets réels d'un revêtement donné sans être obligé d'essayer un nombre élevé du véhicule. Nous pourrons après vérification de la validité d'un modèle donné, établir, les formules correspondantes afin de déterminer un critère "confort" général ne dépendant pas du type de véhicule, ni d'une classe d'uni donnée mais de l'ensemble.

On pourra d'ailleurs étudier l'influence de l'évolution de l'uni sur le comportement d'un véhicule donné.

3 - CONSEQUENCES PRATIQUES :

Nous reproduirons ici, les exemples du finisseur et de la niveleuse discutés dans une étude de M. LEGER sur la correction du profil par les matériels de mise en oeuvre :

- Exemple de la niveleuse :

Considérons un engin simplifié de la manière suivante (fig. 179) il est constitué de deux roues situées à une distance $2L$ l'une de l'autre, et une lame placée à même distance des 2 roues. Si on suppose qu'aucune

déformation plastique notable ne se produit sous les roues (matériau déjà compacté, cas limite du réglage fin) et que la lame reste fixe par rapport à la niveleuse, on a, en appelant $y_1(x)$ le profil avant passage de la lame, $y_2(x)$ le profil après passage de la lame,

$$2 y_2(x) = y_2(x - L) + y_1(a + L)$$

(à noter que y_1 et y_2 sont définis à une constante près). On déduit immédiatement de cette équation par une transformation de Fourier la fonction de transfert en fonction de la longueur d'onde :

$$H\left(\frac{1}{\ell}\right) = \frac{1}{\left[5 - 4 \cos 2\pi \frac{L}{\ell}\right]^{1/2}}$$

on voit que le module de la fonction de transfert tend rapidement vers 1 quand la longueur d'onde revient plus grande que la longueur de la niveleuse.

- Exemple du finisseur : Fig, 180,

Soit un appareil simplifié conformément au schéma donné sur la figure (sans tenir compte du compactage).

$$H\left(\frac{1}{\ell}\right) = \frac{1}{2\pi \frac{P}{\ell}} \left[\sin 2\pi \frac{P}{\ell} + 2i \frac{L}{P} (1 - \cos 2\pi \frac{P}{\ell}) \right]$$

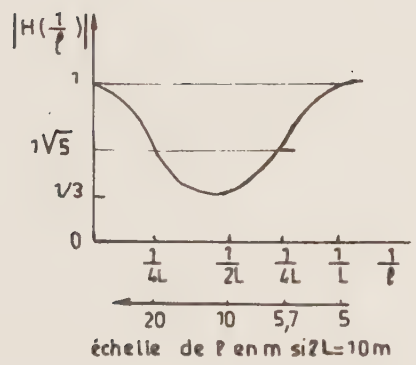
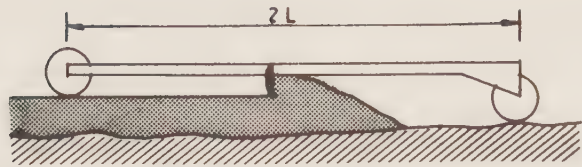
Cette fonction de transfert est assez différente de la fonction correspondant à la niveleuse. Elle tend rapidement vers 0 quant ℓ augmente, par contre, elle devient sous l'effet du terme en $\frac{L}{P}$ supérieure à l'unité pour certaine valeur de $\frac{1}{P}$ comprise entre L et 0.

Nous remarquons qu'il est possible dans le cas de la niveleuse (par exemple), de trouver les caractéristiques préférentielles de cet engin une fois établi, le critère "confort" par rapport aux longueurs d'onde préférentielles ou limites et les limites des dénivellations tolérées : $y_2 - y_1$ dans l'exemple ci-dessus.

Si l'on prend par ailleurs les résultats expérimentaux obtenus à l'aide d'un finisseur vis calée, tant en France qu'à l'Etranger, on voit qu'en général le profil est amélioré pour les longueurs d'ondes inférieures à 10 m, mais qu'il n'est pratiquement pas modifié pour des longueurs d'ondes supérieures à cette même valeur.

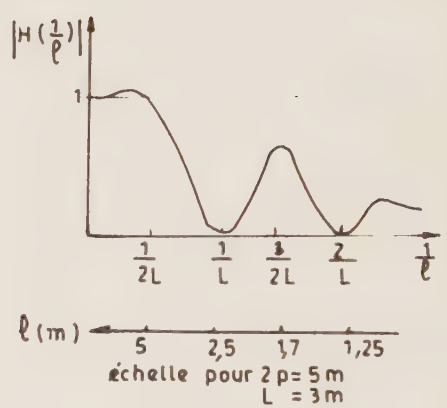
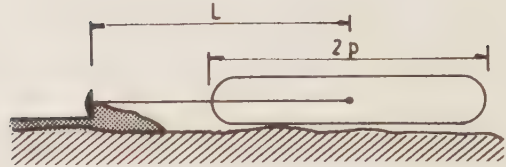
Par contre, d'après ce que nous avons dit précédemment, il se peut que le jugement porté sur un tel reprofilage soit tout à fait différent : si par exemple, l'utilisateur n'est pas sensible aux longueurs d'ondes qui n'ont pas été améliorées.

SCHEMA DE PRINCIPE

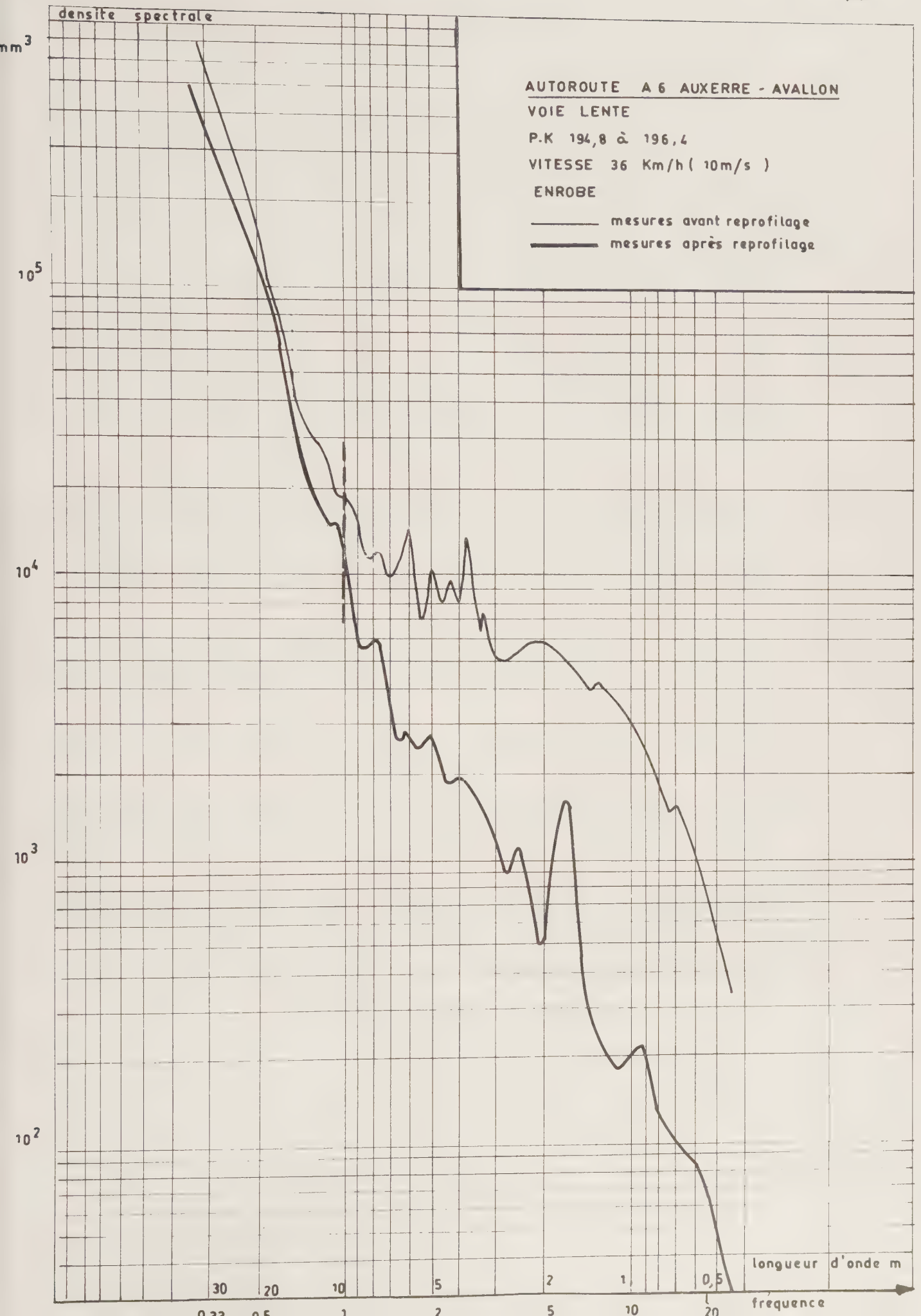


NIVELEUSE
Fig. 179

SCHEMA DE PRINCIPE



FINISSEUR
Fig. 180



4 - CONCLUSIONS GENERALES :

La figure I8I, montre l'évolution de la densité spectrale d'une route après un reprofilage, on remarque d'après le critère confort adopté que l'amélioration de l'uni dans le domaine de très basses fréquences (grandes longueurs d'ondes) est pratiquement très faible et que le reprofilage bien qu'il ait amélioré l'uni du point de vue sécurité (petites longueurs d'ondes), n'a rien apporté au confort du passager.

Il est bien évident que le "critère confort" que nous avons adopté est basé sur le comportement dynamique d'un nombre limité du véhicule et qu'il faut généraliser l'étude sur un nombre plus important.

Les calculs analogiques avec le signal A.P.L. bi-trace représentent le moyen efficace et économique pour réaliser le développement futur de cette recherche. Nous avons constaté en effet ; après les calculs numériques que les modèles mathématiques sont très simplifiés, qu'ils ne tiennent pas compte des problèmes relatifs à la suspension et au pneumatique et qu'ils exigent une simplification "poussée" de la représentation de l'uni des revêtements routiers.

Les signaux recueillis au niveau du châssis dans les points déterminés précédemment pourront être utilisés comme entrée pour étudier l'influence des mouvements de caisse traduisant l'influence de l'uni sur l'homme à travers différents types de sièges, nous avons expliqué précédemment les raisons pour lesquelles nous avons dissocié l'ensemble homme-siège de l'ensemble route-véhicule.

Les essais seront effectués sur la station dynamique d'essais du L.C.P.C., les signaux des réponses des voitures étant utilisés pour piloter le pot vibrant afin d'étudier l'influence de l'uni sur plusieurs ensembles homme-siège.

Les sièges à utiliser représenteront les trois catégories : rigide, moyen et souple ; suspendus et non suspendus.

Les effets seront étudiés subjectivement (non sensible - sensible - toléré, etc ...) et objectivement en utilisant des accéléromètres situés sur des points prédéterminés du corps humain.

Enfin, l'étude des matériels de mise en oeuvre qui sera la suite logique de cette recherche avec le développement de celle-ci nous permettra d'établir une réglementation "uni des revêtements" qui tienne compte non seulement de la géométrie de celle-ci, mais aussi de son influence dynamique sur le véhicule.

B I B L I O G R A P H I E

ABRACHE M, Uni des Revêtements Routiers et Confort des Véhicules Automobiles.
Rapport interne L.C.P.C. - Mai 1971.

BLACKMAN-TUKEY, La mesure des spectres énergétiques, Dover Publications Inc.
(New-York 1958).

Bulletin de Liaison Laboratoires Routiers des Ponts et Chaussées. Spécial F Glissance
(1966).

CHIESA A, Véhicule Stability Studied with a non-linear seven degree model.
S.A.E. ed. Mai 1967.

DIANA G. et GIORDANA F, An analytical model Forstudving the motion of a vehicle on
an actual road. F.I.S.I.T.A. 7. 1970.

ELLIS J.R., Vehicle Dynamics. London Business Books Limited Ed. 1969.

JEUFFROY G, Actions réciproques des véhicules et des chaussées (R.G.R. Nov. 1961).

JEUFFROY G, Conception et Construction des chaussées. Eyrolles (1967).

JULIEN M.A, Dynamique de la voiture Automobile. Technip Ed. 1960.

JULIEN M.A, Compléments à l'étude analytique de la dynamique générale des véhicules
roulants. F.I.S.I.T.A. Bercelone 1968.

KOHR R.H, The application of mathematics to a basic study of automobile controle.
G.M.E. Journal 1968.

LAVOINE J, Transformation de Fourier C.N.R.S. Ed. 1963.

LEFEVRE P, Théorie du signal. E.S.E.. Ed. 1967.

LEGER Ph, L'uni des revêtements routiers. Bull. Liaison L.R. P. et Ch. Décembre 197
Ref. 959.

LEYGUE, Le comportement dynamique des véhicules routiers, R.G.R. PARIS (1969).

LUCAS J, Mesure systématique de l'uni sur la N. 4 - Janvier 1971.

MAEDA T. et VEMURA H, Développement de la dynamique d'un véhicule au moyen d'une calculatrice arithmétique. S.A.E. Janv. 1960.

MITCHKE, Contribution à l'étude des oscillations des véhicules. Théorie et essais Institut de l'Université Technique Carola Wilhelmina Braunschweig (1962).

PICHARD E, Accélérations et vibrations dans les transports sanitaires C.E.V. Rap. interne.

ROBSON J.D. et DODDS C.J, The response of vehicle components to/random road-surface undulations F.I.S.I.T.A. 1970.

ROCARD Y, l'Instabilité en mécanique Masson et Cie Ed. 1954.

SADOUL, Analyseur dynamique de profil en long des Chaussées et son application aux chaussées en béton de ciment. Symposium sur les revêtements en béton (PARIS 1969).

SADOUL, Analyseur dynamique de profil en long. Bull. Liaison Labo. Routiers P et Ch. n° 37 (1969).

SCHERRER J, Physiologie du travail (Ergonomie) Masson Ed. 1967.

STERN, BARBEYRAC et POGGI, Méthodes pratiques d'étude des fonctions aléatoires Dunod ed. 1967.

TROTT J.J, An analogue computer Study of the dynamic loading.. R.R.L. Fév. 1966.

VERSACE J, Measurement of ride comfort. S.A.E. ed. Janv. 1963.

WIENER, L'intégrale de Fourier et quelques unes de ses applications, Dover Publications Inc. (New York 1933).

BERTHOZ A, (1966) Etude biomécanique des vibrations de basses fréquences subies par l'homme C.N.R.S. Ed.

BERTHOZ A. et LAVILLE A, (1967) Effets physiologiques des vibrations. Lot 1,2,3
Laboratoire de physiologie du travail Ed.

CADIOU J, Influence de la route sur la nécessité première de la voiture, la tenue
de route, le confort. Revue S.I.A. Oct. 1970.

DE CARBON Ch. BOURCIER, Théorie mathématique et Réalisation pratique de la suspension
amortie des véhicules terrestres (1970).

DEUTSCH Ch, Dynamique des véhicules routiers C.N.S.E.R. Ed. 1970.

DUPASQUIER P, Contact roue-sol le pneumatique. Revue S.I.A. Oct. 1970.

GILLE, DECAULNE et PELEGRIN, Théorie et calcul des asservissements linéaires.
Dunod Ed. 1967.

GILLE, DECAULNE et PELEGRIN, Dynamique de la commande linéaire. Dunod Ed. 1967.

HAAG J, Les mouvements vibratoires P.U.F. Ed. 1965.

GILLE, DECAULNE et PELEGRIN, Méthodes d'étude des systèmes asservis non linéaires.
Dunod ed. 1967.

GILLE, DECAULNE et PELEGRIN, Méthodes modernes d'étude des systèmes asservis.
Dunod Ed. 1960.

RAPIN M. Paul, Introduction à l'étude des fonctions de la variable aléatoire.
S.I.A. Ed. 1970.

RAPIN M. Paul, Techniques mathématiques de la mécanique vibratoire. "Calcul opérationnel"
C.E.S.M.I. Ed.

Le 28.8.1972.

UNIVERSITÉ DE PARIS VI

4, Place Jussieu - 75230 PARIS-CEDEX 05

SERVICE DE LA SCOLARITE

Bureau des Enseignements du 3^e cycle

TÉLÉPHONE 938-25-25 - 325-12-21

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : . . . DOCTEUR . INGENIEUR
THESE DE :

NOM : . Monsieur . ABRACHE
Prénoms : . Mahmoud
né le 22 octobre 1941 à . . ZABADANI Dép^t : SYRIE

1^{ère} THESE : . "Influence de l'uni des revêtements routiers sur le
confort des véhicules automobiles."

2^e THESE (Propositions faites par l'Université) :

LE PRESIDENT : M. SIESTRUNCK
EXAMINATEURS : M. VICHNIEVSKY
M. PASQUET
M. LEGER

Vu et Approuvé
PARIS, le 29 septembre 1972
Le Président
de l'Université de PARIS VI



Imprimé au Service des Publications du LCPC
58, boulevard Lefebvre - 75732 PARIS CEDEX 15

